

# COMPITO SCRITTO DI METODI MATEMATICI della FISICA APPLICATA 1

24 FEBBRAIO 2010

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

## ESERCIZI:

1. Si calcoli l'integrale

$$I = \int_0^{2\pi} \frac{d\vartheta}{2 + \sin\vartheta}.$$

2. Si classifichino le singolarità della funzione

$$f(z) = \frac{e^z - 1}{z(z-1)}.$$

3. Si sviluppi in serie di Laurent nell'intorno del punto  $z = 1$  la funzione

$$f(z) = \left( z - 1 + \sqrt{\frac{2}{3}} \right)^2 \sin\left( \frac{1}{z-1} \right) \cos\left( \frac{1}{z-1} \right).$$

4. Si calcoli l'integrale

$$I = \int_{\gamma} dz \frac{\sqrt{z^2 + 2}}{z - \sin z}$$

essendo  $\gamma(t) = e^{it}$  con  $0 \leq t \leq 2\pi$ .

# COMPITO SCRITTO DI METODI MATEMATICI della FISICA APPLICATA 1

15 LUGLIO 2010

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

## ESERCIZI:

1. Si calcoli per  $a > 0$  l'integrale

$$I = \int_0^{\infty} \frac{x \sin x}{x^2 + a^2} dx.$$

2. Si consideri la funzione

$$f(z) = \frac{z}{1 + z^3}$$

e la si sviluppi, precisando in ogni caso la regione di validità dell'espansione: a) in serie di potenze positive di  $z$ ; b) in serie di potenze negative di  $z$ . Si ricavi poi quanto vale la somma dei residui della funzione nel piano complesso.

3. Si calcoli l'integrale

$$I = \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{x^3 + 1} dx.$$

4. Posto  $z = x + iy$  si esprima la seguente quantità in termini di funzioni reali di  $x$  e  $y$

$$\operatorname{Re}(e^{\sin z}).$$

# COMPITO SCRITTO DI METODI MATEMATICI della FISICA APPLICATA 1

20 DICEMBRE 2010

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

## ESERCIZI:

1. Si calcoli l'integrale

$$I = \int_0^{\infty} \frac{\cos 3x}{x^2 + 1} dx.$$

2. Si calcoli il raggio di convergenza delle serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} n e^{2n - \sqrt{n}} z^n, \quad \sum_{n=0}^{\infty} (\log(1+n))^4 z^n.$$

3. Si calcoli l'integrale

$$I = \int_0^{\infty} \frac{\sin \sqrt{x}}{x(x+1)} dx.$$

4. Determinare la parte singolare di  $f(z)$  nell'intorno di  $z=0$

$$f(z) = \frac{\sin z}{z(\cosh z - 1)\log(1+z)}.$$