

POLITECNICO DI MILANO
Facoltà di Ingegneria dei Sistemi
Corso di Laurea in Ingegneria Fisica



CARATTERIZZAZIONE DI UN SISTEMA MAGNETICO PER UNA GUIDA DI CAMPO MAGNETICO DI FASCI ELETTRONICI

Relatore: Prof. Giovanni Consolati

Tesi di: Andrea Palman

Matricola: 678303

Anno Accademico 2007/2008

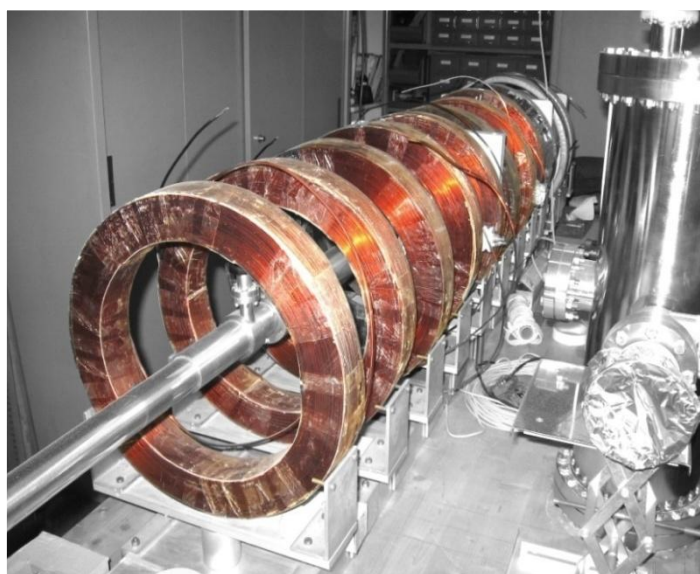
Sommario

Introduzione	pag. I
Capitolo 1: Guida di campo magnetico	pag. 1
1.1 Trattazione teorica del campo magnetico generato una bobina di lunghezza finita	pag. 2
1.2 Misure di laboratorio	pag. 7
• Lo strumento di misura: la sonda di Hall	pag. 7
1.3 Caratterizzazione della bobina	pag. 12
• Determinazione del centro della bobina	pag. 12
• Interpolazione parabolica delle misure di campo magnetico in funzione della profondità	pag. 13
• Interpolazione parabolica delle misure di campo magnetico in funzione dell'altezza	pag. 16
• Interpolazione lineare dei punti di massimo e di minimo del campo magnetico	pag. 18
• Calcolo del coefficiente K	pag. 21
• Conclusioni	pag. 26
Capitolo 2: La sorgente di elettroni	pag. 29
2.1 Trattazione teorica dell'effetto termoionico	pag. 30
2.2 Simulazione Montecarlo	pag. 37
Capitolo 3: Applicazioni	pag. 42
Appendici	pag. 45
• Appendice A	pag. 46
• Appendice B	pag. 48
• Appendice C	pag. 57
Bibliografia	pag. 81

Introduzione

Il progetto AEGIS (Antimatter Experiment: Gravity, Interferometry, Spettroscopy) si pone l'obiettivo di produrre antiidrogeno, al fine di utilizzarlo per esperimenti di fisica fondamentale. Tra questi, il primo sarà la misura dell'accelerazione di gravità effettuata con antimateria. Quest'ultima può venire prodotta tramite una reazione di scambio di carica tra atomi di positronio Rydberg e antiprotoni $\bar{p} + Ps^* \rightarrow \bar{H} + e^-$, in condizioni opportune. La generazione di positronio ha luogo attraverso la conversione di fasci di positroni monoenergetici (con energie di qualche KeV) che vengono impiantati su di un bersaglio di materiale poroso (generalmente vengono utilizzati materiali a base di silicio o di silice).

E' necessario conoscere la resistenza del convertitore al danno dovuto al continuo irraggiamento con positroni. Al fine di ottenere rapidamente questo dato, il convertitore verrà irraggiato con un fascio di elettroni aventi la stessa energia dei positroni. Dal momento che i flussi elettronici disponibili sono di gran lunga più elevati di quelli positronici sarà possibile constatare in tempi molto brevi un eventuale danno da radiazione. Per fare questo verrà utilizzato un acceleratore lineare, in fase di realizzazione, in grado di conferire agli elettroni un'energia variabile con valore massimo di 20 KeV circa.

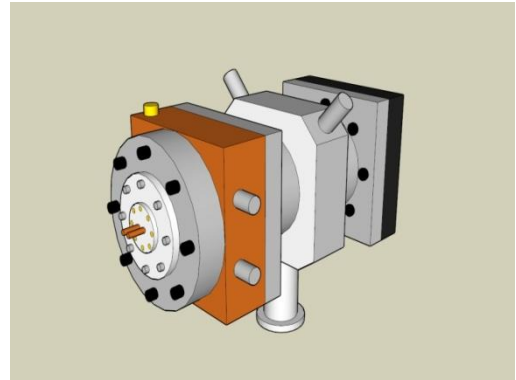


L'acceleratore lineare

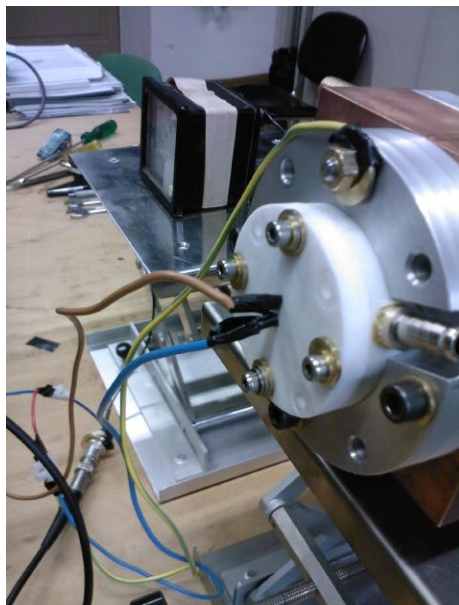
Il fascio di elettroni viene prodotto dal cannone elettronico che contiene un filamento di tungsteno posto su un supporto ceramico ed allocato in una camera di rame nella quale verrà raggiunto il vuoto ad una pressione dell'ordine di 10^{-7} mbar mediante l'utilizzo di pompe molecolari.

Questo filamento è collegato, mediante due elettrodi in rame, ad un generatore che eroga una tensione di 12 V. Il

passaggio di corrente produce un'innalzamento della temperatura fino a 2000 K e questo rende possibile l'emissione di elettroni per effetto termoionico. La camera della sorgente è raffreddata ad acqua. A breve distanza dal filamento è presente un diaframma ad un potenziale di 100 V che ha il compito di estrarre gli elettroni che vengono emessi.



Camera del filamento

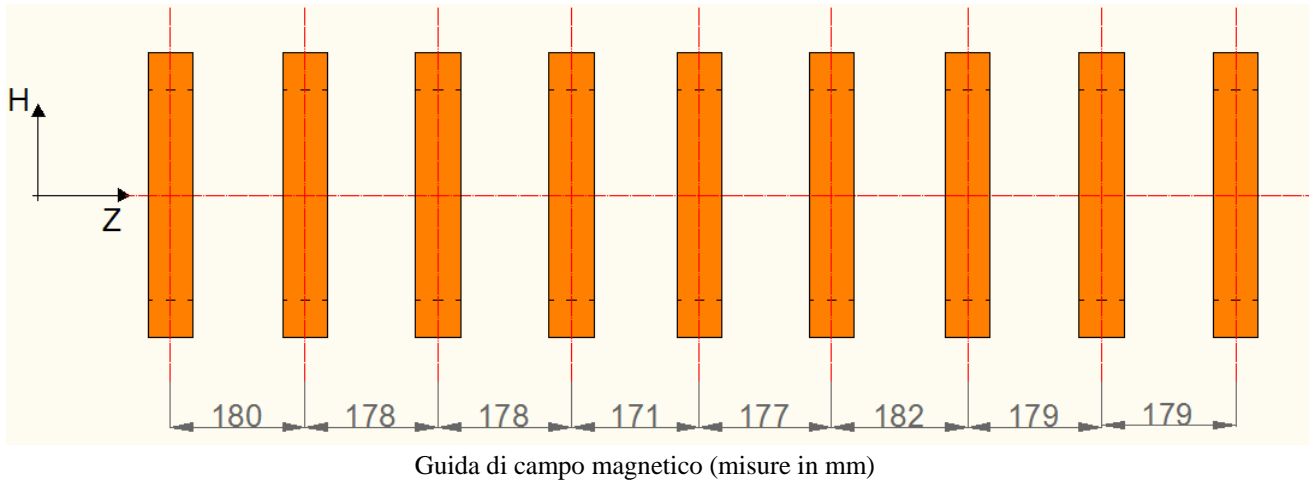


Collegamento del filamento al generatore di tensione

Dopo di che il fascio elettronico passa, all'interno di un tubo cavo, attraverso una guida di campo magnetico che ha la funzione di imporgli una traiettoria lineare confinandolo all'interno della guida stessa.

Essa è composta da nove bobine di rame disposte lungo l'acceleratore con i centri giacenti sull'asse di quest'ultimo a distanze variabili. Ogni bobina è collegata ad un generatore che eroga una corrente

stazionaria di 7 A in modo tale da ottenere un campo magnetico al centro della guida (punto di intensità massima) di 100 G circa.



In seguito gli elettroni entrano nell'unità accelerante vera e propria (National Electrostatics Corporation Accelerating tube).

Quest'ultima, posta anch'essa in un campo magnetico generato da due delle nove bobine della guida magnetica, è stata interamente realizzata in acciaio, ha una forma cilindrica lunga 18 cm circondata esternamente da cinque anelli (stadi dell'accelerazione) che conferiscono al fascio elettronico un'accelerazione gradualmente crescente in modo tale da mantenerlo collimato. All'interno dell'unità accelerante gli elettroni incrementano la loro energia di 20 KeV.



Unità accelerante

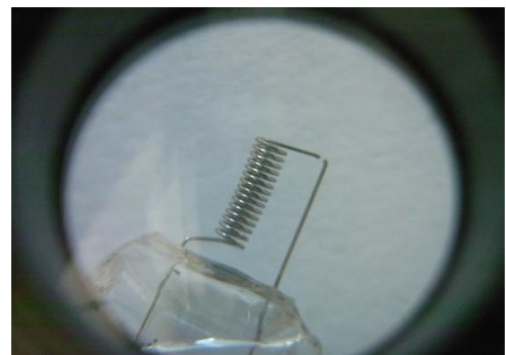
Infine essi vengono diretti contro un bersaglio di materiale differente a seconda dell'applicazione.

L'oggetto della presente tesi è un contributo alla realizzazione del suddetto acceleratore lineare. In particolare nel capitolo primo, "Guida di campo magnetico", vengono presentate le misure del campo magnetico generato da una bobina percorsa da una corrente elettrica di 7A ed il procedimento seguito per giungere alla sua caratterizzazione (determinazione delle coordinate del centro e calcolo del coefficiente K).



Bobina

Il secondo capitolo, "La sorgente di elettroni" tratta l'effetto termoionico sia dal punto di vista puramente teorico-analitico, mediante il calcolo della distribuzione energetica degli elettroni emessi basandosi su considerazioni sulla distribuzione che essi assumono all'interno del metallo costituente il filamento in assenza di un potenziale esterno estrattore e trascurando la causa che ha portato all'innalzamento della temperatura, ovvero la tensione ad esso applicata, sia da un punto di vista più computazionale realizzando un programma di simulazione Montecarlo, mediante il software ROOT CERN, allo scopo di ottenere lo spettro energetico degli elettroni emessi nelle reali condizioni di utilizzo, ovvero tenendo conto dell'effettivo andamento del potenziale nel filamento ed introducendo un potenziale estrattore esterno.



Filamento di tungsteno

Infine, il terzo capitolo, "Applicazioni", presenta le possibili aree di ricerca nelle quali l'acceleratore potrà essere utilizzato.

CAPITOLO 1:
GUIDA DI CAMPO MAGNETICO

1.1: Trattazione teorica del campo magnetico generato da una bobina di lunghezza finita

Al fine di determinare il campo magnetico generato da una bobina percorsa da corrente elettrica, si consideri dapprima una singola spira di raggio a posta parallelamente al piano xy con centro passante per l'asse z e percorsa da una corrente elettrica di intensità I (figura 1).

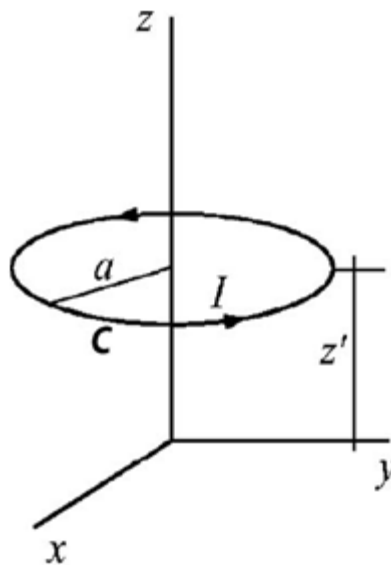


Figura 1: Spira percorsa da corrente

Il potenziale vettore \mathbf{A} per questo sistema vale:

$$\mathbf{A} = \mu_0 \frac{I}{4\pi} \oint_{spira} \frac{d\mathbf{l}'}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|}$$

in cui μ_0 è la permeabilità magnetica nel vuoto e $d\mathbf{l}'$ l'elemento di lunghezza infinitesimo della spira.

E' importante notare che il potenziale vettore non dipende dalla coordinata polare Φ e quindi, ai fini della determinazione del valore di \mathbf{A} , è possibile porlo pari a zero.

Inoltre il potenziale vettore giace lungo la stessa direzione della corrente elettrica, pertanto si può porre: $\mathbf{A} = A_\Phi \mathbf{u}_\Phi$ (\mathbf{u}_Φ è il versore giacente lungo la coordinata polare Φ), dove:

$$A_\Phi(\rho, z) = \mu_0 \frac{Ia}{2} \int_0^{+\infty} e^{-k|z-z'|} J_1(k\rho) J_1(ka) dk$$

in cui il simbolo J_1 rappresenta la funzione di Bessel del primo tipo di ordine uno (si veda l'appendice A) il cui andamento è mostrato in figura 5b.

Si consideri ora una bobina di lunghezza L costituita da N spire, raggio interno a e raggio esterno b (figura 2) :

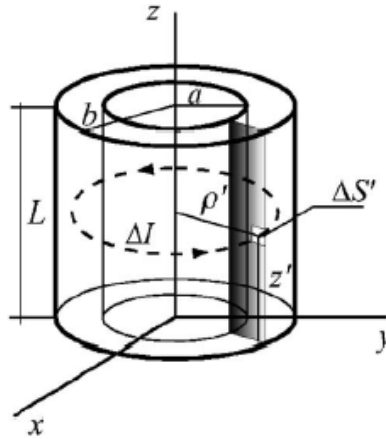


Figura 2: Bobina di lunghezza finita

La corrente che in essa circola NI , distribuita uniformemente al suo interno, fornisce una densità di corrente elettrica in modulo pari a :

$$k = \frac{\Delta I}{\Delta S'} = \frac{NI}{(b-a)L}$$

in cui $\Delta S' = \Delta \rho' \Delta z'$ rappresenta l'elemento finito di superficie.

Introducendo quest'ultima equazione nell'espressione di $A_\Phi(\rho, z)$ si ha:

$$A_\Phi(\rho, z) = \mu_0 \frac{NI}{2L(b-a)} \int_0^L dz' \int_a^b \rho' d\rho' \int_0^{+\infty} e^{-k|z-z'|} J_1(k\rho) J_1(k\rho') dk$$

L'integrazione rispetto a z' fornisce:

$$\int_0^L e^{-k|z-z'|} dz' = k^{-1} f(k, z)$$

Dove $f(k, z)$ è così definita (figura 3):

$$f(k, z) = e^{-k(z-L)} - e^{-kz} \quad \text{per } z \geq L \quad (\text{all'esterno della bobina})$$

$$f(k, z) = 2 - e^{-k(L-z)} - e^{-kz} \quad \text{per } z \leq L \quad (\text{all'interno della bobina})$$

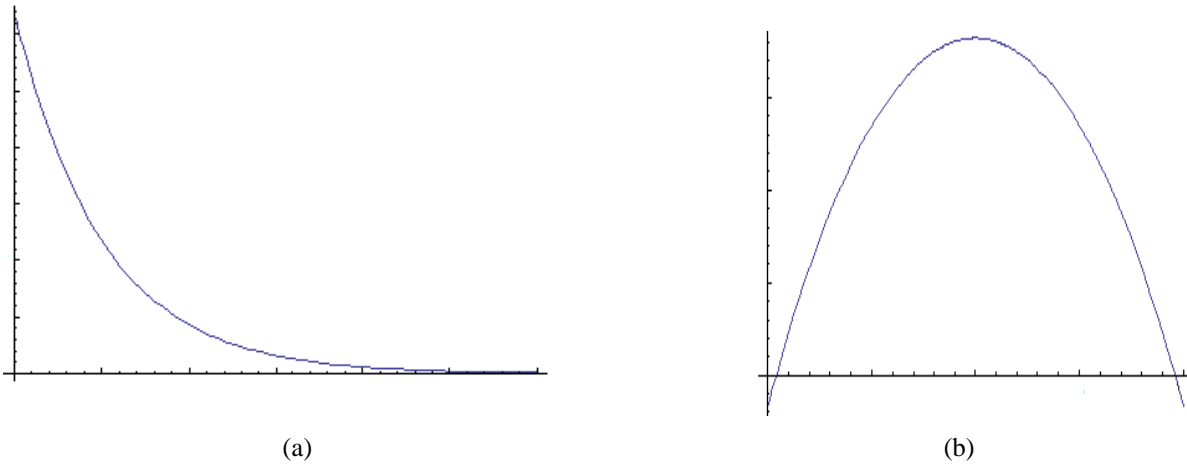


Figura 3: Funzione $f(k,z)$ (a) all'esterno della bobina; (b) all'interno della bobina

Mentre l'integrazione rispetto a ρ conduce all'espressione seguente:

$$A_{\Phi}(\rho,z) = \mu_0 \frac{NI\pi}{4L(b-a)} a^2 \int_0^{+\infty} f(k,z)g(k)k^{-1}J_1(k\rho)dk$$

La funzione $g(k)$ è data da:

$$g(k) = \frac{1}{ka} [-J_1(ka)H_0(ka) + \frac{b}{a} J_1(kb)H_0(kb) + J_0(ka)H_1(ka) - \frac{b}{a} J_0(kb)H_1(kb)]$$

nella quale le funzioni $H_0(x)$ e $H_1(x)$ sono le funzioni di Struve di ordine zero e di ordine uno rispettivamente e $J_0(x)$ è la funzione di Bessel del primo tipo di ordine zero (i loro andamenti sono mostrati in figura 4 e figura 5; per ulteriori dettagli si veda l'appendice A).

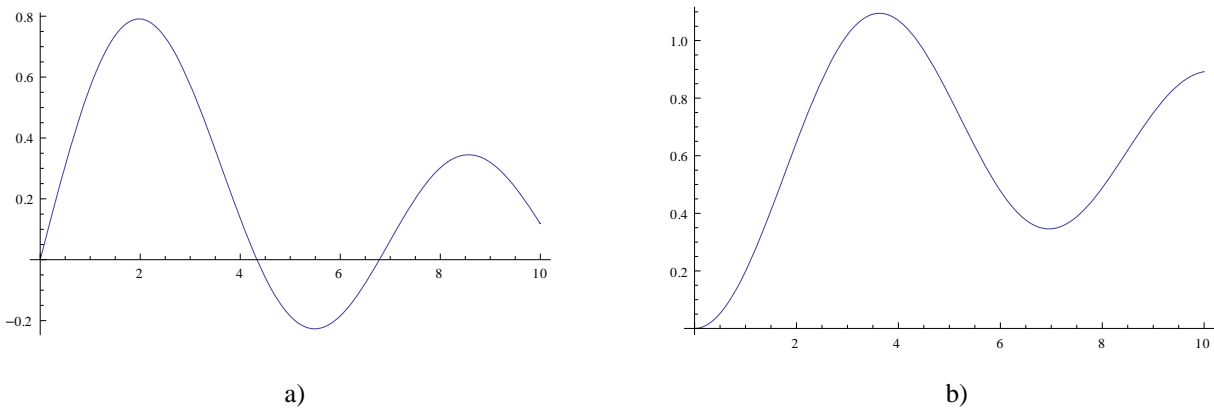


Figura 4: Funzione di Struve: a) di ordine zero; b) di ordine uno

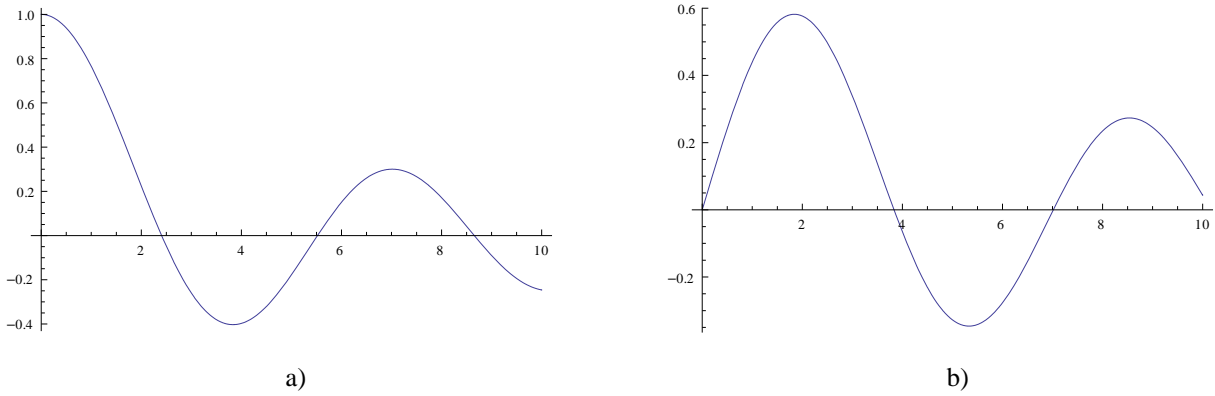


Figura 5: Funzione di Bessel del primo tipo: a) di ordine zero, b) di ordine uno

A questo punto è possibile determinare le componenti radiale e azimutale del campo magnetico generato dalla bobina mediante la relazione: $\mathbf{B} = \nabla_x \mathbf{A}$ che in coordinate cilindriche risulta:

$$\mathbf{B} = -\frac{\partial}{\partial z} A_{\Phi} \mathbf{u}_{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho A_{\Phi}) \mathbf{u}_z$$

ottenendo:

$$B_{\rho}(\rho, z) = \mu_0 \frac{NI\pi}{L} \frac{a^2}{4(b-a)} I_{\rho}(\rho, z) = B_0 I_{\rho}(\rho, z)$$

$$B_z(\rho, z) = \mu_0 \frac{NI\pi}{L} \frac{a^2}{4(b-a)} I_z(\rho, z) = B_0 I_z(\rho, z)$$

Nelle quali si sono eseguite le sostituzioni:

$$I_{\rho}(\rho, z) = \int_0^{+\infty} (e^{-k|z-L|} - e^{-kz}) g(k) J_1(k\rho) dk$$

$$I_z(\rho, z) = \int_0^{+\infty} f(k, z) g(k) J_0(k\rho) dk$$

$$B_0 = \mu_0 \frac{NI\pi}{L} \frac{a^2}{4(b-a)}$$

Gli andamenti della componente radiale, B_{ρ} , e della componente azimutale, B_z , sono riportate nelle figure seguenti (figura 6;7;8) in funzione del rapporto ρ/a .

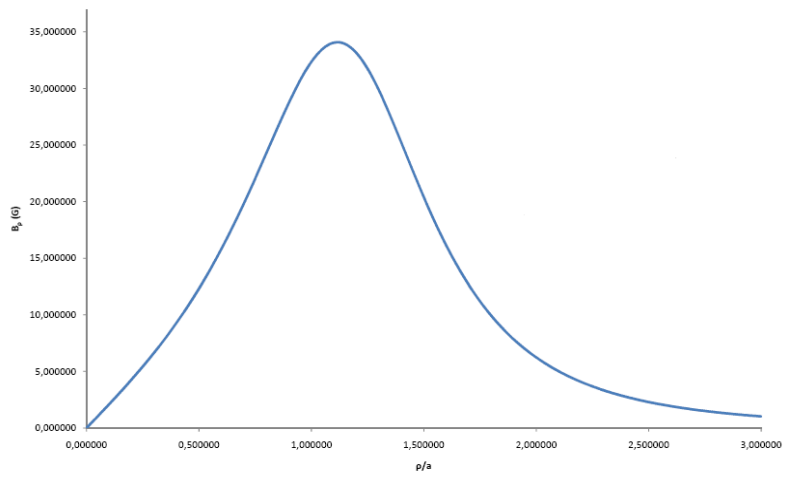


Figura 6: Andamento teorico del campo magnetico radiale B_ρ in funzione del rapporto ρ/a .

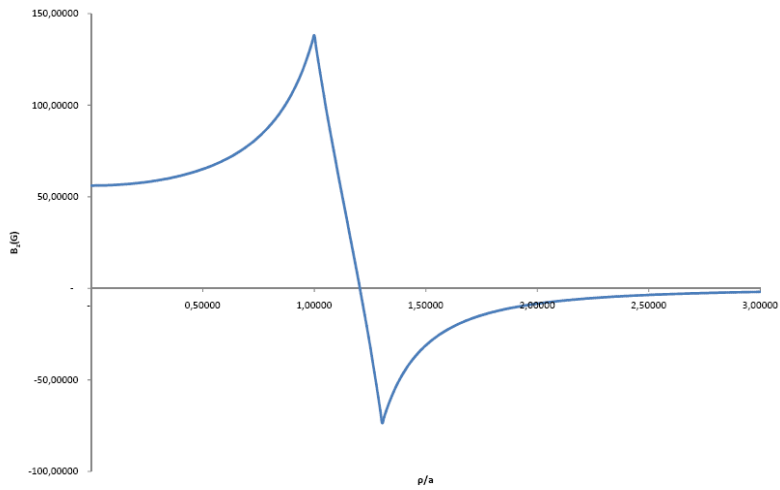


Figura 7: Andamento del campo magnetico azimutale B_z in funzione del rapporto ρ/a con $z < L$.

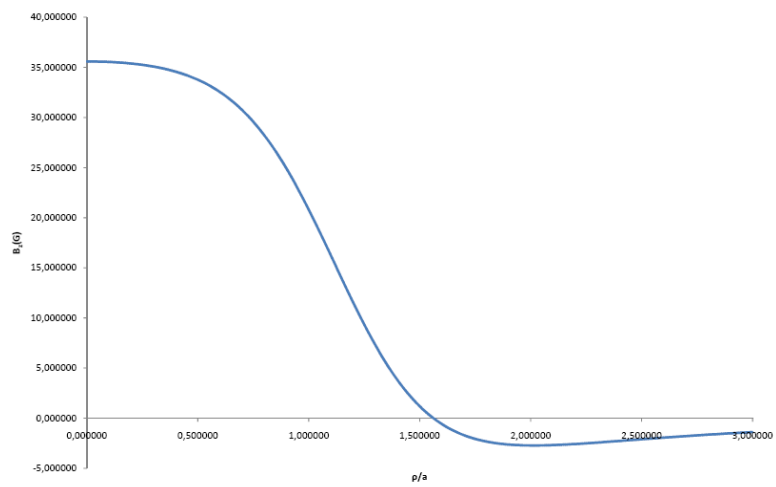


Figura 8: Andamento del campo magnetico azimutale B_z in funzione del rapporto ρ/a con $z > L$.

1.2: Misure di laboratorio

Lo strumento di misura: la sonda di Hall

Le misure del campo magnetico sono state eseguite mediante l'utilizzo di una sonda di Hall.

L'effetto Hall è un fenomeno che permette di determinare il campo magnetico presente in una regione di spazio sfruttando l'interazione che si instaura tra quest'ultimo e la corrente che scorre nella sonda dovuta alla sua tensione di alimentazione apportata da un generatore collegato alla sonda tramite i morsetti A e B (figura 9b).

Si assuma che la sonda sia percorsa da una densità di corrente \mathbf{J} lungo la direzione x ($\mathbf{J} = J\mathbf{u}_x$), che i portatori di carica al suo interno si muovano con velocità $\mathbf{v}_d = -v_d\mathbf{u}_x$ e che il campo magnetico sia disposto perpendicolarmente al piano su cui giace il vettore \mathbf{J} , ossia $\mathbf{B} = B\mathbf{u}_z$ (figura 9a).

I portatori di carica presenti nel materiale conduttore costituente la sonda, risentono della presenza del campo magnetico tramite la forza di Lorentz:

$$\mathbf{F}_L = q \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

nella quale q rappresenta la carica elettrica dei portatori di carica ($q = 1,602 \times 10^{-19}$ C), \mathbf{v} la loro velocità e \mathbf{B} il campo magnetico esterno, si ottiene:

$$\mathbf{F}_L = qv_d B (\mathbf{u}_x \times \mathbf{u}_z) = qv_d B \mathbf{u}_y$$

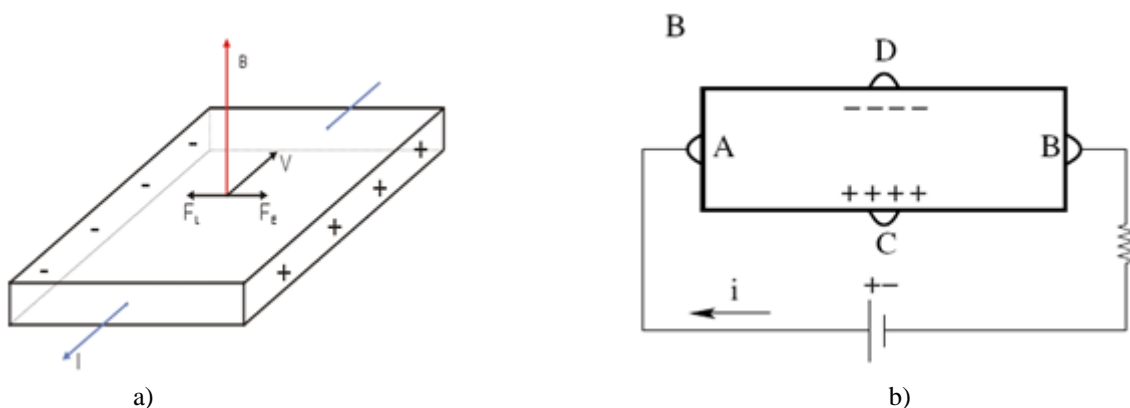


Figura 9: a) Sonda di Hall; b) Schema circuitale della sonda di Hall

Questa forza induce nella sonda una separazione, in direzione perpendicolare al campo magnetico e al segmento AB, dei portatori di carica di segno opposto e questo, a sua volta, genera un campo elettrico, il campo di Hall (E_H), che tende a ristabilire la neutralità elettrica delle due zone e che cresce fino a quando la forza da esso esercitata sui portatori eguaglia la forza indotta dal campo magnetico:

$$ev_d B = eE_H$$

$$\mathbf{E}_H = -v_d \mathbf{B} \mathbf{u}_x$$

Poiché il campo di Hall è conservativo è possibile ricavare la differenza di potenziale, V_{CD} , presente ai capi della sonda attraverso la relazione:

$$V_{CD} = \frac{IB}{eN}d$$

nella quale N rappresenta il numero totale di portatori di carica presenti all'interno della sonda e d è il suo spessore. Tipicamente per un materiale metallico si assume una densità di portatori di carica di 10^{22} cm^{-3} .

Questo segnale di tensione costituisce l'uscita della sonda che viene poi elaborato da un opportuno circuito elettronico per fornire, tramite relazioni di proporzionalità, il valore del campo magnetico che l'ha prodotta.

Il sistema di riferimento adottato per le misure di campo magnetico presenta l'asse z parallelo all'asse di simmetria orizzontale della bobina, l'asse y parallelo all'asse di simmetria verticale e l'origine giacente sul raggio interno della corona circolare in corrispondenza dell'inizio di quest'ultima.

Partendo dall'origine del sistema di riferimento, il campo magnetico è stato rilevato spostando la sonda di Hall su di una griglia immaginaria con passo di 1 cm sia lungo la direzione dell'asse z (profondità), partendo dalla coordinata con $z = -0,5 \text{ cm}$ fino a quella con $z = 6,5 \text{ cm}$, che lungo la direzione dell'asse y (altezza), partendo da $y = 0,0 \text{ cm}$ fino a $y = 26,2 \text{ cm}$, ad eccezione del primo punto che dista dall'origine 1,2 cm.

Dati tecnici della bobina:

Materiale: Rame (Cu);

Raggio esterno: $R = 0,19$ m;

Raggio interno: $r = 0,14$ m;

Spessore: $s = 0,05$ m;

Corrente: $I = 7$ A.

Numero di spire: $N = 180$;

Dati tecnici della singola spira:

Sezione: $A = (5 \times 3) \text{mm}^2$;

Densità di corrente: $J = 0,47 \text{ A/mm}^2$

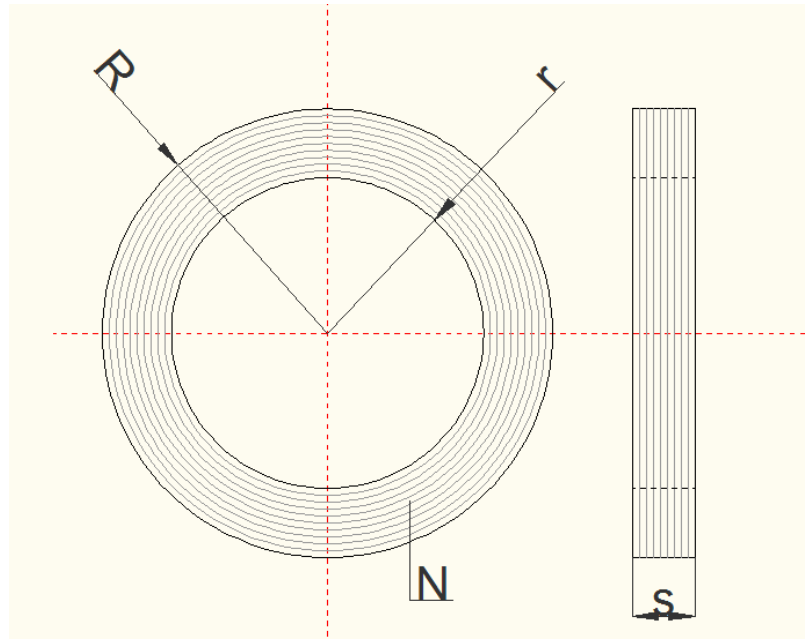


Figura 10: Proiezione ortogonale della bobina

I dati ottenuti (espressi in gauss) sono riportati nella tabella sottostante:

Altezza(cm)	Profondità (cm)							
	-0,5	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5
0,0	58,2	80,8	94,7	99,6	96,2	82,9	62,8	48,0
1,2	58,0	70,6	79,0	82,5	80,9	73,1	61,7	51,2
2,2	55,8	63,3	68,3	70,7	69,4	64,4	58,1	50,6
3,2	54,2	60,7	64,8	66,5	65,3	61,5	55,9	50,0
4,2	51,3	55,5	58,5	59,8	59,2	56,6	52,7	48,0
5,2	48,6	51,5	53,4	54,1	53,6	51,8	49,0	45,7
6,2	46,8	49,1	50,6	51,1	50,5	49,2	47,1	44,2
7,2	45,0	47,0	48,1	48,6	48,1	46,9	45,1	42,8
8,2	44,0	45,7	46,6	46,9	46,5	45,4	43,8	41,8
9,2	43,2	44,5	45,3	45,6	45,2	44,2	42,8	40,9
10,2	42,3	43,7	44,4	44,6	44,2	43,2	41,9	40,3
11,2	41,8	43,0	43,7	43,9	43,5	42,7	41,3	39,7
12,2	41,4	42,6	43,1	43,3	42,9	42,1	40,8	39,2
13,2	41,4	42,4	42,9	43,0	42,6	41,9	40,6	39,1
14,2	41,4	42,4	42,9	43,0	42,6	41,7	40,5	38,8
15,2	41,7	42,7	43,3	43,3	42,8	42,0	40,7	39,0
16,2	42,1	43,2	43,8	43,8	43,3	42,4	40,9	39,2
17,2	42,7	43,9	44,5	44,6	44,0	43,0	41,6	39,7
18,2	43,8	45,2	45,8	45,8	45,1	43,9	42,1	40,2
19,2	44,9	46,4	47,1	47,1	46,4	45,0	43,1	40,7
20,2	46,6	48,3	49,1	49,1	48,1	46,3	44,3	41,2
21,2	48,4	50,5	51,5	51,5	50,2	48,2	45,6	42,3
22,2	50,9	53,6	54,9	54,9	53,3	50,9	47,4	43,2
23,2	53,6	57,4	59,2	59,4	57,0	53,4	49,1	44,1
24,2	57,0	62,2	64,9	64,6	61,7	57,1	51,1	45,0
25,2	61,3	69,2	72,9	72,6	68,2	60,9	52,8	45,2
26,2	65,8	78,5	84,3	83,7	77,1	66,5	54,4	44,6

Tabella 1: Misure del campo magnetico

Per ogni misura del campo magnetico si è assunto un'incertezza pari alla risoluzione della sonda di

Hall utilizzata: $\sigma_{\text{per}} = 0,1 \text{ G}$ ed un'incertezza sulle coordinate di $\sigma_c = 0,1 \text{ cm}$.

A titolo dimostrativo si riportano due grafici (figura 11 e figura 12), il primo in funzione della profondità (asse z) ed il secondo in funzione dell'altezza (asse y), dei dati contenuti nella precedente tabella.

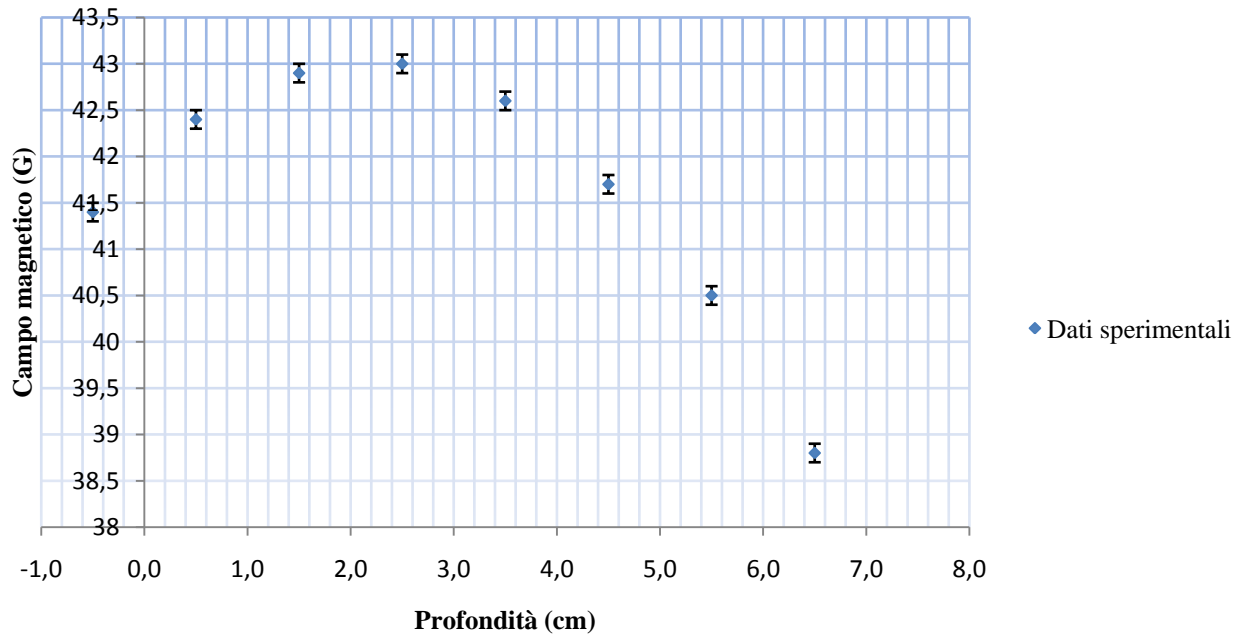


Figura 11:

Grafico relativo alle misure sperimentali di campo magnetico in funzione della profondità ad un' altezza $H = 14,2$ cm.

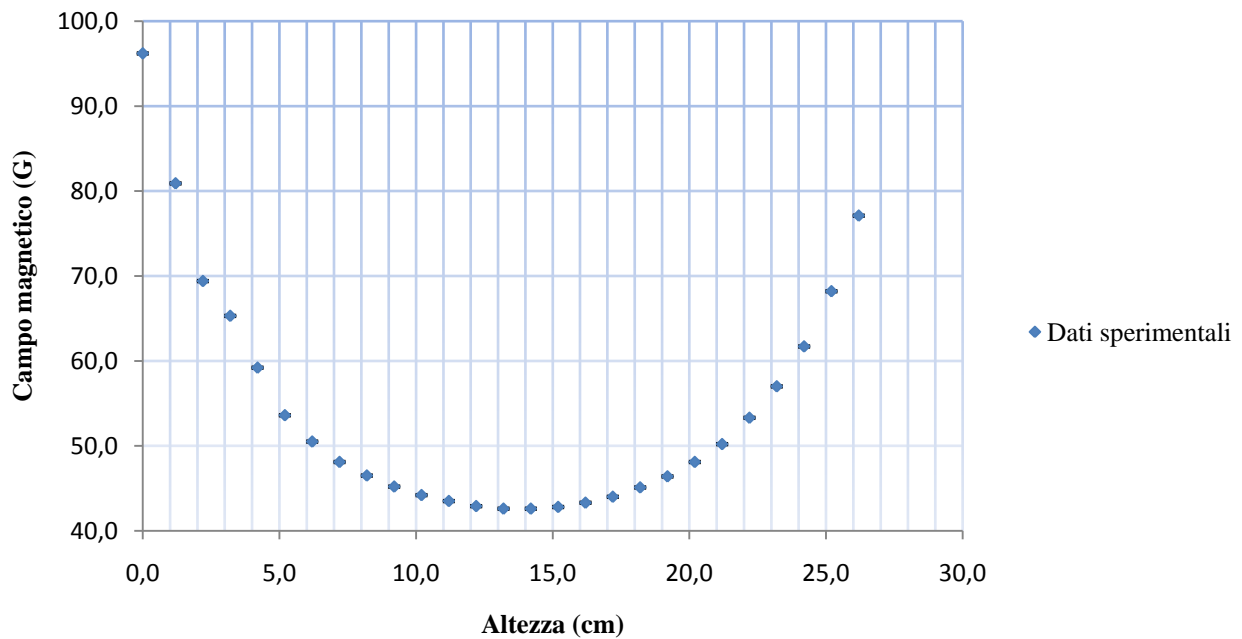


Figura 12:

Grafico relativo alle misure sperimentali di campo magnetico in funzione dell'altezza ad una profondità di $z = 3,5$ cm.

1.3: Caratterizzazione della bobina

Determinazione del centro della bobina

Per una corretta interpretazione e successivo utilizzo dei dati sperimentali, è stato necessario verificare se vi è coincidenza tra il centro geometrico della bobina e il punto di massima intensità del campo magnetico da essa generato (in condizioni ottimali i due punti devono coincidere).

A tale scopo è stato implementato un algoritmo di interpolazione mediante il software ROOT CERN.

Il programma (il cui listato è presentato in appendice B) riceve in ingresso tre valori di campo magnetico che vengono interpolati mediante una curva parabolica di equazione:

$y = Ax^2 + Bx + C$, fornendo in uscita i coefficienti della curva interpolatrice A, B,C e le rispettive deviazioni standard. Questo procedimento è stato eseguito sulle misure del campo magnetico in funzione dell'altezza (coordinata H) e della profondità (coordinata z).

Interpolazione parabolica delle misure di campo magnetico in funzione della profondità

Il grafico sotto riportato (figura 13) mostra l' interpolazione parabolica in funzione della profondità ed in corrispondenza di una coordinata di altezza pari ad $H = 14,2$ cm; in ascissa sono riportati i valori delle coordinate di profondità, espressi in centimetri, e in ordinate quelli di campo magnetico misurato, espressi in gauss.

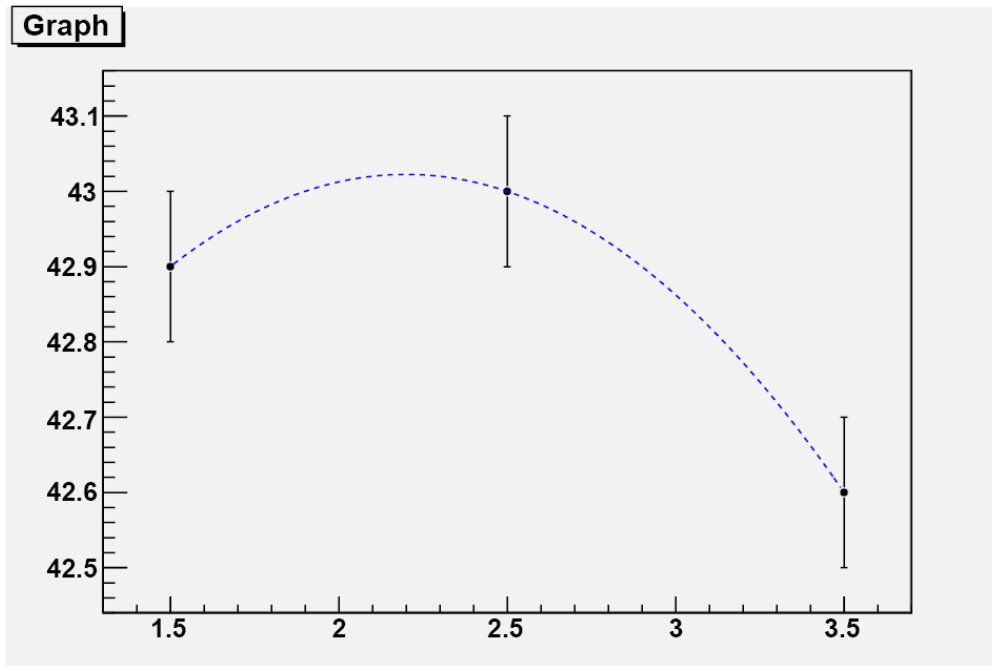


Figura 13: Interpolazione parabolica in funzione della profondità

I punti considerati sono stati: $z = 1,5$ cm , $z = 2,5$ cm e $z = 3,5$ cm in quanto tra questi è contenuto il valore massimo del campo magnetico.

ROOT CERN fornisce i seguenti dati:

h(cm)	A	σ_A	B	σ_B	C	σ_C
14,2	-0,217	0,050	0,917	0,205	42,060	0,171

La coordinata corrispondente al massimo la si ottiene ponendo uguale a zero la derivata prima della parabola :

$$\frac{dB}{dz} = 2Az + B = 0$$

risulta :

$$z_{MAX} = 2,113 \text{ cm}$$

La deviazione standard associata al punto di massimo appena trovato dovuta all'interpolazione la si ottiene tramite la legge di propagazione dell'errore:

$$\sigma_{\text{fit}} = z_{\text{MAX}} \left[\left(\frac{\sigma}{A} \right)^2 + \left(\frac{\sigma}{B} \right)^2 \right]^{1/2}$$

risulta

$$\sigma_{\text{fit}} = 0,678 \text{ cm}$$

Infine la deviazione standard totale la si ottiene dalla seguente espressione:

$$\sigma_{\text{tot}} = \left[\sigma_{\text{sper}}^2 + \sigma_{\text{fit}}^2 \right]^{1/2}$$

Ovvero: $\sigma_{\text{tot}} = 0,7 \text{ cm}$.

Pertanto, la coordinata di profondità che, ad un'altezza $H = 14,2 \text{ cm}$, corrisponde al valore massimo di campo magnetico è: $z_{\text{MAX}} = 2,1 \text{ cm} \pm 0,7 \text{ cm}$ e coincide con la profondità del centro della bobina sempre per il valore dell'altezza considerato. Il procedimento appena descritto è stato applicato per ogni valore di altezza; i dati dell'interpolazione sono riportati nella tabella che segue (tabella 2) ed i relativi grafici sono presentati in appendice C.

h(cm)	A	σ_A	B	σ_B	C	σ_C	Massimo(cm)	σ_{fit}	$\sigma_{sper}(cm)$	$\sigma_{tot}(cm)$
0,0	-4,318	0,050	22,365	0,205	70,804	0,171	2,6	0,038	0,1	0,1
1,2	-2,505	0,050	13,466	0,205	64,504	0,171	2,7	0,067	0,1	0,1
2,2	-1,573	0,050	8,339	0,205	59,535	0,171	2,7	0,107	0,1	0,1
3,2	-1,318	0,050	6,805	0,205	57,664	0,171	2,6	0,125	0,1	0,2
4,2	-0,910	0,050	4,864	0,205	53,355	0,171	2,7	0,185	0,1	0,2
5,2	-0,618	0,050	3,159	0,205	50,106	0,171	2,6	0,265	0,1	0,3
6,2	-0,508	0,050	2,511	0,205	48,015	0,171	2,5	0,317	0,1	0,3
7,2	-0,405	0,050	2,006	0,205	46,109	0,171	2,5	0,397	0,1	0,4
8,2	-0,315	0,050	1,520	0,205	45,069	0,171	2,4	0,502	0,1	0,5
9,2	-0,303	0,050	1,459	0,205	43,848	0,171	2,4	0,523	0,1	0,5
10,2	-0,290	0,050	1,324	0,205	43,145	0,171	2,3	0,529	0,1	0,5
11,2	-0,278	0,050	1,275	0,205	42,459	0,171	2,3	0,555	0,1	0,6
12,2	-0,208	0,050	0,923	0,205	42,271	0,171	2,2	0,729	0,1	0,7
13,2	-0,198	0,050	0,863	0,205	42,063	0,171	2,2	0,758	0,1	0,8
14,2	-0,217	0,050	0,917	0,205	42,060	0,171	2,1	0,678	0,1	0,7
15,2	-0,260	0,050	1,062	0,205	42,301	0,171	2,0	0,556	0,1	0,6
16,2	-0,258	0,050	1,041	0,205	42,837	0,171	2,0	0,559	0,1	0,6
17,2	-0,285	0,050	1,168	0,205	43,460	0,171	2,1	0,508	0,1	0,5
18,2	-0,310	0,050	1,214	0,205	44,700	0,171	2,0	0,457	0,1	0,5
19,2	-0,360	0,050	1,422	0,205	45,851	0,171	2,0	0,395	0,1	0,4
20,2	-0,450	0,050	1,736	0,205	47,566	0,171	1,9	0,313	0,1	0,3
21,2	-0,578	0,050	2,241	0,205	49,522	0,171	1,9	0,244	0,1	0,3
22,2	-0,703	0,050	2,727	0,205	52,462	0,171	1,9	0,201	0,1	0,2
23,2	-1,045	0,050	4,094	0,205	55,593	0,171	2,0	0,136	0,1	0,2
24,2	-1,395	0,050	5,394	0,205	59,931	0,171	1,9	0,101	0,1	0,1
25,2	-2,053	0,050	7,879	0,205	65,770	0,171	1,9	0,068	0,1	0,1
26,2	-3,093	0,050	11,867	0,205	73,449	0,171	1,9	0,045	0,1	0,1

Tabella 2: Parametri dell'interpolazione parabolica in funzione della profondità

Interpolazione parabolica delle misure di campo magnetico in funzione dell'altezza

Il grafico sotto riportato (figura 14) mostra l'interpolazione parabolica in funzione dell'altezza ed in corrispondenza di una coordinata di profondità pari a $z = 3,5$ cm; in ascissa sono riportati i valori di altezza, espressi in centimetri, e in ordinate quelli di campo magnetico, espressi in gauss.

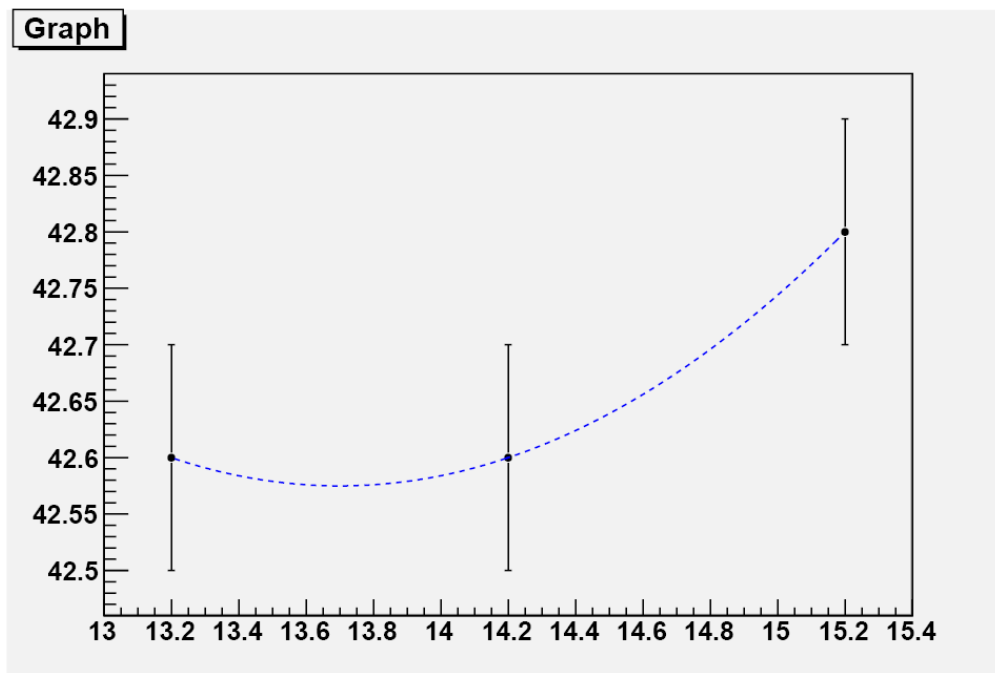


Figura 14: Interpolazione parabolica in funzione dell'altezza

I punti considerati sono stati : $H = 13,2$ cm, $H = 14,2$ cm e $H = 15,2$ cm in quanto tra questi è contenuto il punto di minimo del campo magnetico.

ROOT CERN ha fornito i seguenti dati:

d(cm)	A	σ_A	B	σ_B	C	σ_C
3,5	0,150	0,003	-4,170	0,061	71,568	0,600

Con un procedimento analogo a quello seguito nel caso precedente si è ottenuto che:

il valore minimo del campo magnetico, con $z = 3,5$ cm, si trova in corrispondenza della coordinata

$H_{\min} = 13,900$ cm, con una deviazione standard dovuta all'interpolazione pari a

$\sigma_{\text{fit}} = 0,344$ cm ed incertezza totale di $\sigma_{\text{tot}} = 0,4$ cm.

Pertanto, l' altezza del centro della bobina, ad una profondità di $z = 3,5$ cm, è di

$$H_{\min} = 13,9 \text{ cm} \pm 0,4 \text{ cm.}$$

Questo procedimento di calcolo è stato applicato per ogni valore di profondità; i dati dell' interpolazione relativi alle altre coordinate sono riportati nella tabella 3 ed i grafici nell'appendice C.

d(cm)	A	σ_A	B	σ_B	C	σ_C	Minimo(cm)	σ_{fit}	$\sigma_{\text{sper}}(\text{cm})$	$\sigma_{\text{tot}}(\text{cm})$
-0,5	0,010	0,003	-0,274	0,065	43,344	0,586	13,7	5,620	0,1	5,6
0,5	0,130	0,003	-3,542	0,065	66,553	0,586	13,6	0,431	0,1	0,4
1,5	0,145	0,003	-3,943	0,065	69,683	0,586	13,6	0,386	0,1	0,4
2,5	0,160	0,003	-4,374	0,065	72,858	0,586	13,7	0,351	0,1	0,4
3,5	0,150	0,003	-4,170	0,061	71,568	0,600	13,9	0,341	0,1	0,4
4,5	0,205	0,003	-5,777	0,061	82,457	0,600	14,1	0,251	0,1	0,3
5,5	0,140	0,003	-3,966	0,061	68,648	0,600	14,2	0,369	0,1	0,4
6,5	0,215	0,003	-6,111	0,061	82,304	0,600	14,2	0,241	0,1	0,3

Tabella 3: Parametri dell'interpolazione parabolica in funzione dell'altezza

Interpolazione lineare dei punti di massimo e di minimo del campo magnetico

Una volta ottenute tutte le coordinate di profondità corrispondenti ai massimi del campo magnetico (z_{MAX}), è possibile ricavarne l'andamento in funzione dell'altezza della bobina, come mostrato nel grafico di figura 15, nel quale è anche riportata l'interpolazione lineare di equazione: $y = mx + q$ svolta mediante un programma eseguito con ROOT CERN (per il listato si veda l'appendice B). Tale programma fornisce i valori dei coefficienti m e q e le relative deviazioni standard.

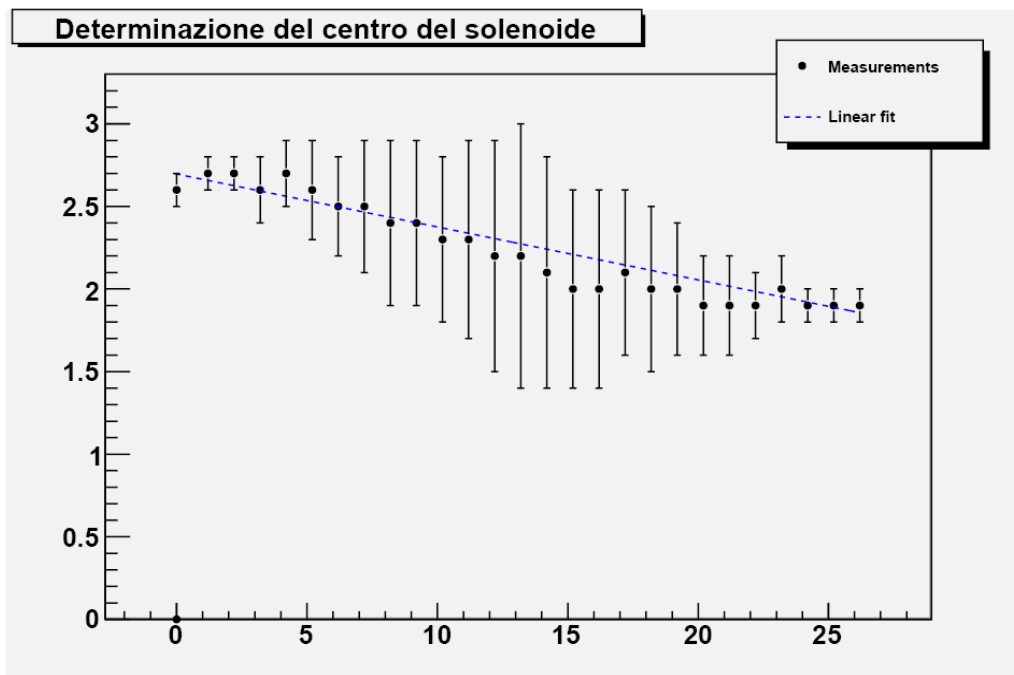


Figura 15:

Grafico delle profondità di massimo in funzione dell'altezza e relativa interpolazione lineare (valori in tabella 2)

La retta che interpola i punti ha la seguente equazione :

$$z_{MAX} = -0,032 H + 2,696$$

le deviazioni standard sui coefficienti sono:

$$\sigma_m = 0,003 \text{ e } \sigma_q = 0,055$$

L'angolo di inclinazione della retta risulta pari a : $\varphi = \arctan(-0,032) = -0,032$ rad che corrispondono a $\varphi = -1,83^\circ$, con un'incertezza data dall'espressione seguente:

$$\sigma_\varphi = \frac{1}{1+\varphi^2} \sigma_m$$

sostituendo i valori numerici si ottiene : $\sigma_\varphi = 0,17^\circ$.

Pertanto si può affermare che la bobina forma con l'asse y un angolo di $\varphi = 1,83^\circ \pm 0,17^\circ$ nell'ottante con $y > 0$ e $z < 0$, difatti l'inclinazione della retta interpolatrice coincide con l'inclinazione della bobina stessa.

Operando la media geometrica sulle coordinate z_{MAX} si ricava la profondità del centro della bobina:

$$z_C = \left[\frac{1}{n} \sum_{k=1}^{27} z_{MAX,k}^2 \right]^{1/2}$$

con un'incertezza data dall'espressione:

$$\sigma_z = \left[\frac{1}{n} \sum_{k=1}^{27} \sigma_{tot,k}^2 \right]^{1/2}$$

nelle quali $n = 27$ rappresenta il numero di valori sui quali sono stati valutati i due parametri;

sostituendo i valori numerici si ottiene: $z_C = 2,3 \text{ cm} \pm 0,4 \text{ cm}$.

Lo stesso procedimento è stato applicato anche per l'altezza del centro della bobina.

Il grafico di figura 16 mostra l'andamento delle altezze in corrispondenza delle quali si hanno i minimi di campo magnetico (H_{min}) e la relativa interpolazione lineare (per il listata del programma si veda l'appendice B).

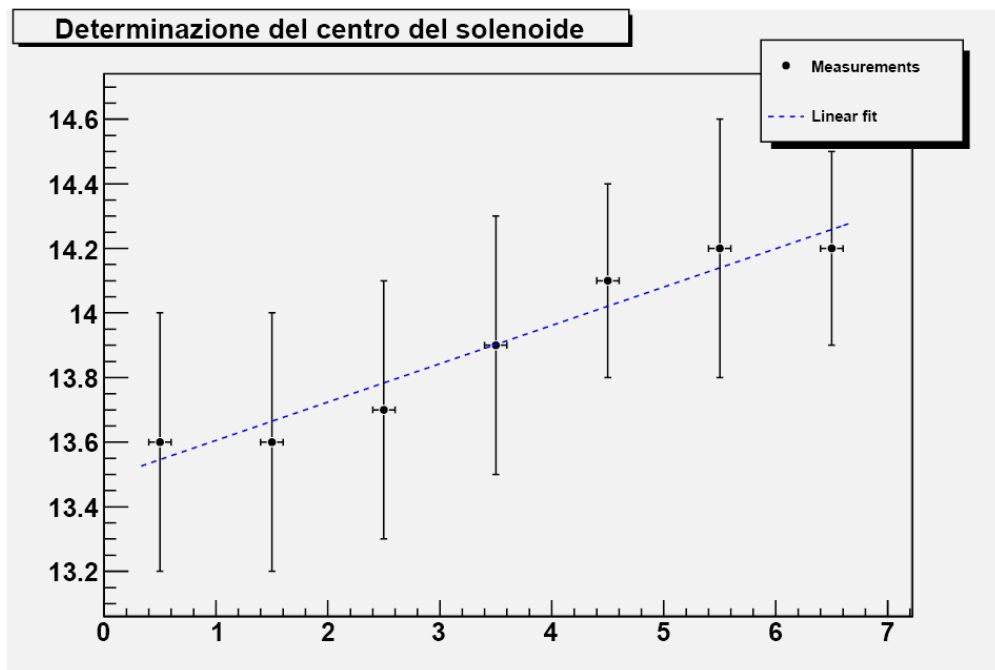


Figura 16:

Grafico delle altezze di minimo in funzione della profondità e relativa interpolazione lineare (valori in tabella 3)

Dato l'elevato valore della deviazione standard totale associata alla coordinata $z = -0,5$ cm, questa non viene considerata nell'interpolazione lineare.

La retta che interpola ha la seguente espressione:

$$H_{\min} = 0,119z + 13,487$$

le deviazioni standard sui coefficienti sono:

$$\sigma_m = 0,068 \text{ e } \sigma_q = 0,296$$

L'angolo di inclinazione della retta risulta: $\theta = \arctan(0,119) = 0,118$ rad che corrisponde a $\theta = 6,79^\circ$ con un'incertezza $\sigma_\theta = 3,84^\circ$.

Quindi si può affermare che la bobina presenta un'inclinazione intrinseca, dovuta alla non perfetta uniformità dei suoi avvolgimenti, di $6,79^\circ \pm 3,84^\circ$. A differenza del caso precedente, l'inclinazione della retta interpolatrice non rappresenta quella della bobina.

Eseguendo la media geometrica sulle coordinate H_{\min} (con $n = 7$) si ottiene l'altezza del suo centro H_C (e l'incertezza ad essa associata è stata calcolata con la stessa equazione usata per il calcolo di σ_z):

$$H_C = 13,9 \text{ cm} \pm 0,4 \text{ cm}$$

Calcolo del coefficiente K

Successivamente è stato utilizzato un programma di simulazione del campo magnetico generato da una bobina avente la medesima corrente di alimentazione e la stesse caratteristiche geometriche di quella oggetto delle misure ma con il centro situato in corrispondenza delle coordinate precedentemente ricavate z_C e H_C . Confrontando i dati ottenuti dalla simulazione con le misure sperimentali, si nota che questi presentano, con buona approssimazione, lo stesso andamento funzionale; tuttavia è presente una diversità tra i loro moduli. Infatti, come è possibile notare dai grafici riportati in figura 17 e in figura 18 (il primo in funzione della profondità il secondo in funzione dell'altezza), i valori simulati sono maggiori di quelli ottenuti sperimentalmente.

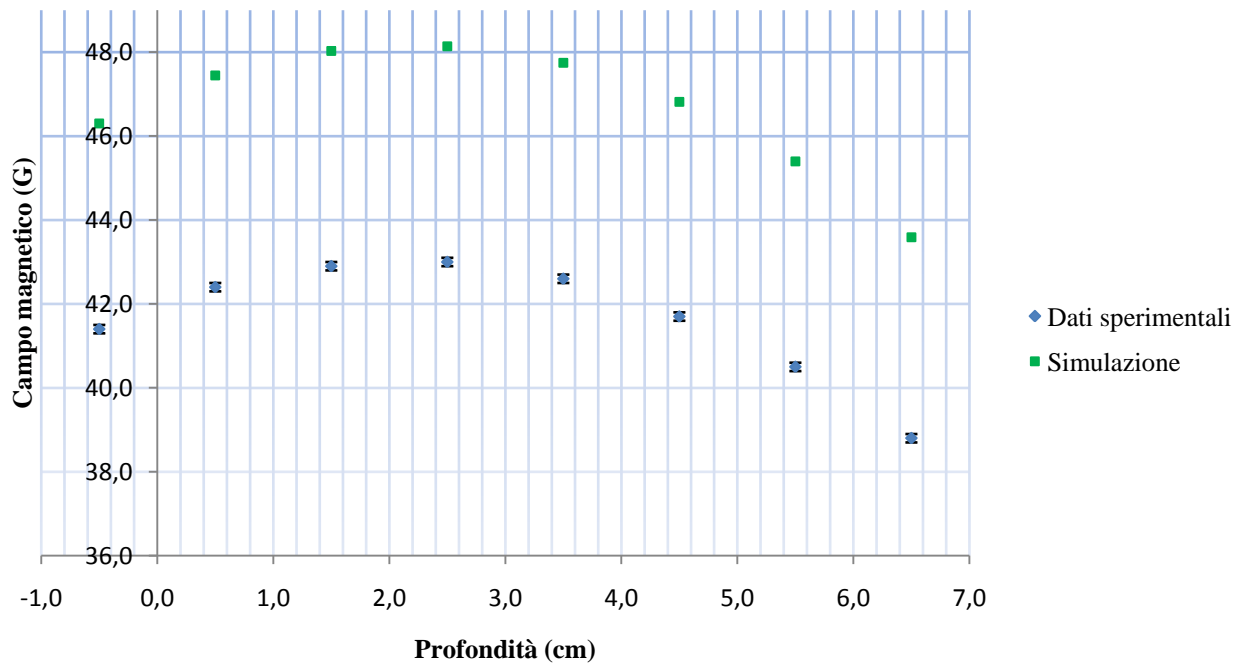


Figura 17: Andamento dei dati sperimentali e simulati in funzione della profondità e con $H = 14,2$ cm

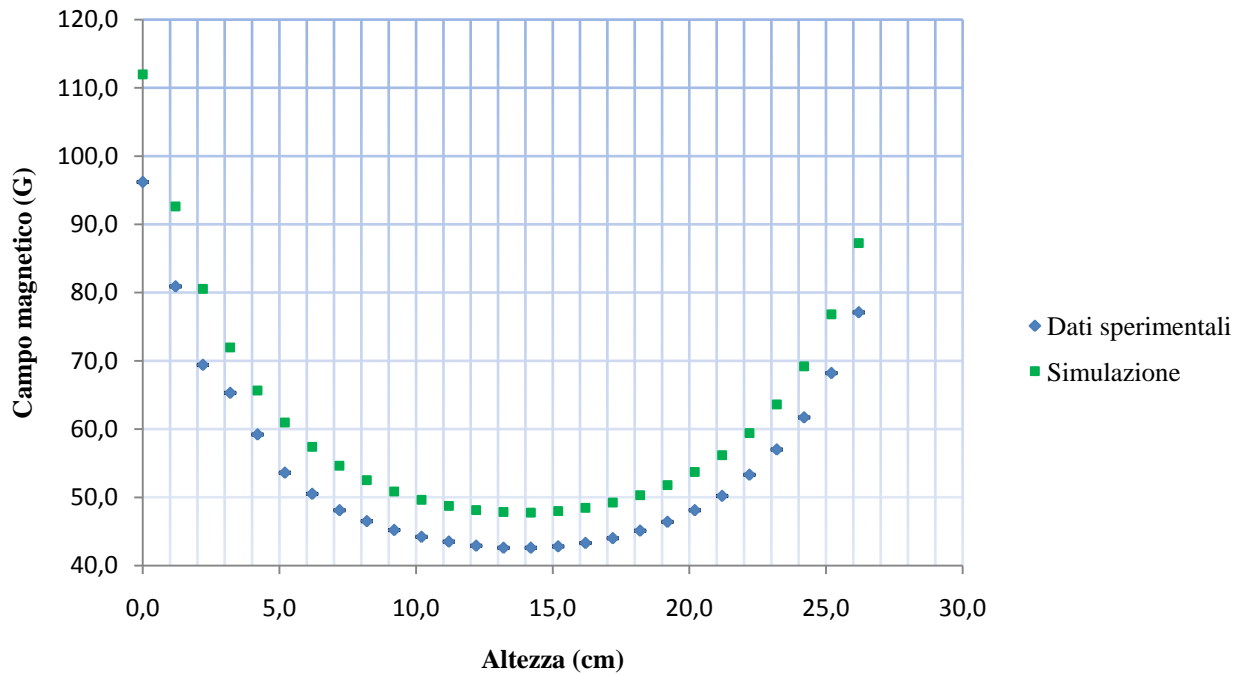


Figura 18: Andamento dei dati sperimentali e simulati in funzione dell'altezza con $z = 3,5$ cm

Per questo motivo è stato introdotto un coefficiente adimensionale K definito come la media aritmetica dei rapporti k_i , valutati in ogni punto, tra il valore misurato di campo magnetico ed il valore simulato dal programma (la tabella 4 ne riporta i valori):

$$K = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{216} k_i$$

con $n = 216$ il numero di rapporti considerati, e tale per cui:

$$N_E = K N_S$$

dove N_E e N_S rappresentano rispettivamente il numero di spire effettivo e quello sperimentale.

Per definizione dello stesso, K deve essere minore dell'unità; esso fornisce il numero di spire che deve avere la bobina ideale equivalente per generare un campo magnetico che ricalchi l'andamento di quello prodotto dalla bobina reale.

Dalla trattazione teorica:

$$B_\rho(\rho, z) = \mu_0 \frac{NI\pi}{L} \frac{a^2}{4(b-a)} I_\rho(\rho, z) = B_0 I_\rho(\rho, z)$$

$$B_z(\rho, z) = \mu_0 \frac{NI\pi}{L} \frac{a^2}{4(b-a)} I_z(\rho, z) = B_0 I_z(\rho, z)$$

si evince che il campo magnetico è funzione del numero di spire N , della corrente I passante nella bobina e dalla sua geometria, espressa mediante i parametri di raggio interno (a) e raggio esterno (b). Pertanto fissata la geometria e la corrente, che sono grandezze conosciute con incertezza trascurabile da poterle ritenere esatte e che quindi le si può considerare come delle costanti nell'equazione, l'unico errore che si ha sull'andamento del campo magnetico deriva dall'incertezza sul numero di spire ($B \approx N \text{ cost}$), che è un fattore dell'equazione. Per questo motivo è stato introdotto un coefficiente correttivo moltiplicativo invece di una traslazione tra i dati sperimentali e quelli simulati.

Altezza(cm)	Profondità (cm)							
	-0,5	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5
0,0	0,9	0,9	0,7	0,7	0,9	1,1	1,1	1,1
1,2	0,8	0,8	0,8	0,8	0,9	1,0	1,0	1,0
2,2	0,8	0,8	0,8	0,8	0,9	0,9	1,0	1,0
3,2	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	1,0	1,0
4,2	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	1,0
5,2	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
6,2	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
7,2	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
8,2	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
9,2	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
10,2	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
11,2	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
12,2	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
13,2	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
14,2	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
15,2	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
16,2	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
17,2	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
18,2	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
19,2	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
20,2	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
21,2	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
22,2	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
23,2	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
24,2	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
25,2	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
26,2	1,0	1,0	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9

Tabella 4: Valori dei coefficienti k_i

Con questi valori dei coefficienti k_i , è stato costruito l'istogramma di figura 19 (il cui listato è presentato in appendice B) e una sua interpolazione gaussiana nella forma:

$$f(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(k-K)^2}{2\sigma^2}}$$

fornisce i seguenti valori di media, ossia il K cercato, e rispettiva deviazione standard:

$$K = 0,90$$

$$\sigma_K = 0,01$$

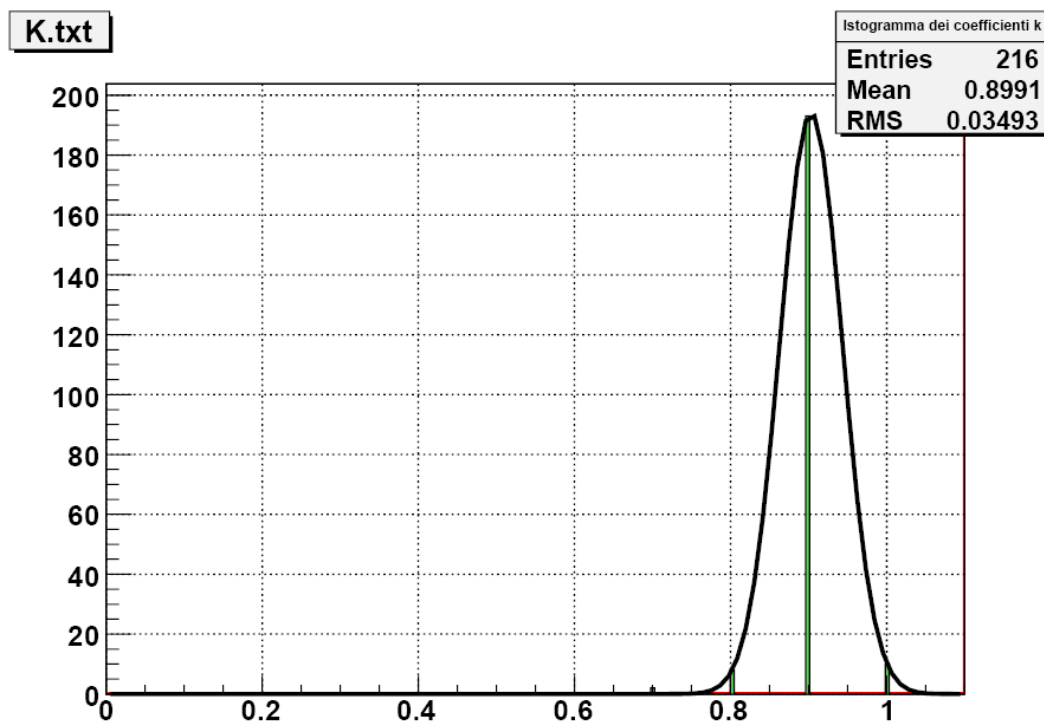


Figura 19: Istogramma relativo ai valori k_i della tabella 4

Pertanto: $K = 0,90 \pm 0,01$ e si ricava: $N_E = 162 \pm 2$.

Le cause dell'incertezza sul numero di spire sono da ricercare nelle non idealità della bobina.

In particolare, essendo quest'ultima già assemblata e ricoperta da un collante di materiale isolante, non è stato possibile eseguire una misura diretta, pertanto il parametro N è stato ricavato moltiplicando la densità superficiale di spire (ricavata contando il numero di avvolgimenti visibili lungo le due dimensioni della sezione della bobina) per l'area della sezione stessa.

Questa misura indiretta si basa sull'assunzione che il numero di avvolgimenti sia costante su ogni sezione della bobina, ma questo non si verifica anche a causa della possibile presenza del collante tra gli avvolgimenti.

Conclusioni

Costruendo un grafico che riporta i valori sperimentali e quelli attesi, questi ultimi calcolati come il prodotto tra il coefficiente K e i valori forniti dalla simulazione, in funzione della profondità (figura 20) e dell'altezza (figura 21), si può dedurre che è presente un buon accordo tra la teoria e le misurazioni per i valori di campo magnetico in prossimità del centro della bobina.

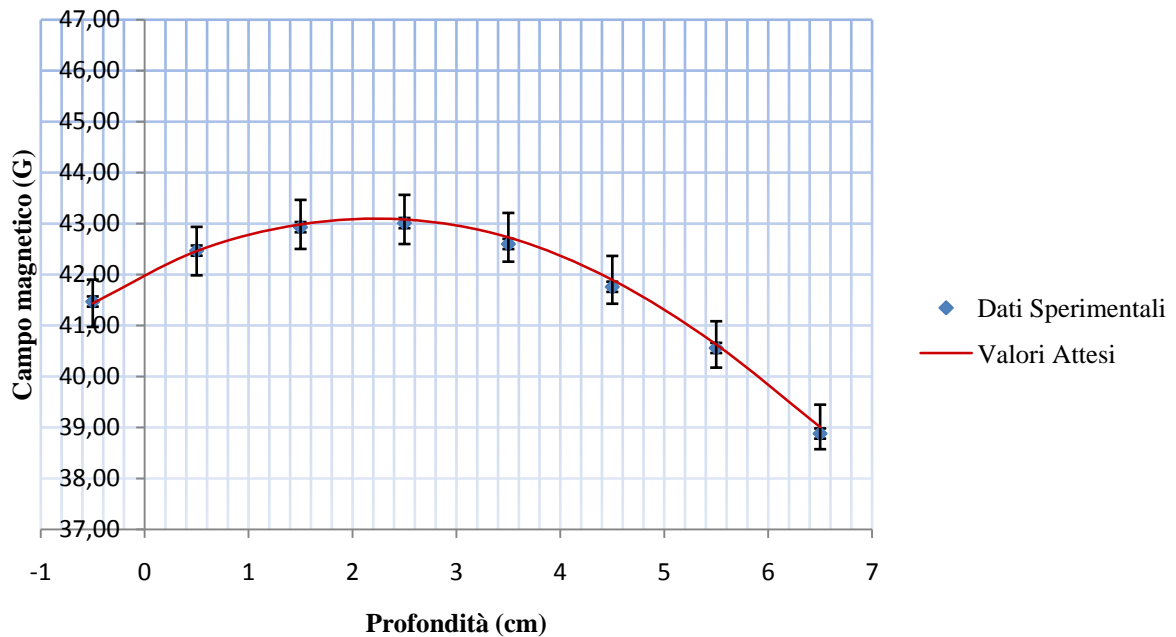


Figura 20: Accordo tra dati sperimentali e valori attesi in funzione della profondità con $H = 14,2$ cm

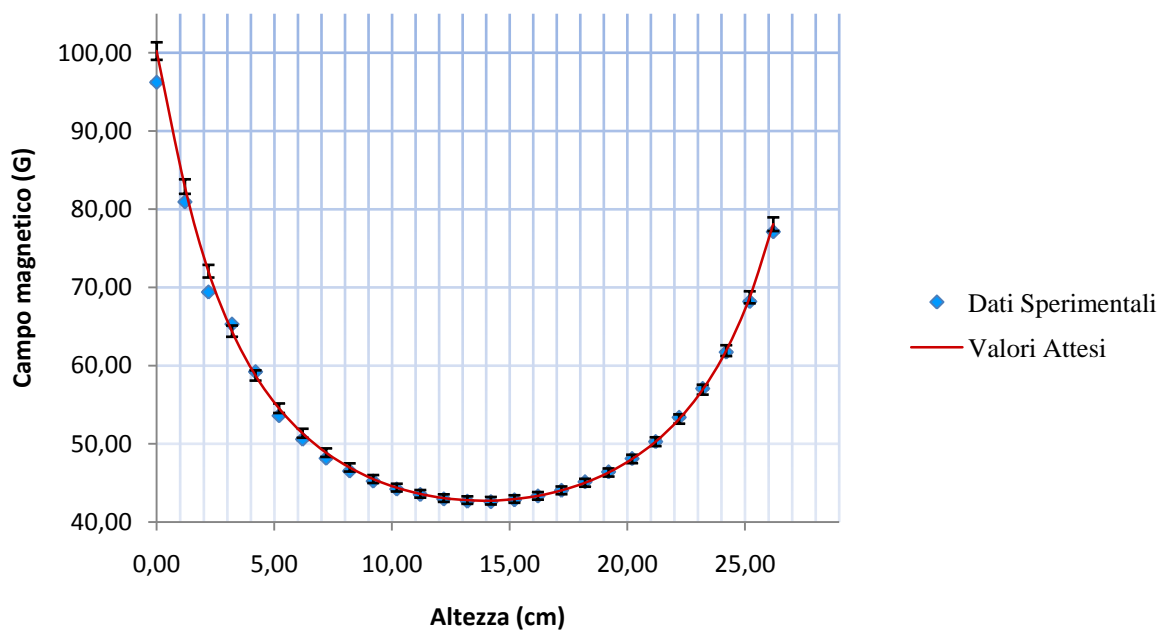


Figura 21: Accordo tra dati sperimentali e valori attesi in funzione dell'altezza con $z = 3,5$ cm

Questo è dimostrato dal fatto che la curva sperimentale è compresa, insieme alle sue incertezze, nella banda di validità teorica i cui confini sono definiti dalle singole deviazioni standard che si hanno per ogni valore atteso e che sono semplicemente il prodotto tra l'errore su K e il valore atteso stesso. Tuttavia l'accordo scema in corrispondenza dei bordi (la figura 22 presenta l'andamento dei dati in funzione della profondità e la figura 23 in funzione dell'altezza).

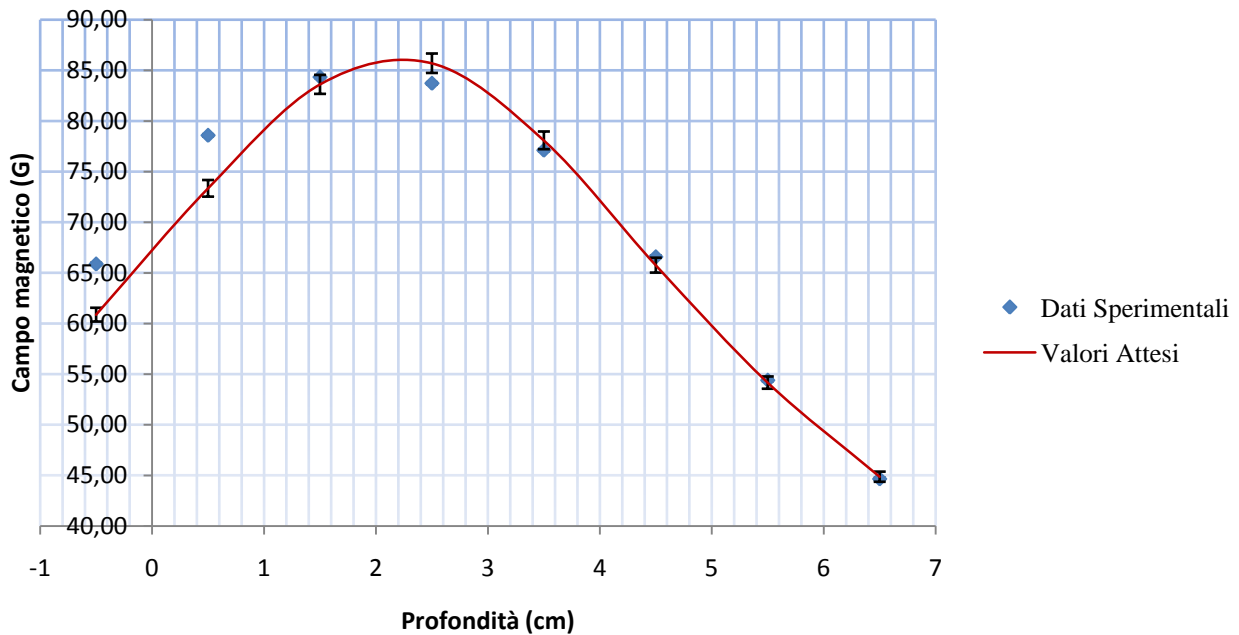


Figura 22: Disaccordo tra dati sperimentali e valori attesi in funzione della profondità con $H = 26,2$ cm

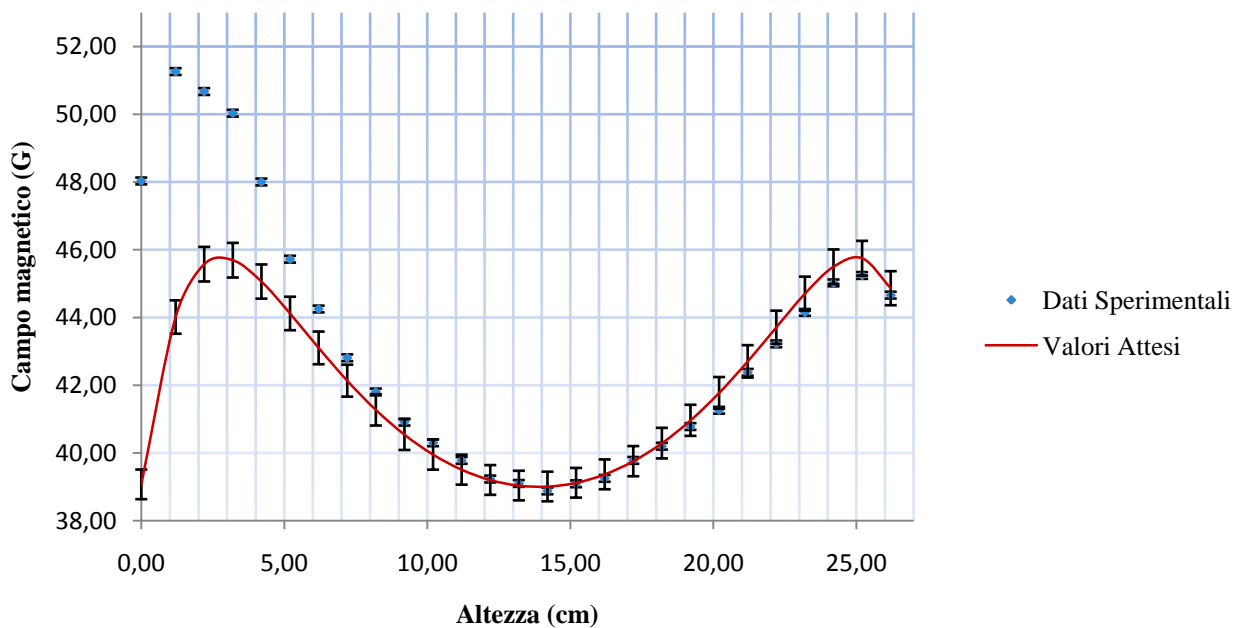


Figura 23: Disaccordo tra dati sperimentali e valori attesi in funzione dell'altezza con $z = 6,5$ cm

Questo scostamento è da ricercare nella sua inclinazione, infatti le misure sono state effettuate muovendosi su piani contenenti gli assi di simmetria ideali, non considerando la sua effettiva inclinazione (φ), nella non uniformità del numero di spire su unità di volume ed infine nell'inclinazione intrinseca di ogni singola spira (rappresentata dall'angolo θ).

Inoltre, durante il funzionamento della bobina, si ha un innalzamento di temperatura dovuto al passaggio di corrente che conduce ad una variazione della sua resistenza elettrica. Tuttavia questo effetto non è stato considerato come una sorgente di errore in quanto il generatore è in grado di adattare la sua tensione alla variazione della resistenza della bobina e quindi mantenere costante la corrente erogata.

In conclusione si può affermare che è possibile descrivere il campo magnetico generato dalla bobina in esame utilizzando le nozioni teoriche prima presentate, a patto di considerare una bobina ideale ad essa equivalente, che presenti un numero di spire pari ad $N_E = 162 \pm 2$ e centro geometrico situato in corrispondenza delle coordinate $z_C = 2,3 \text{ cm} \pm 0,4 \text{ cm}$ e $H_C = 13,9 \text{ cm} \pm 0,4 \text{ cm}$.

CAPITOLO 2:
LA SORGENTE DI ELETTRONI

2.1: Trattazione teorica dell'effetto termoionico

Nei solidi metallici gli elettroni atomici delle shells più interne costituiscono, con il nucleo, gli ioni positivi che all'interno del reticolo cristallino occupano posizioni fisse definendo le celle elementari che lo compongono e che si ripetono nelle tre dimensioni. Gli elettroni atomici delle shells più esterne, invece, risentendo in misura minore dell'attrazione nucleare, si trovano dislocati all'interno di tutto il solido e vengono detti elettroni di conduzione. Essi si dispongono su livelli energetici discreti secondo la distribuzione quantistica di Fermi-Dirac, $f(E)$, e rispettando il principio di esclusione di Pauli all'interno di un potenziale coulombiano attrattivo proporzionale a $1/r$ (dove con r si indica la distanza dallo ione dell'elettrone in esame) e con la stessa periodicità del reticolo cristallino. Il livello occupato ad energia superiore è detto livello di Fermi, il cui valore energetico può essere considerato costante nell'intervallo di temperature di interesse e pari al potenziale chimico (μ).

$$f(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{kT}} + 1}$$

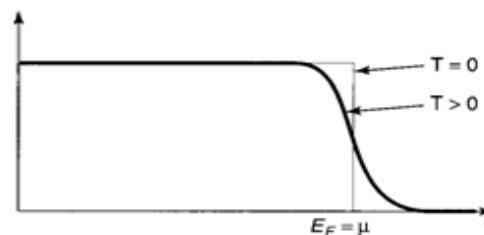


Figura 24: Distribuzione di Fermi-Dirac

in cui E rappresenta l'energia dell'elettrone, μ il suo potenziale chimico, k la costante di Boltzmann ($8,617 \cdot 10^{-5} \frac{eV}{K}$) e T la temperatura assoluta.

In prima approssimazione è possibile trascurare le repulsioni reciproche degli elettroni, che vengono bilanciate dall'attrazione degli ioni positivi, e le fluttuazioni del potenziale di modo che gli stessi possano essere considerati come particelle libere di muoversi all'interno di una regione di potenziale costante che cresce rapidamente in prossimità della superficie (modello a gas di elettroni) fino a raggiungere il suo valore massimo definito funzione lavoro, ossia l'energia minima necessaria per estrarre l'elettrone dal materiale (W).

Se non si considera la distorsione della distribuzione di carica elettronica che si ha nelle celle elementari del reticolo in prossimità della superficie, causata da una mancanza della simmetria del reticolo stesso, essa è pari, in modulo, al potenziale chimico del materiale:

$$W = -\mu$$

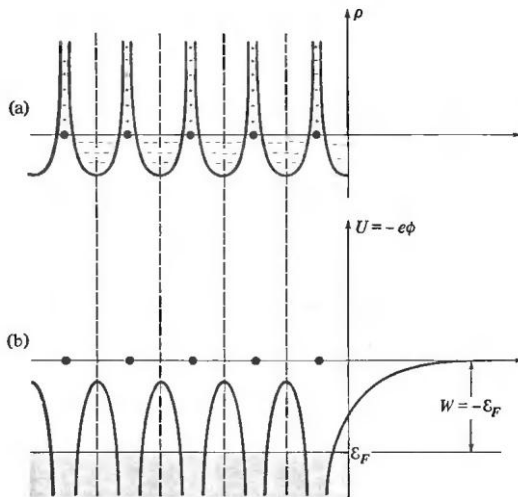


Figura 25

Figura 25:

- a) Densità di carica all'interno del metallo trascurando l'effetto della superficie.
- b) Potenziale elettrostatico generato dalla distribuzione di carica rappresentata in a).

La funzione d'onda associata ad un elettrone di quantità di moto $\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}$, in virtù del dualismo onda-particella, assume la forma:

$$\psi \sim e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}}$$

in cui \mathbf{k} è il vettore d'onda dell'elettrone e \mathbf{r} la coordinata radiale.

Le condizioni al contorno di Born-Von Karman richiedono che ogni componente del vettore d'onda abbia la forma:

$$k_i = \frac{2\pi}{L} n_i$$

dove L rappresenta il lato della cella elementare, n_i un numero intero positivo o negativo, il pedice i la direzione (x,y o z).

Risolvendo l'equazione di Schrodinger indipendente dal tempo

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = E_{\mathbf{k}} \Psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$$

si ottengono i valori di energia permessi agli elettroni:

$$E = \frac{\hbar^2}{2m}(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)$$

nella quale m è la massa dell'elettrone e \hbar è la costante di Planck normalizzata a 2π .

Per ottenere la densità di stati energetici $g(E)$ presenti in un intervallo infinitesimo di energia ($E \div E+dE$) è sufficiente conoscere il numero di onde stazionarie presenti nel volume della cella elementare $V = L^3$.

Nello stato fondamentale di un sistema costituito da N elettroni, i livelli energetici occupati possono essere rappresentati come punti all'interno di una sfera nello spazio k . L'energia che compete alla superficie della suddetta sfera è pari all'energia di Fermi.

Pertanto in una sfera di volume $\frac{4}{3}\pi k_F^3$ il numero totale di stati è:

$$2 \frac{\frac{4}{3}\pi k^3}{\left(\frac{2\pi}{L}\right)^3} = V \frac{k^3}{3\pi^2} = N$$

Il fattore 2 rappresenta i possibili valori che può assumere il numero quantico di spin m_s per ogni valore permesso di k .

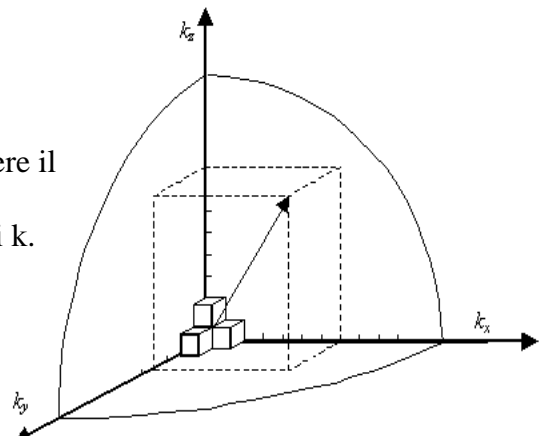


Figura 26: Spazio reciproco

A questo punto è possibile ricavare un'espressione per il numero di orbitali per unità di volume compresi in un intervallo infinitesimo di energia ($E \div E+dE$) ovvero la densità degli stati $g(E)$:

$$g(E) = \frac{dN}{dE} = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} E^{\frac{1}{2}}$$

Il prodotto tra la precedente equazione e la distribuzione di Fermi-Dirac fornisce la distribuzione energetica degli elettroni di conduzione all'interno del metallo:

$$n(E)dE = f(E)g(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} E^{\frac{1}{2}} \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{kT}} + 1}$$

Al fine di determinare la densità di corrente e la distribuzione energetica degli elettroni emessi da parte di un filamento di tungsteno scaldato mediante passaggio di corrente, ovvero per effetto termoionico, si considerino gli elettroni del metallo in equilibrio termico con il gas di elettroni che si trova al suo esterno, questo ci permette di assumere lo stesso potenziale chimico per le due distribuzioni.

La carica elettronica nelle celle elementari del metallo in prossimità della superficie non presenta la stessa simmetria di quelle situate al suo interno così che esse, in generale, possiedono un momento di dipolo elettrico diverso da zero e quindi una carica superficiale netta che genera un campo elettrico \mathbf{E} contro il quale occorre svolgere un lavoro per fare muovere l'elettrone al suo interno pari a:

$$W_S = \int \mathbf{eE}d\mathbf{l} = -e\phi$$

dove ϕ rappresenta il valore locale del potenziale elettrostatico.

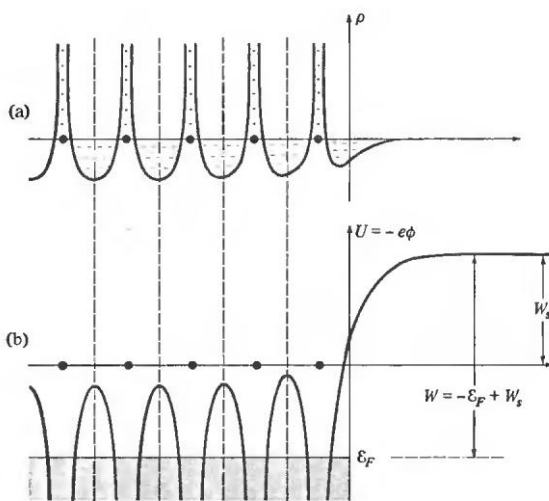


Figura 27

Figura 27:

- a: distorsione della distribuzione di carica elettronica nelle celle in prossimità della superficie del metallo.
- b: Potenziale generato dalla distribuzione di carica in a.

Pertanto la funzione lavoro diventa pari a:

$$W = -\mu + W_S$$

All'esterno del metallo l'energia di ogni singolo elettrone vale:

$$\frac{\hbar^2 k^2}{2m} - e\phi$$

e la loro distribuzione assume la forma:

$$f_{\text{ext}}(E) = \frac{1}{e^{\left(\frac{\frac{\hbar^2 k^2}{2m} + W}{kT}\right)} + 1}$$

Dato che la funzione lavoro per il tungsteno vale $W = 4,5\text{eV}$, il rapporto W/k assume valori dell'ordine di 10^4 K. Quindi per temperature molto inferiori a questo valore è possibile approssimare la distribuzione quantistica di Fermi-Dirac con quella classica di Boltzmann:

$$f_{\text{ext}}(E) = e^{-\left(\frac{\frac{\hbar^2 k^2}{2m} + W}{kT}\right)}$$

Lo spettro energetico, ovvero la probabilità che un elettrone termoionico abbia energia cinetica compresa nell'intervallo $E \div E + dE$ (funzione densità di probabilità), è data da:

$$P(E)d(E) = \left(\frac{f_{\text{ext}}(E) g(E)}{Z}\right) V dE$$

nella quale Z è la funzione di partizione che assume la forma:

$$Z = V \int_0^{+\infty} g(E) f_{\text{ext}}(E) dE$$

risolvendo l'integrale si ottiene:

$$Z = \left(\frac{V}{4}\right) \left(\frac{2mkT}{\pi\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{W}{kT}}$$

ed infine :

$$P(E)dE = 2 \sqrt{\frac{E}{\pi(kT)^3}} e^{-\left(\frac{E}{kT}\right)}$$

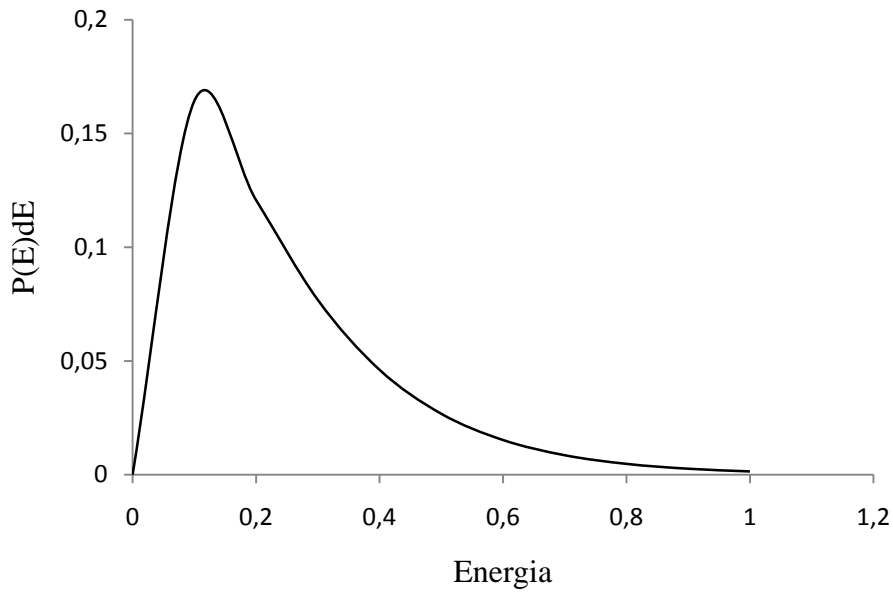


Figura 28: Distribuzione energetica degli elettroni emessi per effetto termoionico

Per ottenere la densità di corrente emessa dal filamento di tungsteno

$$J = -e \int_0^{+\infty} n(v) v dv$$

occorre esprimere la densità degli stati $g(E)$ in funzione della velocità:

$$g(v) = \left(\frac{1}{2\pi^2} \right) \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{mv^2}{2}}$$

Pertanto:

$$g(v)dv = \left(\frac{1}{2\pi^2} \right) \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{m}{2}} mv^2 dv = \left(\frac{m^3 v^2}{\pi^2 \hbar^2} \right) dv$$

Infine, considerando che la superficie emetta elettroni solo lungo una direzione ad essa normale si

ottiene:

$$J = -e \left(\frac{m^3 e^{\frac{\mu}{kT}}}{4\pi^3 \hbar^3} \right) \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\left(\frac{mv^2}{2kT}\right)} dv \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\left(\frac{mv^2}{2kT}\right)} dv \int_v^{+\infty} v e^{-\left(\frac{mv^2}{2kT}\right)} dv$$

$$J = \left(\frac{-em^3 e^{\frac{\mu}{kT}}}{4\pi^3 \hbar^3} \right) \sqrt{\frac{2\pi kT}{m}} \sqrt{\frac{2\pi kT}{m}} \left(\frac{kT}{m} \right) e^{-\left(\frac{mv^2}{2kT}\right)}$$

$$J = \left(-\frac{emk^2 T^2}{2\pi^2 \hbar^3} \right) e^{\frac{\mu}{kT} + \frac{mv^2}{2kT}}$$

Inoltre sapendo che la funzione lavoro del materiale può essere espressa mediante l'espressione

classica dell'energia cinetica dell'elettrone $W = -\frac{1}{2}mv^2 + \mu$ si ha:

$$J = -AT^2 e^{-\frac{W}{kT}}$$

Nella quale A è la costante di Richardson : $A = \frac{emk^2}{2\pi^2\hbar^3} = 120 \frac{A}{\text{cm}^2\text{K}^2}$.

2.2: Simulazione Montecarlo

Si consideri un filamento di tungsteno di lunghezza L , alimentato da una differenza di potenziale che cresce linearmente dal valore di 0 V fino ad un valore massimo V_{MAX} pari a 12 V posto in una regione di spazio in cui è presente un potenziale pari a V_e (potenziale estrattore), di cui si vuole determinare lo spettro energetico degli elettroni da esso emessi per effetto termoionico.

A tale fine è stata sviluppata una simulazione Montecarlo.

Questo tipo di simulazione fornirà una stima dello spettro energetico degli elettroni emessi, ovvero la probabilità che un dato elettrone venga emesso con un determinato valore di energia, mediante la generazione casuale di una serie di numeri che ricalcano l'andamento delle distribuzioni di probabilità teoriche delle variabili che rappresentano.

Il problema viene quindi risolto numericamente, producendo un numero N abbastanza elevato di valori delle variabili di ingresso (elettroni) e giungendo al risultato finale sulla base delle equazioni del modello.

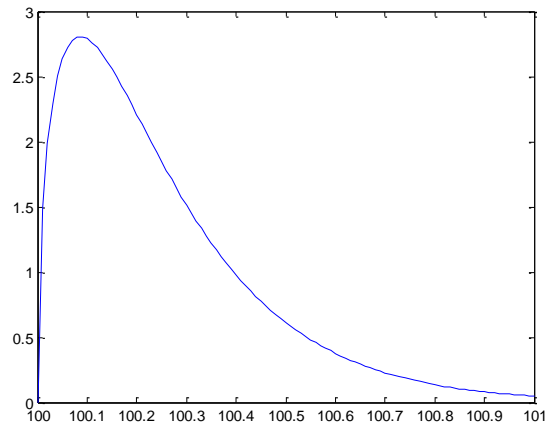
Il filamento di tungsteno viene modellizzato da una spira lineare della stessa lunghezza; ogni elettrone che viene emesso possiede un'energia pari a U_w data dalla differenza di potenziale presente tra il filamento e la massa. Si ipotizza inoltre che la probabilità di avere emissione termoionica sia uniforme in ogni punto del filamento. Si noti infine che la distribuzione energetica degli elettroni, la funzione $P(E)dE$, non dipende dalle dimensioni di quest'ultimo.

La simulazione Montecarlo procede nel modo seguente: 1) si estrae un valore V_i da una distribuzione uniforme tra 0 V e V_{MAX} , V_i rappresenta la differenza di potenziale posseduta dall'elettrone che si trova nella posizione x_i del filamento; 2) si estrae un valore E_i dalla funzione densità di probabilità calcolata precedentemente; E_i rappresenta l'energia cinetica dell'elettrone emesso per effetto termoionico nella posizione x_i del filamento.

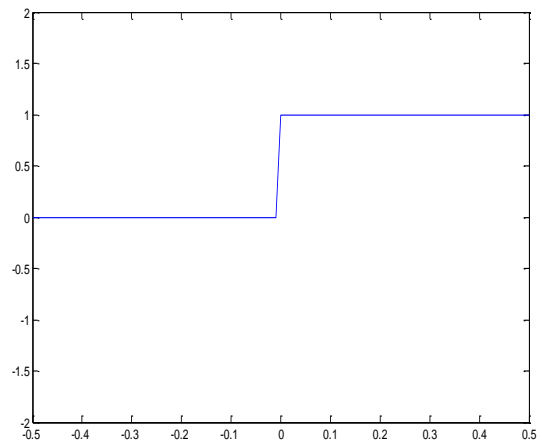
L'energia totale, E_{TOT} , dell' i -esimo elettrone risulta: $E_{TOT,i} = V_i + E_i + V_e$.

Il procedimento ora esposto viene ripetuto N volte.

$$P(E)dE = 2 \sqrt{\frac{E}{\pi(kT)^3}} e^{-\left(\frac{E}{kT}\right)}$$



$$\Theta(E) = \begin{cases} 1 & \text{per } E > 0 \\ 0 & \text{per } E < 0 \end{cases}$$



$$\chi(V) = \begin{cases} \frac{1}{V_e} & \text{per } V_e < V < V_e + \\ V_{MAX} & \end{cases}$$

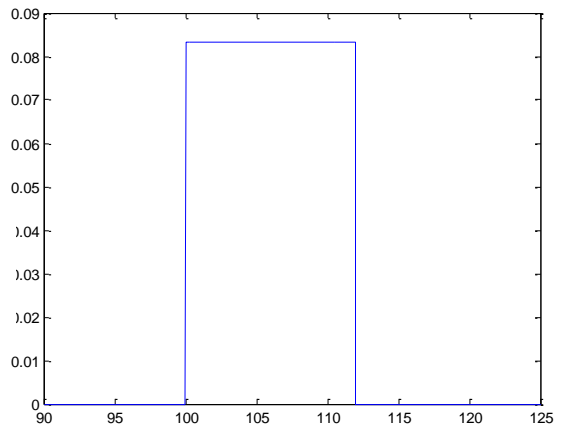


Figura 29: Funzioni che intervengono nella convoluzione

Pertanto:

$$h(E) = [P(E) \Theta(E)dE] * \chi(E) = \int_{-\infty}^{+\infty} \chi(\tau)P(E - \tau) \Theta(E - \tau)d\tau = \int_0^{V_{\max}} P(E - \tau) \Theta(E - \tau)d\tau$$

Risolviendo l'integrale si ottiene:

$$h(E) = \frac{1}{2}kT \sqrt{\frac{E-V_{\max}}{(kT)^3}} \left(2e^{\frac{V_{\max}-E}{kT}} - \frac{\sqrt{\pi kT} \operatorname{Erf}\left(\frac{\sqrt{E-V_{\max}}}{\sqrt{kT}}\right)}{\sqrt{E-V_{\max}}} \right) \Theta(E-V_{\max}) - \frac{1}{2}kT \sqrt{\frac{E}{(kT)^3}} \left(2e^{\frac{-E}{kT}} - \frac{\sqrt{\pi kT} \operatorname{Erf}\left(\frac{\sqrt{E}}{\sqrt{kT}}\right)}{\sqrt{E}} \right) \Theta(E)$$

(l' integrale è stato risolto con il software Mathematica).

Sostituendo i valori numerici: $V_e = 100 \text{ V}$, $T = 2000 \text{ K}$, $V_{\max} = 12 \text{ V}$, si ottiene il grafico seguente:

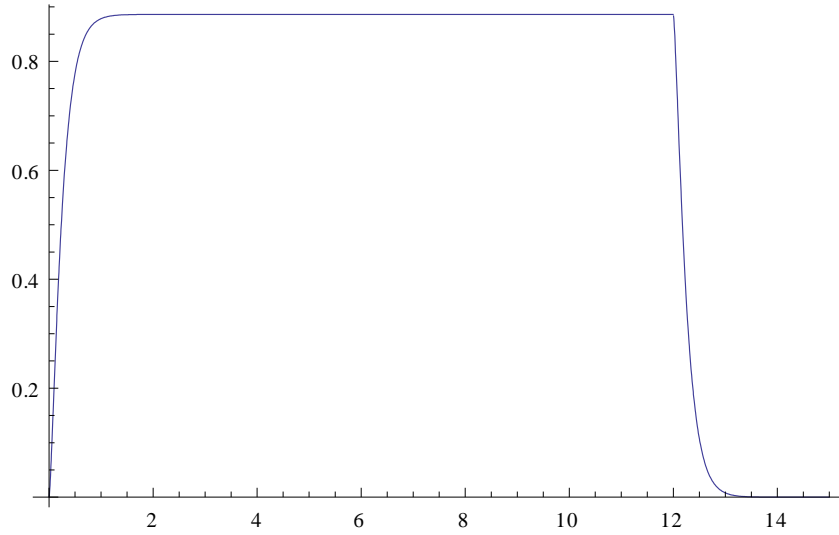


Figura 30: Spettro energetico degli elettroni emessi dal filamento di tungsteno $h(E)$

A questo punto per ottenere $h(E_{\text{TOT}})$ è sufficiente operare la seguente traslazione: $E_{\text{TOT}} \rightarrow E - V_e$

ottenendo:

$$h(E_{\text{TOT}}) = \frac{1}{2}kT \sqrt{\frac{E_{\text{TOT}}-V_{\max}}{(kT)^3}} \left(2e^{\frac{V_{\max}-E_{\text{TOT}}}{kT}} - \frac{\sqrt{\pi kT} \operatorname{Erf}\left(\frac{\sqrt{E_{\text{TOT}}-V_{\max}}}{\sqrt{kT}}\right)}{\sqrt{E_{\text{TOT}}-V_{\max}}} \right) \Theta(E_{\text{TOT}}-V_{\max}) +$$

$$- \frac{1}{2}kT \sqrt{\frac{E_{\text{TOT}}}{(kT)^3}} \left(2e^{\frac{-E_{\text{TOT}}}{kT}} - \frac{\sqrt{\pi kT} \operatorname{Erf}\left(\frac{\sqrt{E_{\text{TOT}}}}{\sqrt{kT}}\right)}{\sqrt{E_{\text{TOT}}}} \right) \Theta(E_{\text{TOT}})$$

nella quale compare la funzione $\operatorname{Erf}(x)$ definita come:

$$\operatorname{Erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-y^2} dy$$

Sostituendo gli stessi valori numerici delle variabili si ottiene:

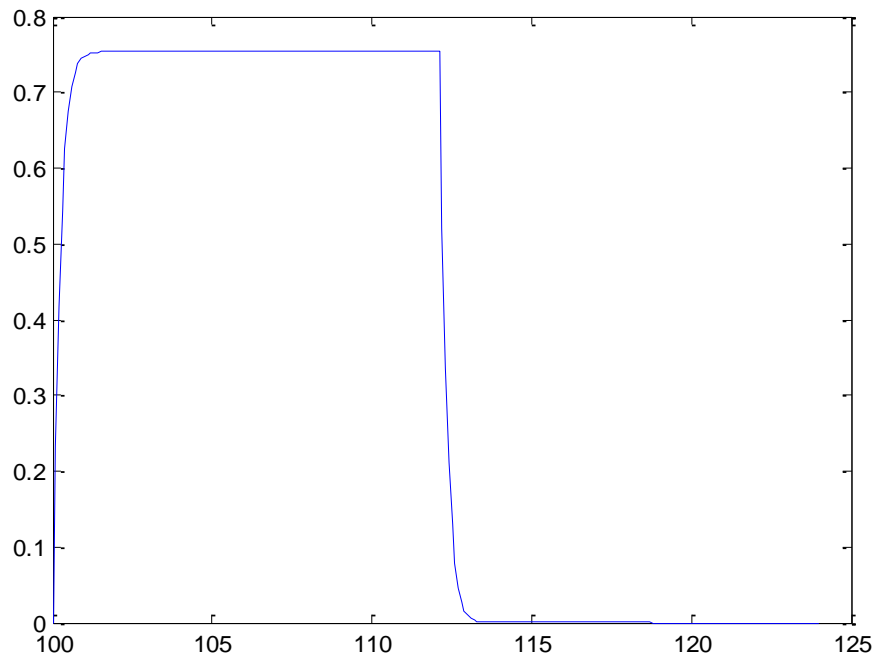


Figura 31: Spettro energetico degli elettroni rivelati $h(E_{TOT})$

Quindi, per quanto detto, lo studio di $h(E_{TOT})$ può essere ridotto a quello di $h(E)$ che risulta più semplice dal punto di vista computazionale ed è proprio quest'ultimo che verrà utilizzato nel seguito.

La simulazione è stata svolta con i seguenti parametri:

- Temperatura: $T_{teorica} = 2000$ K;
- Numero di eventi: $N = 10^6$.

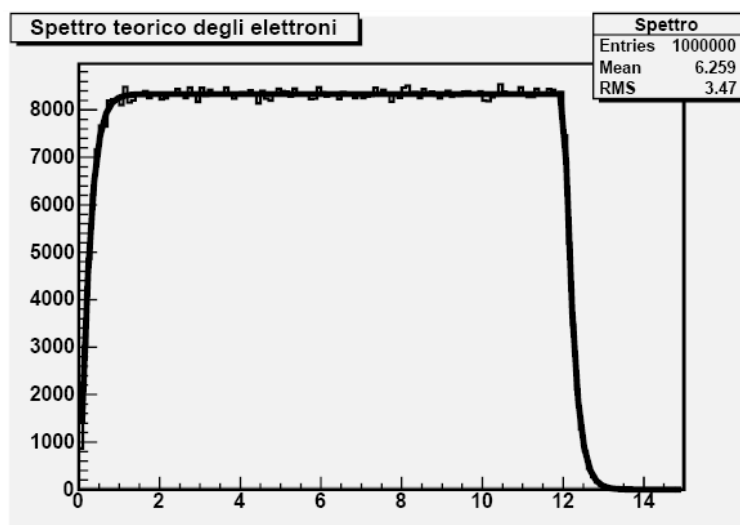


Figura 32: Spettro teorico degli elettroni emessi

Lo spettro di emissione teorico di figura 32 è stato ricavato impostando l'incertezza sull'energia degli elettroni (σ_E) pari a zero. La temperatura fornita dal programma è differente da quella teorica impostata, in particolare $T_{\text{simulata}} > T_{\text{teorica}}$, e questo dipende esclusivamente dalla statistica sul numero di eventi in quanto, essendo $\sigma_E = 0$, la fisica dell'effetto termoionico non influenza lo spettro simulato. Inoltre si nota una buona coincidenza tra la curva teorica (tratto continuo nella figura), risultato della precedente convoluzione, e quella simulata; questo conferma la correttezza del procedimento svolto (ovvero le ipotesi a monte della simulazione e l'integrale di convoluzione).

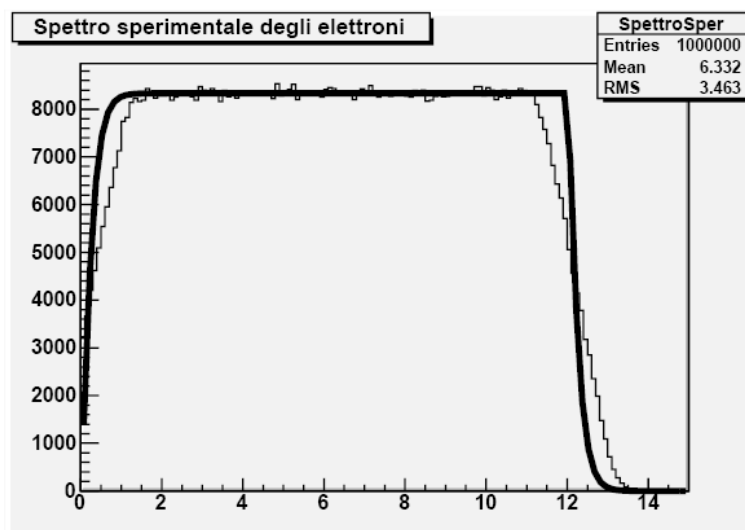


Figura 33: Spettro sperimentale degli elettroni

Nello spettro di emissione sperimentale (figura 33) è stato ipotizzato un andamento dell'energia degli elettroni emessi di tipo gaussiano con un'incertezza di 0,1 eV (pari alla larghezza a metà altezza della curva). Quest'incertezza sperimentalmente può essere attribuita alla risoluzione del rivelatore di energia ed è responsabile dello scostamento tra curva teorica e simulazione che si osserva nel tratto ascendente iniziale ed in quello discendente finale dello spettro sperimentale.

CAPITOLO 3:
APPLICAZIONI

Applicazioni

L'acceleratore lineare verrà utilizzato nel progetto AEGIS per la caratterizzazione dei convertitori che verranno poi inviati al CERN con lo scopo ultimo di produrre positronio (atomo costituito da un elettrone e da un positrone).

In AEGIS il positronio verrà prodotto facendo incidere su un opportuno convertitore un fascio di positroni con energie dell'ordine di qualche KeV.

Essi, una volta penetrati nel materiale, rallentano progressivamente raggiungendo in breve tempo energie termiche; alcuni di essi possono catturare un elettrone del mezzo ed in seguito possono essere riemessi sotto forma di positronio con una distribuzione di Maxwell-Boltzmann delle velocità e con un'energia media di qualche eV. La resa di produzione del positronio (definita come il rapporto tra il numero di atomi di positronio generati ed il numero di positroni incidenti) dipende dal tipo di materiale, dalla sua temperatura e dall'energia del fascio di positroni che ne determina il range all'interno del convertitore.

Misure di spettroscopia hanno dimostrato che i materiali dei convertitori con la resa di produzione maggiore (30% circa) sono costituiti da silice porosa; questi possono avere pori connessi tra loro o con la superficie del materiale pertanto il positronio potrebbe formarsi direttamente sulla superficie interna del poro stesso oppure, se siamo nella seconda situazione, all'interno del solido per poi uscire nel vuoto dopo una serie di urti con le pareti interne. Questo meccanismo permetterebbe di ottenere positronio con energia cinetica sufficientemente bassa, importante per generare antimateria fredda (sotto 1 K) attraverso una successiva reazione con un fascio di antiprotoni.

In questi casi la distribuzione energetica del positronio sarà funzione, oltre che dei parametri menzionati prima, del numero di collisioni e dell'energia persa durante il singolo urto.

Occorre innanzitutto conoscere il danno che subirà il materiale in seguito all'irraggiamento. Dato che i flussi di elettroni attualmente disponibili sono più elevati di quelli positronici, i convertitori

verranno irraggiati con fasci elettronici con energia uguale a quella dei positroni ottenendo così una riduzione notevole dei tempi di risposta.

L' irraggiamento verrà svolto dall'acceleratore lineare in questione.

Esso invia elettroni, prodotti per effetto termoionico da un filamento di tungsteno, su bersagli di materiale opportuno; l' energia depositata dalla radiazione incidente induce delle modifiche strutturali all'interno del materiale che si ripercuotono sulle proprietà chimiche, fisiche e meccaniche del materiale stesso.

Pertanto la radiazione e le modifiche da essa prodotte vengono utilizzate al fine di ottenere materiali con caratteristiche differenti o che si prestano meglio a determinati usi futuri rispetto a quelli già presenti.

Considerando materiali polimerici, gli effetti dell'irraggiamento possono comportare, a seconda della dose assorbita: 1) la rottura di legami lungo la catena polimerica principale con conseguente riduzione del peso molecolare; 2) la formazione di crosslinks che invece incrementano il peso molecolare e che rendono il materiale maggiormente resistente a determinate sollecitazioni meccaniche; 3) la rottura dei legami conduce inoltre alla formazione di radicali, molto reattivi, e quindi divengono possibili reazioni di ossidazione principalmente dovute alla presenza di ossigeno nell'ambiente dell'irraggiamento. Anche questi meccanismi incidono sul peso molecolare e la presenza di ossigeno favorisce la degradazione delle proprietà del polimero.

Una volta avvenuto il danno, esso può essere rivelato mediante misure di viscosità oppure tramite tecniche di indagine di calorimetria come la DSC (Differential Scanning Calorimetry) o di spettroscopia come la positron lifetime spectroscopy.

APPENDICI

APPENDICE A:

Funzioni speciali

Funzioni di Bessel

Le funzioni dei Bessel sono state utilizzate per il calcolo teorico delle componenti, radiale e azimutale, del campo magnetico generato da una bobina percorsa da corrente di lunghezza finita.

Esse sono le soluzioni analitiche dell'equazione di Bessel che è un'equazione differenziale ordinaria di secondo ordine:

$$x^2 \frac{d^2}{dx^2} J_n(x) + x \frac{d}{dx} J_n(x) + (x^2 - n^2) J_n(x) = 0$$

nella quale n è un numero intero non negativo e assumono la forma:

$$J_n(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^n \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\Gamma(k+n+1)k!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k}$$

dove $\Gamma(k+n+1)$ è la funzione gamma di Eulero così definita:

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dt$$

Per gli scopi di cui sopra, sono state utilizzate unicamente le funzioni di Bessel del primo tipo con

$n=0$ ed $n=1$, $J_0(x)$ e $J_1(x)$ rispettivamente, i cui andamenti sono di seguito riportati

nelle figure 1A e 2A.

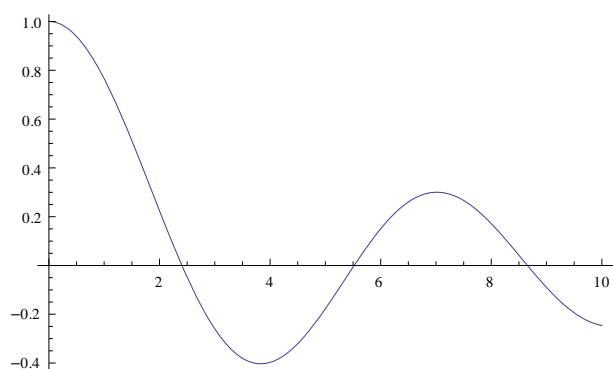


Figura 1A: Funzione di Bessel del primo tipo di ordine zero ($J_0(x)$)

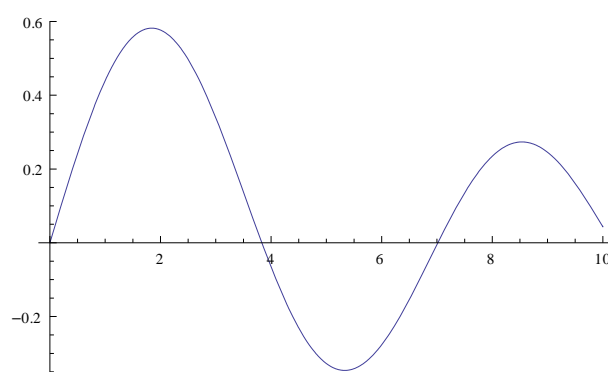


Figura 2A: Funzione di Bessel del primo tipo di ordine uno ($J_1(x)$)

Funzioni di Struve

Come le funzioni di Bessel, anche le funzioni di Struve sono state utilizzate per il calcolo teorico del campo magnetico.

Esse sono le soluzioni dell'equazione differenziale di secondo ordine:

$$x^2 \frac{d^2}{dx^2} H_n(x) + x \frac{d}{dx} H_n(x) + (x^2 - n^2) H_n(x) = \frac{2}{\pi} \frac{x^{n+1}}{(2n+1)!!}$$

in cui n è un numero intero non negativo ed il simbolo “!!” è il doppio fattoriale.

Le soluzioni della precedente equazione sono le funzioni di Struve che assumono la seguente forma generale:

$$H_n(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^{n+1} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \left(\frac{x}{2}\right)^{2k}}{\Gamma\left(k+\frac{3}{2}\right) \Gamma\left(k+n+\frac{3}{2}\right)}$$

Gli andamenti delle funzioni di Struve con $n=0$ ed $n=1$ sono mostrati nelle figure seguenti (figura 3A e 4A).

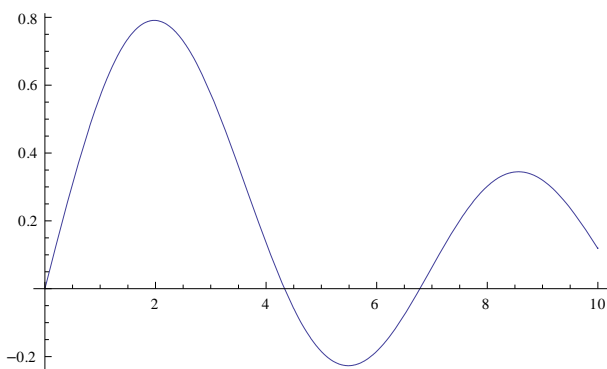


Figura 3A : Funzione di Struve di ordine zero ($H_0(x)$)

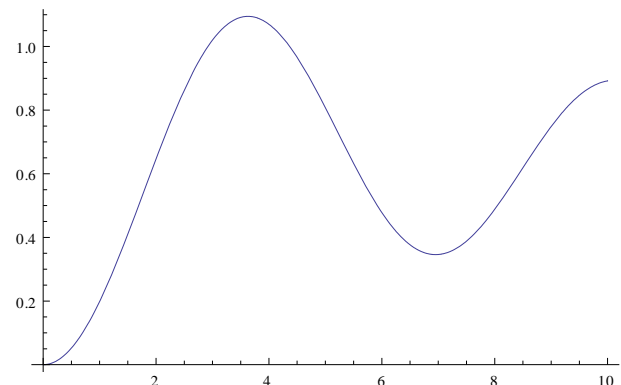


Figura 4A : Funzione di Struve di ordine uno ($H_1(x)$)

APPENDICE B:

Listati dei programmi

Interpolazione parabolica delle misure di campo magnetico in funzione della profondità

```
{
gROOT.Reset();
FILE* fFit;
fFit = fopen("datafit.txt","a");
Int_t n = 3;
Double_t x[n],y[n];
Double_t ex[n] = {0.,0.,0.};
Double_t ey[n] = {.1,.1,.1};
x[0] = 1.5;
x[1] = 2.5;
x[2] = 3.5;
y[0] = 0.;
y[1] = 0.;
y[2] = 0.;
printf("first value: ");
scanf("%lf",&y[0]);
printf("second value: ");
scanf("%lf",&y[1]);
printf("third value: ");
scanf("%lf",&y[2]);
TGraph *gr1 = new TGraphErrors (n, x, y, ex, ey);
gr1.SetMarkerStyle(20);
gr1.SetMarkerSize(0.8);
gr1.Draw("AP");
TF1 *f1 = new TF1("f1","[0]*x*x + [1]*x + [2]",10.,16.);
f1.SetParameters(0.,1.,0.);
f1.SetLineStyle(2);
f1.SetLineWidth(1);
f1.SetLineColor(4);
gr1.Fit("f1");
```

```

Double_t A = f1.GetParameter(0);
Double_t Aerr = f1.GetParError(0);
Double_t B = f1.GetParameter(1);
Double_t Berr = f1.GetParError(1);
Double_t C = f1.GetParameter(2);
Double_t Cerr = f1.GetParError(2);
fprintf(fFit,"%lf %lf %lf %lf %lf %lf\n",A,Aerr,B,Berr,C,Cerr);
fclose(fFit);
}

```

Interpolazione parabolica delle misure di campo magnetico in funzione dell'altezza

```

{
gROOT.Reset();
FILE* fFit;
fFit = fopen("datafit.txt","a");
Int_t n = 3;
Double_t x[n],y[n];
Double_t ex[n] = {0.,0.,0.};
Double_t ey[n] = {.1,.1,.1};
x[0] = 13.2;
x[1] = 14.2;
x[2] = 15.2;
y[0] = 0.;
y[1] = 0.;
y[2] = 0.;
printf("first value: ");
scanf("%lf",&y[0]);
printf("second value: ");
scanf("%lf",&y[1]);
printf("third value: ");
scanf("%lf",&y[2]);
TGraph *gr1 = new TGraphErrors (n, x, y, ex, ey);
gr1.SetMarkerStyle(20);
gr1.SetMarkerSize(0.8);
gr1.Draw("AP");

```



```

gr1.SetTitle("Determinazione del centro della bobina");
//gr1.SetMarkerColor();
gr1.Draw("AP");
TF1 *f1 = new TF1("f1","[0]*x + [1]",0.,100.);
f1.SetParameters(-2.98*0.01,2.8.);
f1.SetLineStyle(2);
f1.SetLineWidth(1);
f1.SetLineColor(4);
gr1.Fit("f1");
TLegend *legend = new TLegend(.75,.80,.95,.95);
legend.AddEntry(gr1, "Measurements","P");
legend.AddEntry(f1,"Linear fit","L");
legend.Draw();
}

```

Interpolazione lineare delle profondità di massimo in funzione della profondità

```

{
gROOT.Reset();
Int_t n = 7;
Double_t x[n] = {0.5, 1.5, 2.5, 3.5, 4.5, 5.5, 6.5};
Double_t y[n] = {13.700000, 13.623077, 13.596552, 13.900000, 14.090244, 14.164286,
14.211628};
Double_t ex[n] = {0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1};
Double_t ey[n] = {0.442136, 0.398384, 0.364681, 0.354943, 0.270569, 0.382702, 0.260990};
TGraph *gr1 = new TGraphErrors (n, x, y, ex, ey);
gr1.SetMarkerStyle(20);
gr1.SetMarkerSize(0.8);
gr1.SetTitle("Determinazione del centro della bobina");
//gr1.SetMarkerColor();
gr1.Draw("AP");
TF1 *f1 = new TF1("f1","[0]*x + [1]",0.,100.);
f1.SetParameters(-2.98*0.01,2.8.);
f1.SetLineStyle(2);
f1.SetLineWidth(1);
f1.SetLineColor(4);

```

```

gr1.Fit("f1");
TLegend *legend = new TLegend(.75,.80,.95,.95);
legend.AddEntry(gr1, "Measurements", "P");
legend.AddEntry(f1, "Linear fit", "L");
legend.Draw();
}

```

Istogramma dei valori del coefficiente k

```

void istogramma(void)
{
gROOT->Reset();
const char   nomefile[256];
FILE         *finput;
// chiedi il file
printf("File da istogrammare: ");
scanf("%s", nomefile);
// apri e trova il valore max
finput = fopen(nomefile, "r");
if (!finput) {
printf("File non trovato\n");
return;
}
printf("Ricerca del valore massimo... ");
float   massimo = 0;
fscanf(finput, "%f", &massimo);
while (1) {
float   val;
Int_t   controllo = fscanf(finput, "%f", &val);
if (controllo <= 0)
break;
if (val > massimo)
massimo = val;
}
printf("fatto, %f\n", massimo);
// chiedi quanti canali

```

```

Int_t numcan = 100;
printf("Numero di canali: ");
scanf("%d", &numcan);
// crea una canvas e un istogramma
TCanvas *canvas_prova = new TCanvas("canvas_prova", nomefile, 800, 600);
TH1F *h1 = new TH1F("Istogramma dei coefficienti k", nomefile, numcan, 0, massimo);
// leggi il file e costruisci l'istogramma
printf("Costruzione istogramma... ");
rewind(fininput);
Int_t conto = 0;
while (1) {
float val;
Int_t controllo = fscanf(fininput, "%f", &val);
if (controllo <= 0)
break;
h1->Fill(val);
conto++;
}
printf("fatto, %d valori letti\n", conto);
fclose(fininput);
// disegna il tutto
canvas_prova->SetGrid();
canvas_prova->SetFillColor(0);
//canvas_prova->SetBorderMode(2);
h1->SetFillColor(8);
h1->Draw();
canvas_prova->Update();
h1.Fit("gaus");
Fit.Draw();
return;
}

```

Simulazione MonteCarlo

```

{
G__loadfile("Teorica.cpp");

```

```

gROOT.Reset();
double V=0;
double k=8.617343e-5;
double pi=acos(-1.);
double T=2000;
double E=0;
double Esper=0;
double sigmaE=1;
int i=0;
int N=1000000;
TH1F *Spettro = new TH1F("Spettro","Spettro teorico degli elettroni",150.,0.,15.);
TH1F *SpettroSper = new TH1F("SpettroSper","Spettro sperimentale degli elettroni",150.,0.,15.);
TF1 *PDF = new TF1("PDF","2*(sqrt(x)/sqrt([0]*pow([1]*[2],3)))*exp(-x/([1]*[2]))",0.,1.4);
TF1 *fTeorica = new TF1("fit",Teorica,0.,15.,2);
TF1 *gaussiana = new TF1("gaussiana","1./([1]*sqrt(2.*[0]))*exp(-pow((x-[2]),2)/(2*[1]*[1]))",-
1,1);
TCanvas *c1 = new TCanvas("c1","Simulazione Monte Carlo",1024,384);
c1.Divide(2,1);
gaussiana.SetParameters(pi,sigmaE,0.);
PDF.SetParameters(pi,k,T);
for (i=0;i<N;i++)
{
V=gRandom.Uniform(0.,12.);
E=PDF.GetRandom();
E=E+V;
Esper=E+gaussiana.GetRandom();
Spettro.Fill(E);
SpettroSper.Fill(Esper);
}
c1.cd(1);
Spettro.Draw();
fTeorica.SetParameters(T,N);
Spettro.Fit("fit","R");
c1.cd(2);

```

```

SpettroSper.Draw();
fit.Draw("SAME");
// Le righe commentate servono per calcolare la T sperimentale da fit...
// fTeorica.SetParameters(T,N);
// SpettroSper.Fit("fit","R");
}

```

Questo programma utilizza la funzione seguente:

Teorica:

```

Double_t Teorica(Double_t *v,Double_t *par)
{
Double_t fit;
Double_t first;
Double_t second;
Double_t beta;
Double_t k=8.617343e-5;
beta=1./(k*par[0]);
if((v[0]-par[2])<12)
{
first=0;
}
else
{
first = (2*exp(-(-12+v[0])*beta)*sqrt(-12+v[0])*sqrt(beta)-sqrt(acos(-1.))*TMath::Erf(sqrt(-
12+v[0])*sqrt(beta)))/(2*pow(beta,(3./2.)));
}
if((v[0]-par[2])<0)
{
second=0;
}
else
{
second = (exp(-v[0]*beta)*sqrt(v[0]))/(beta)-(sqrt(acos(-
1.))*TMath::Erf(sqrt(v[0]*beta)))/(2*pow(beta,(3./2.)));
}
}

```

```
fit = par[1]*(first-second);  
return fit;  
}
```

APPENDICE C: Grafici

Grafici relativi al campo magnetico in funzione della profondità

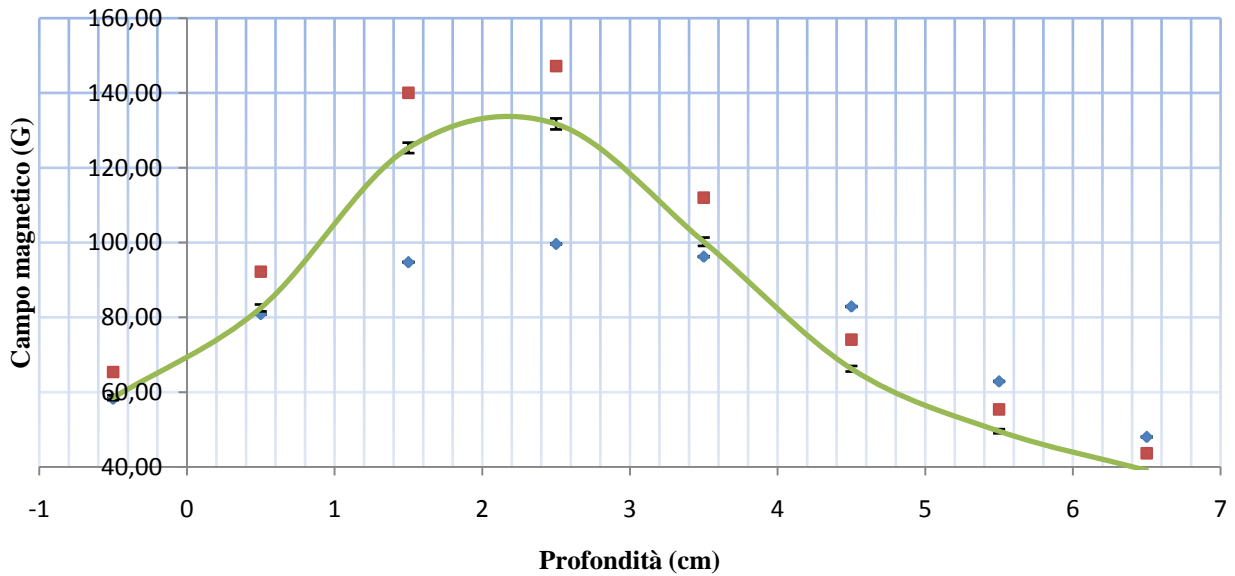
Legenda:

Blu: dati sperimentali

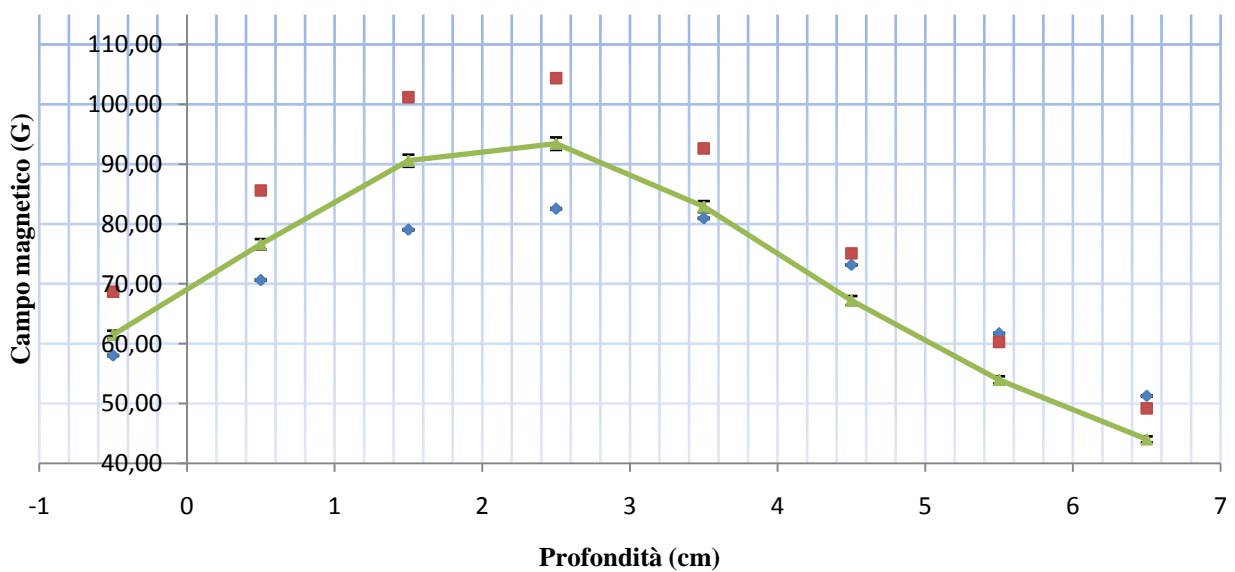
Verde: valori attesi

Rosso: valori simulati

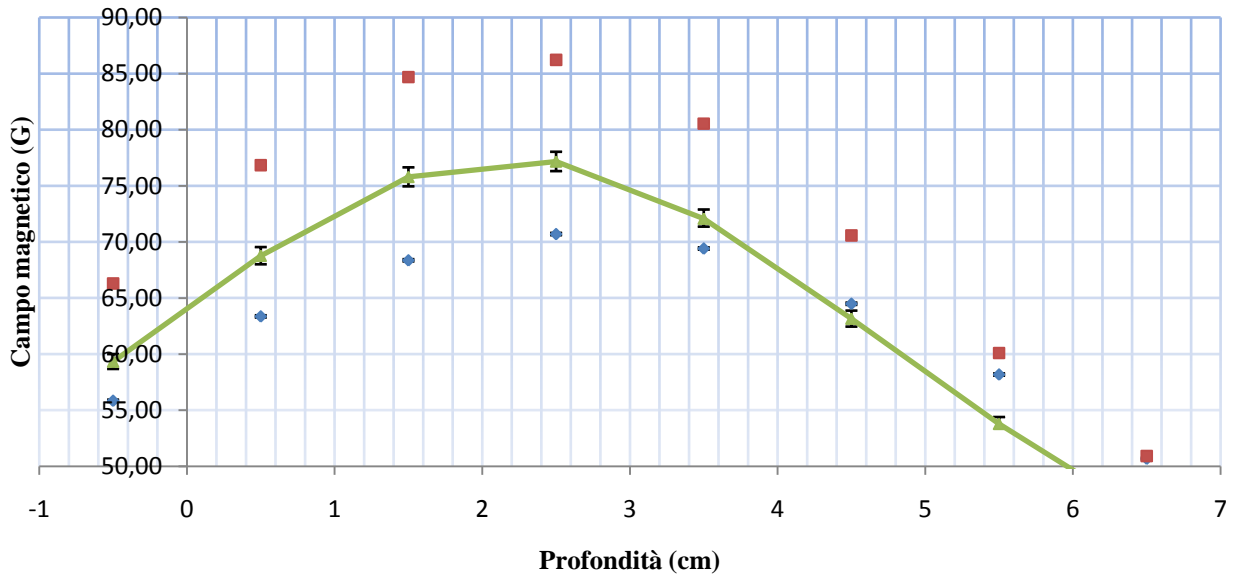
Campo magnetico con H=0 cm



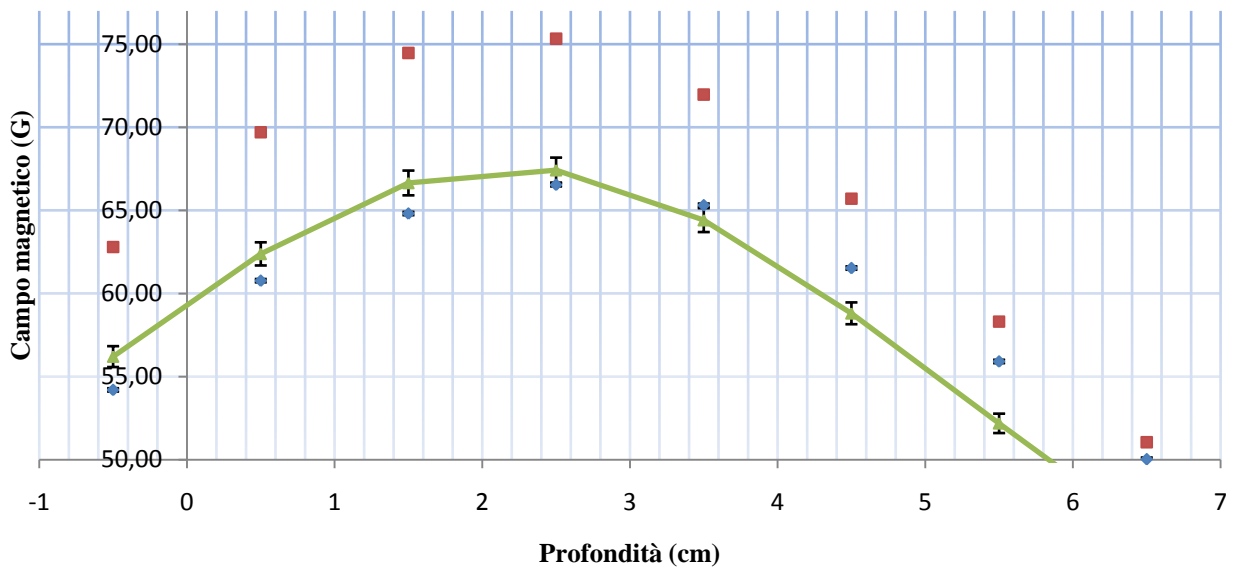
Campo magnetico con H=1,2 cm



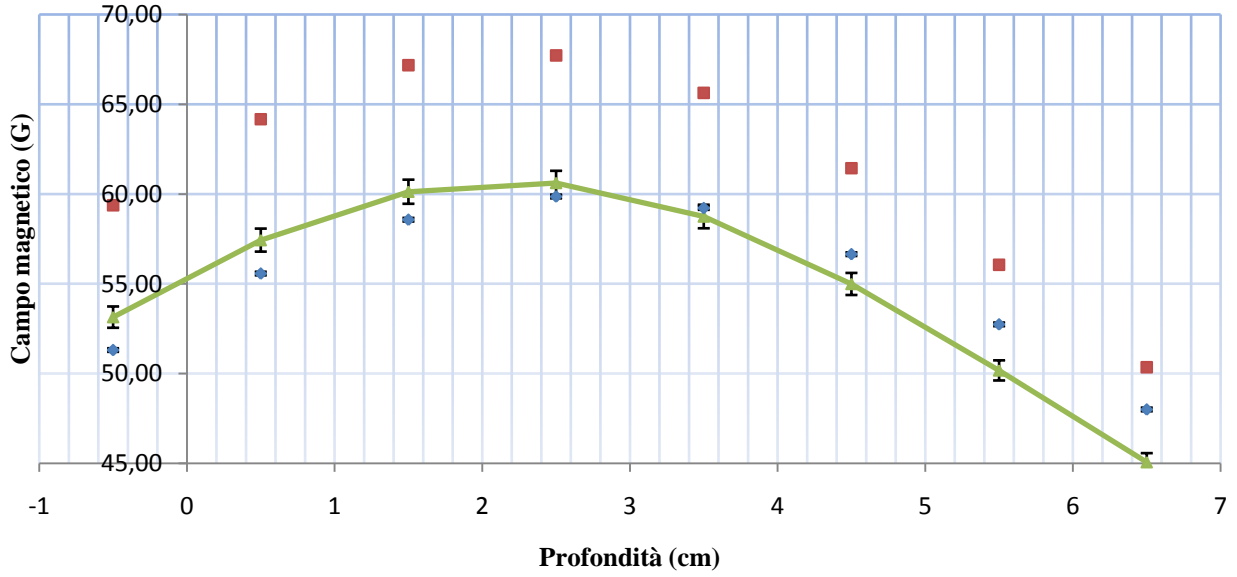
Campo magnetico con H=2,2 cm



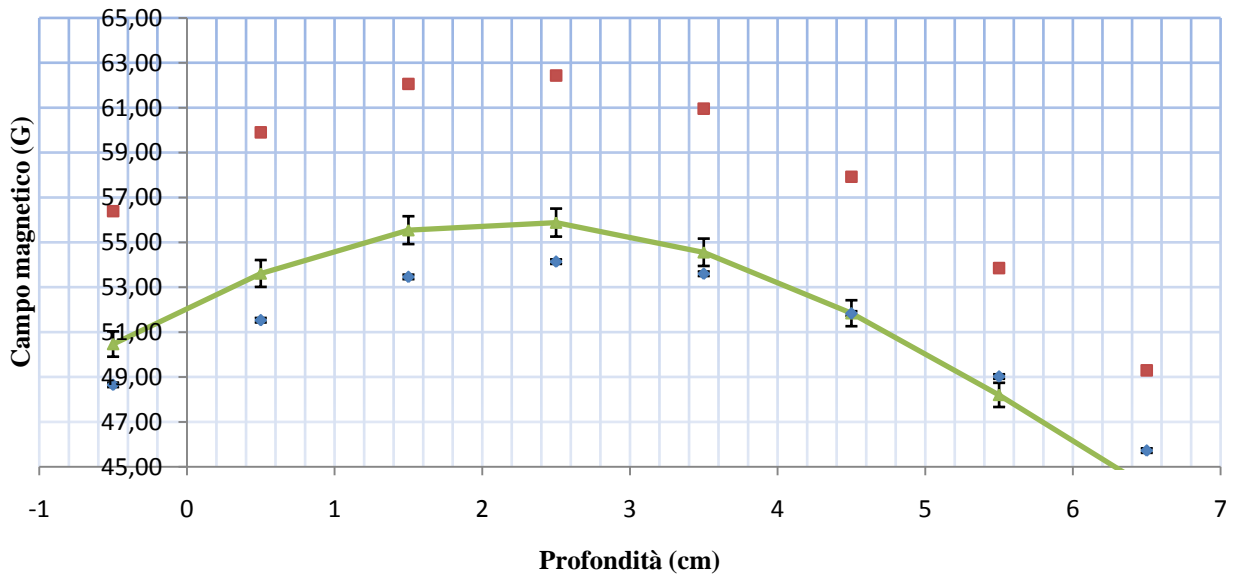
Campo magnetico con H=3,2 cm



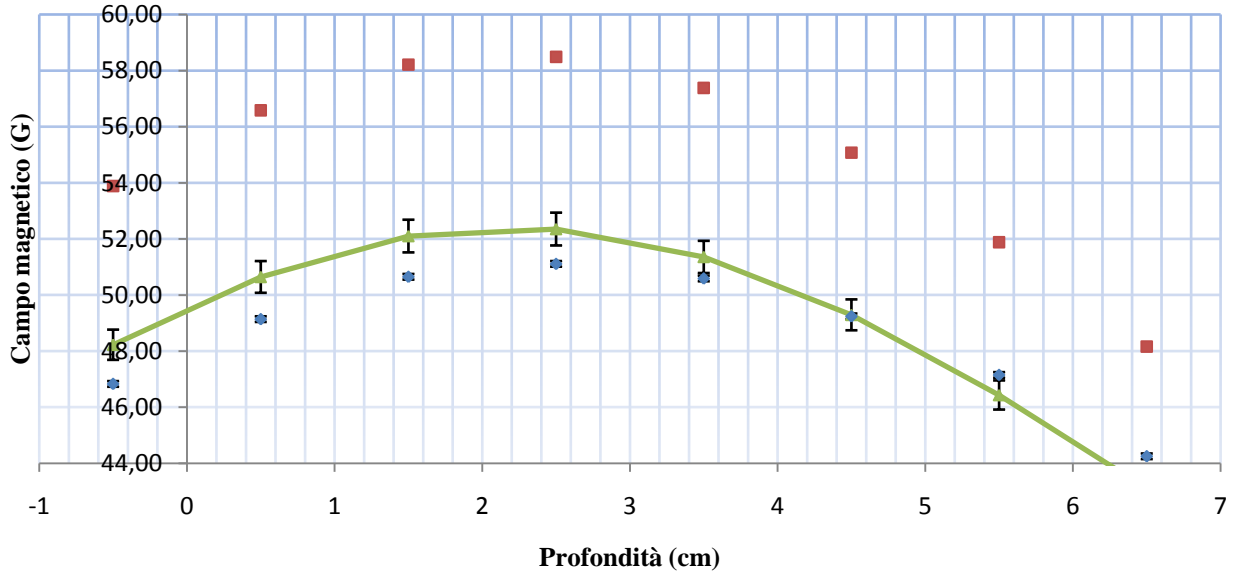
Campo magnetico con H=4,2 cm



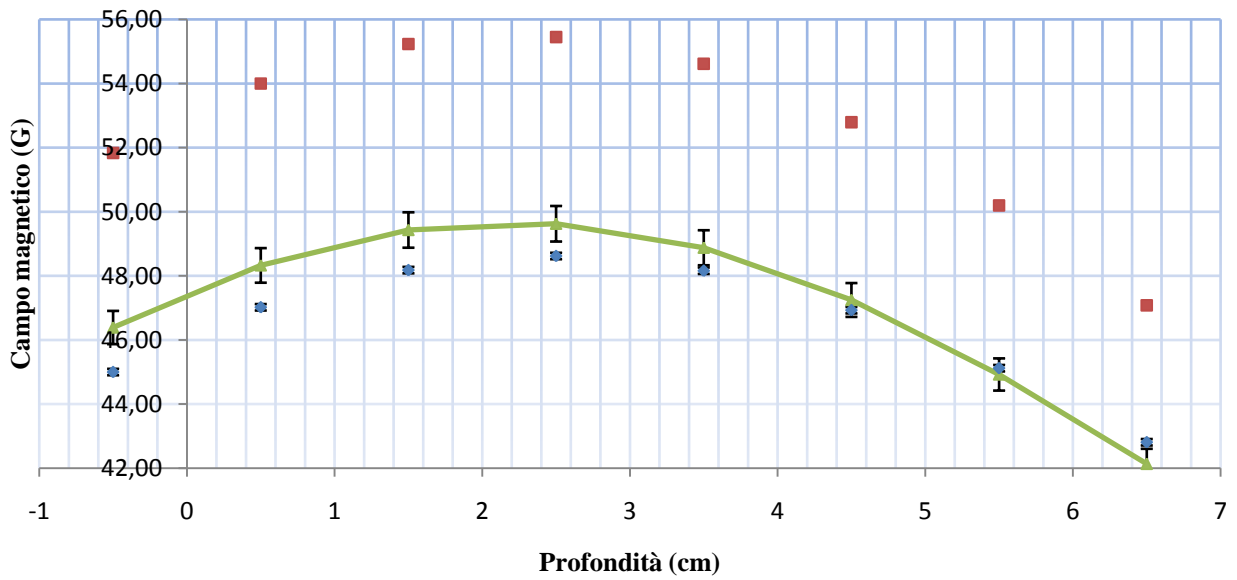
Campo magnetico con H=5,2 cm



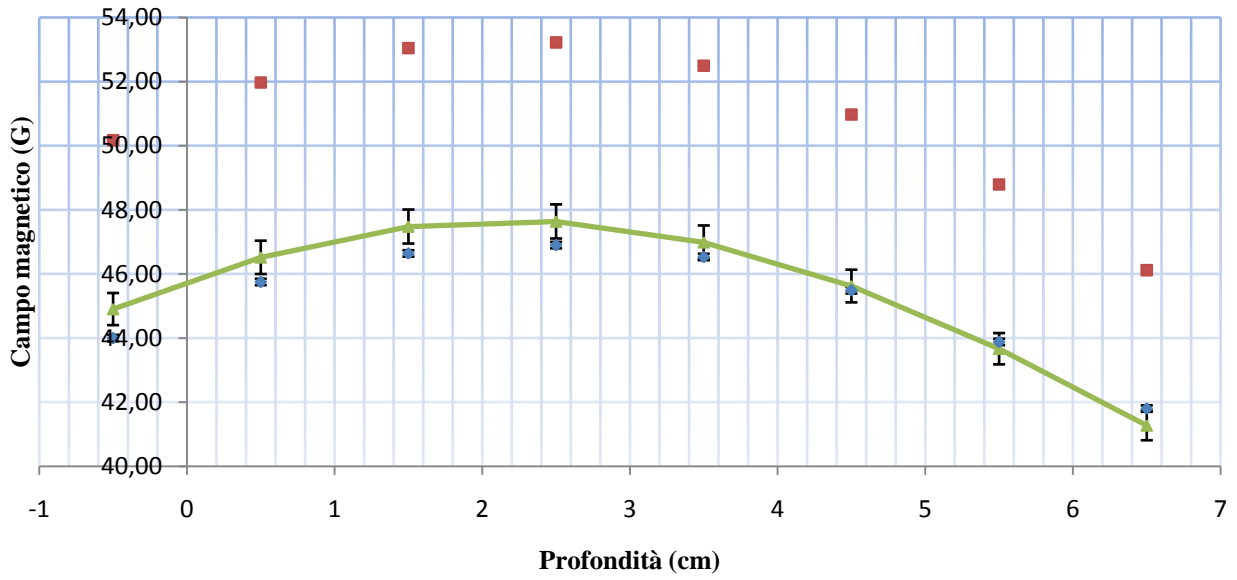
Campo magnetico con H=6,2 cm



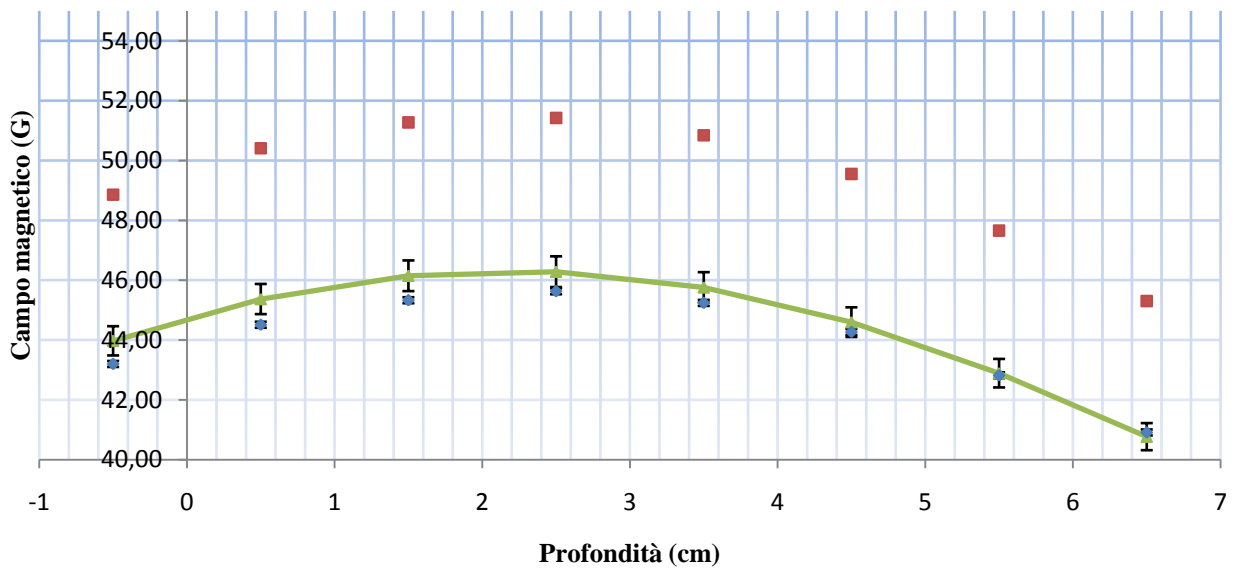
Campo magnetico con H=7,2 cm



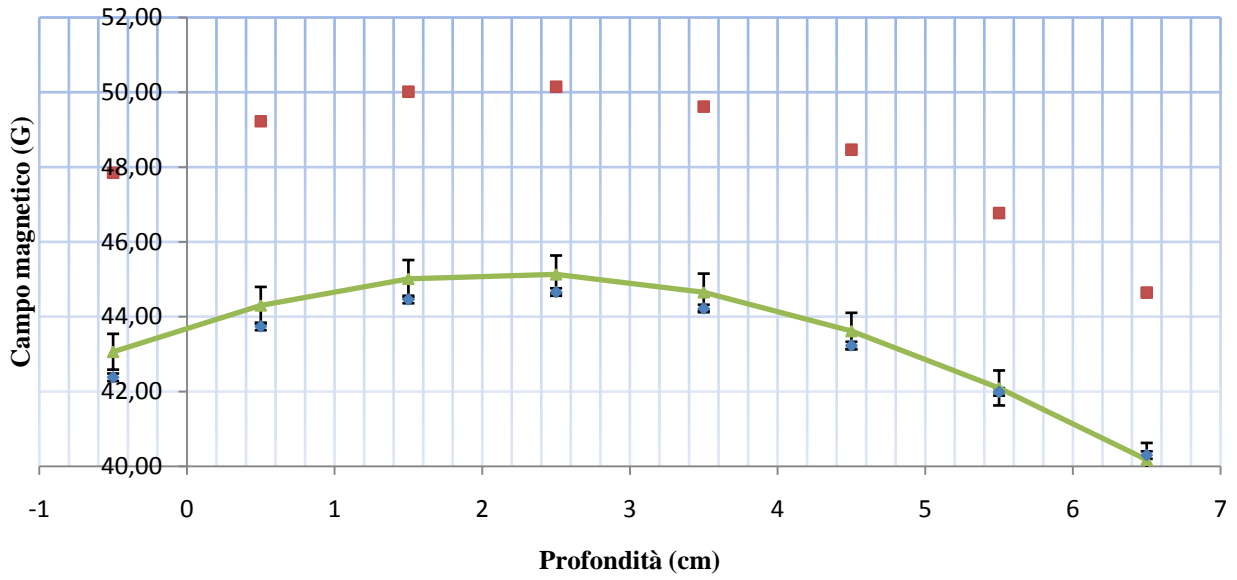
Campo magnetico con H=8,2 cm



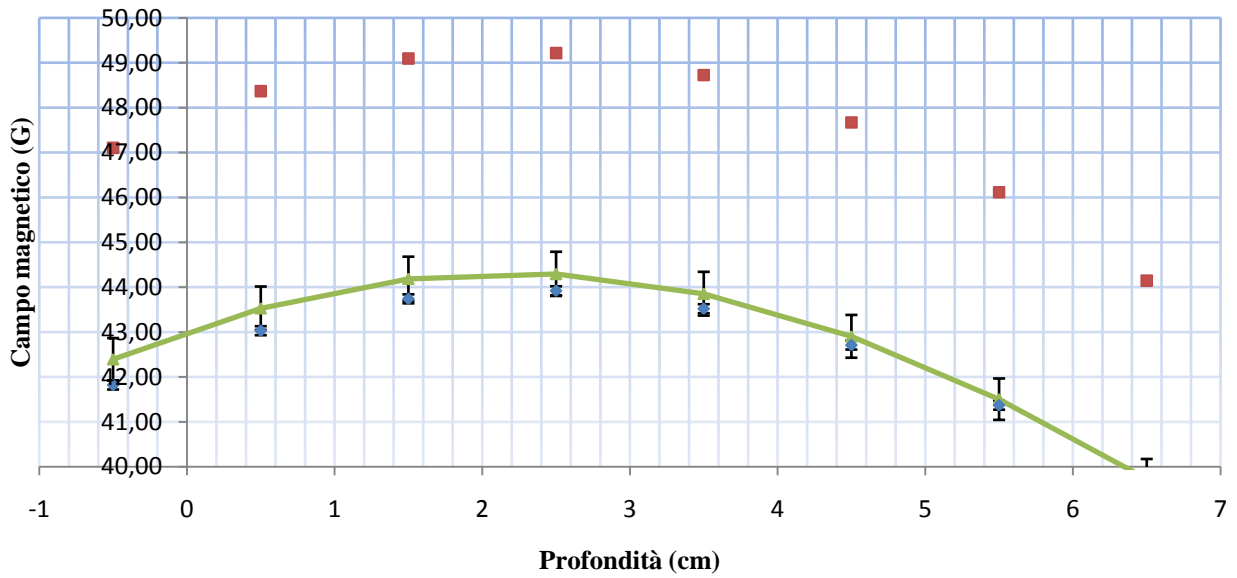
Campo magnetico con H=9,2 cm



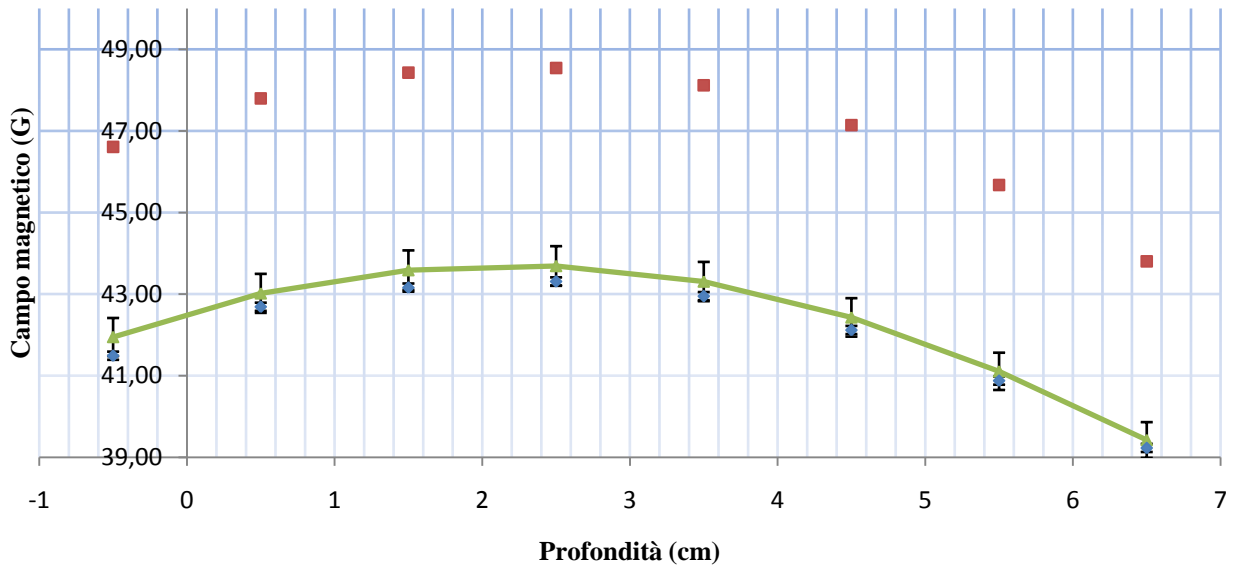
Campo magnetico con H=10,2 cm



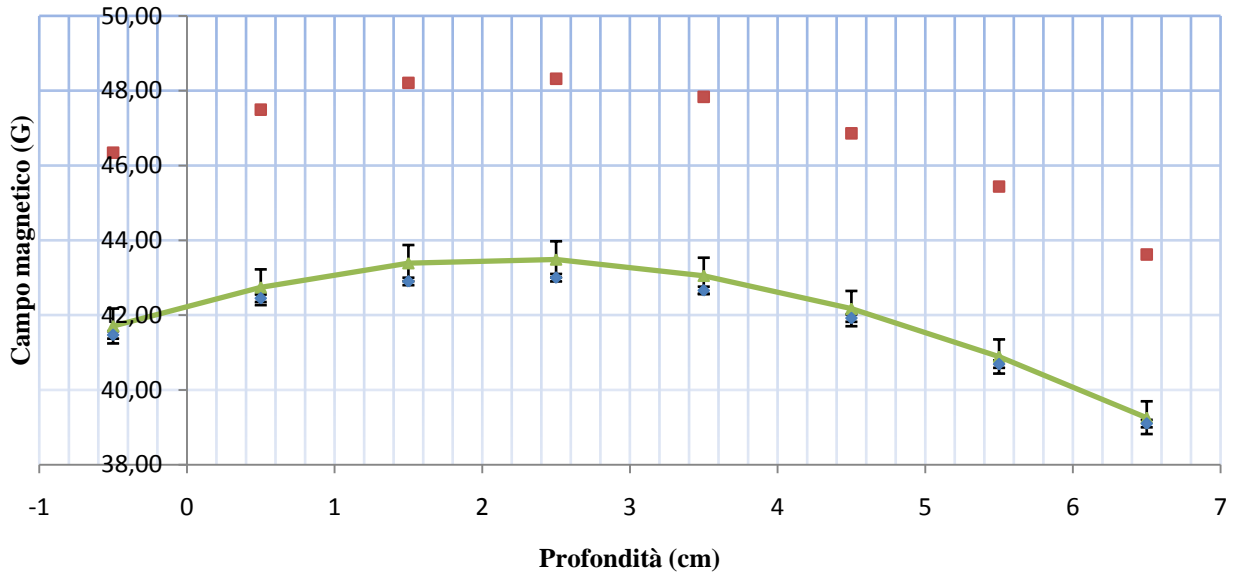
Campo magnetico con H=11,2 cm



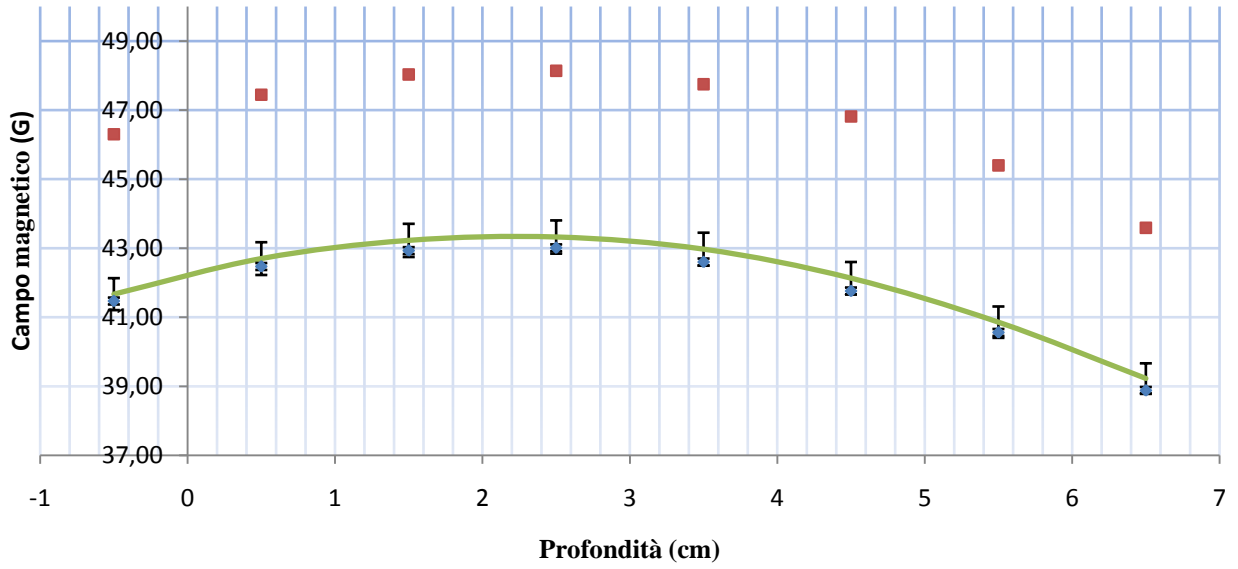
Campo magnetico con H=12,2 cm



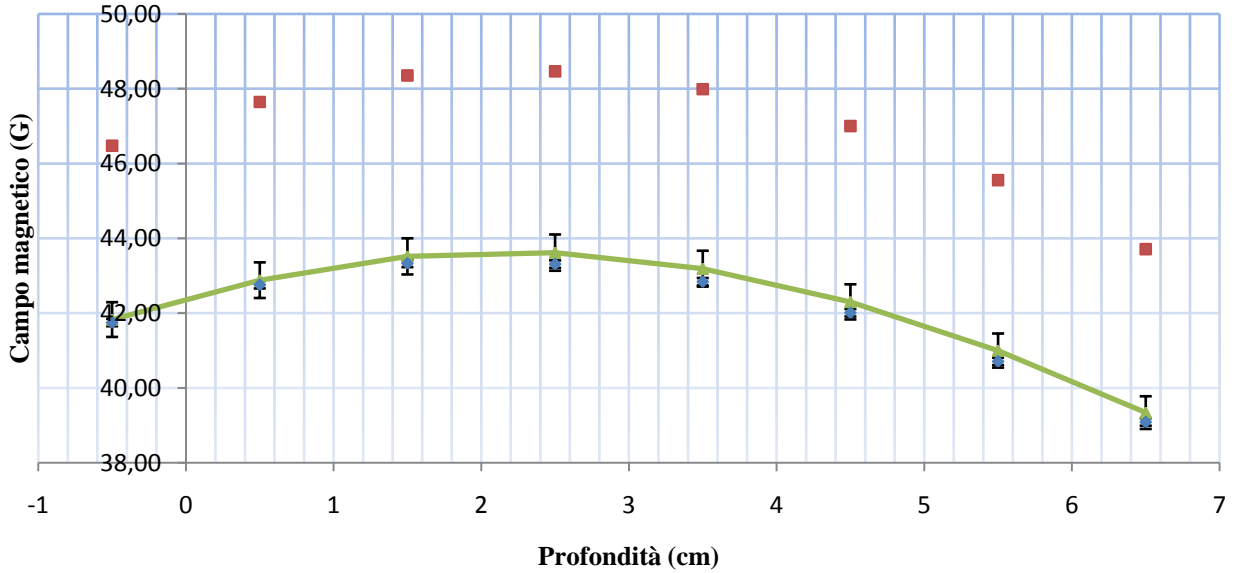
Campo magnetico con H=13,2 cm



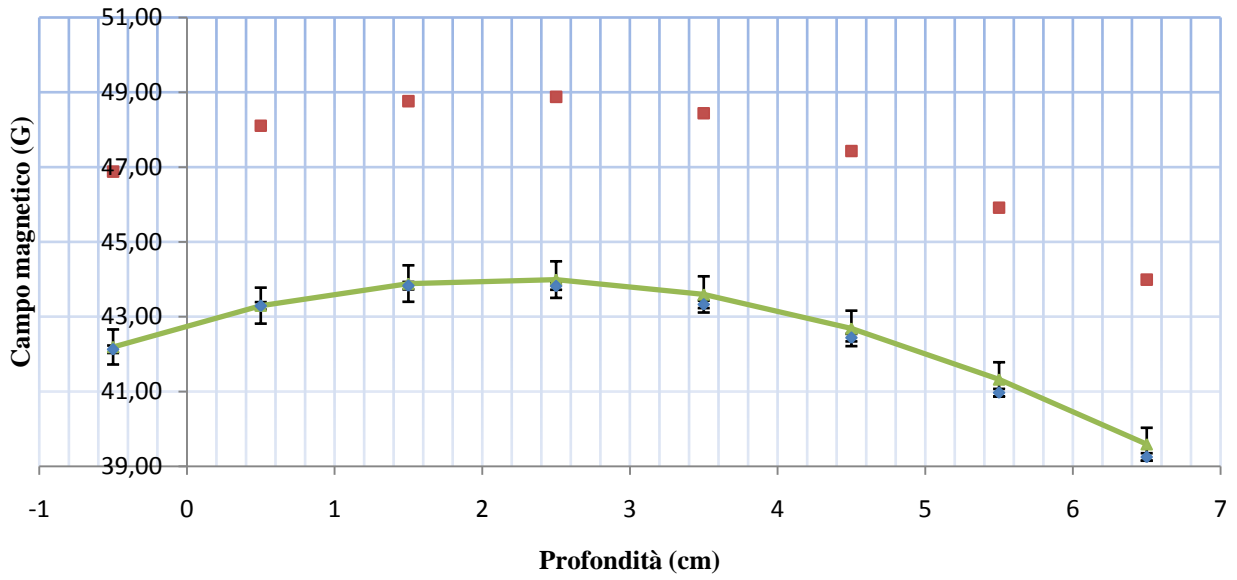
Campo magnetico con H=14,2 cm



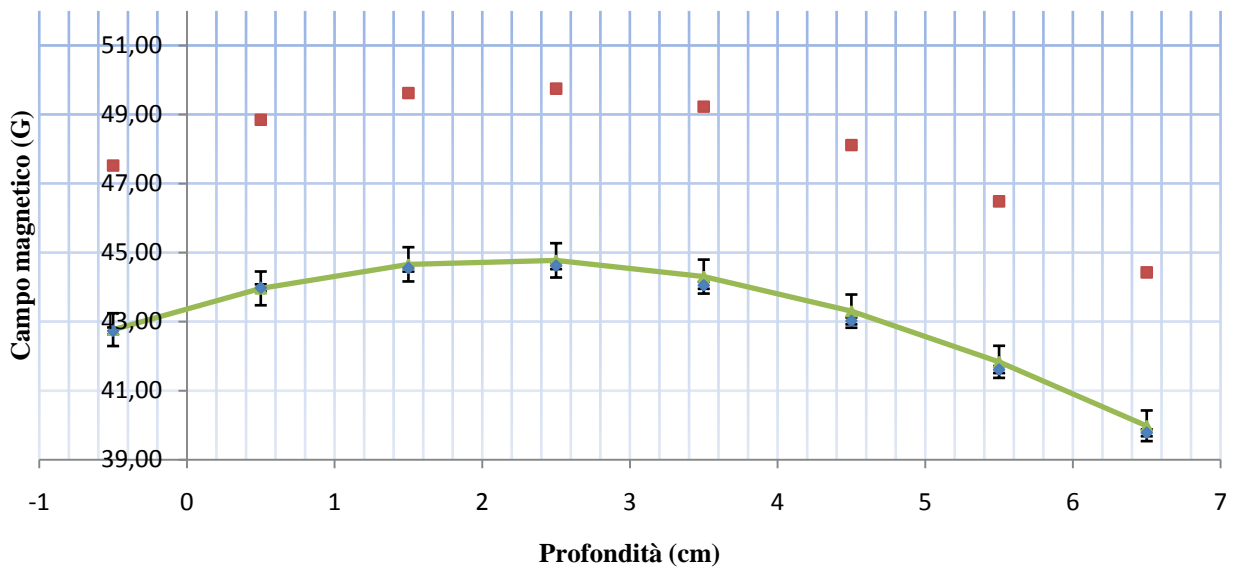
Campo magnetico con H=15,2 cm



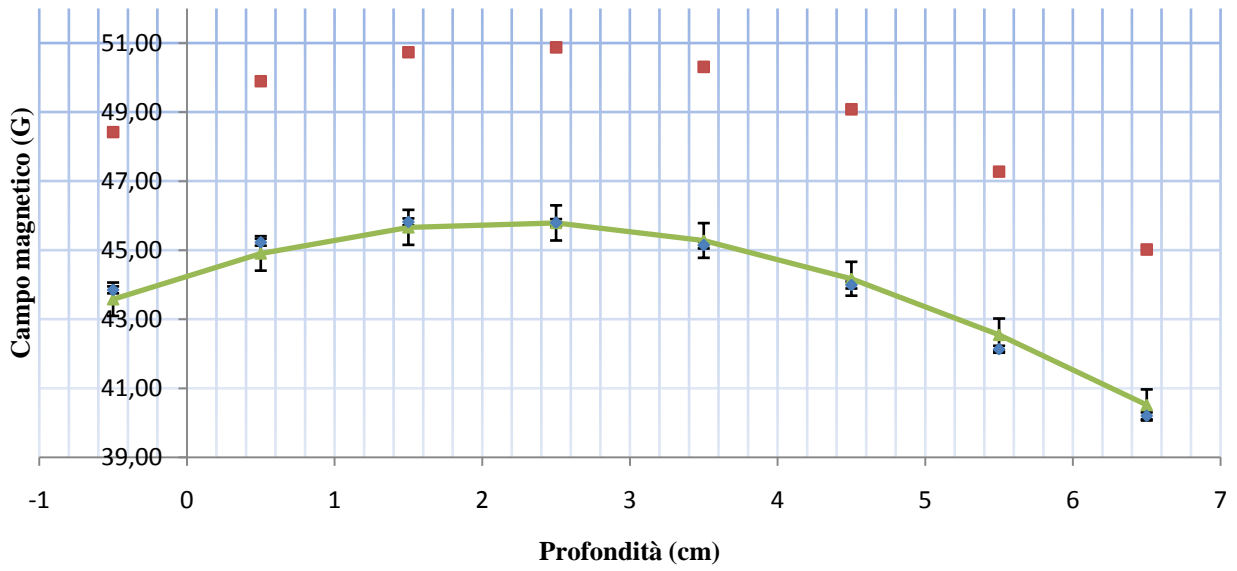
Campo magnetico con H=16,2 cm



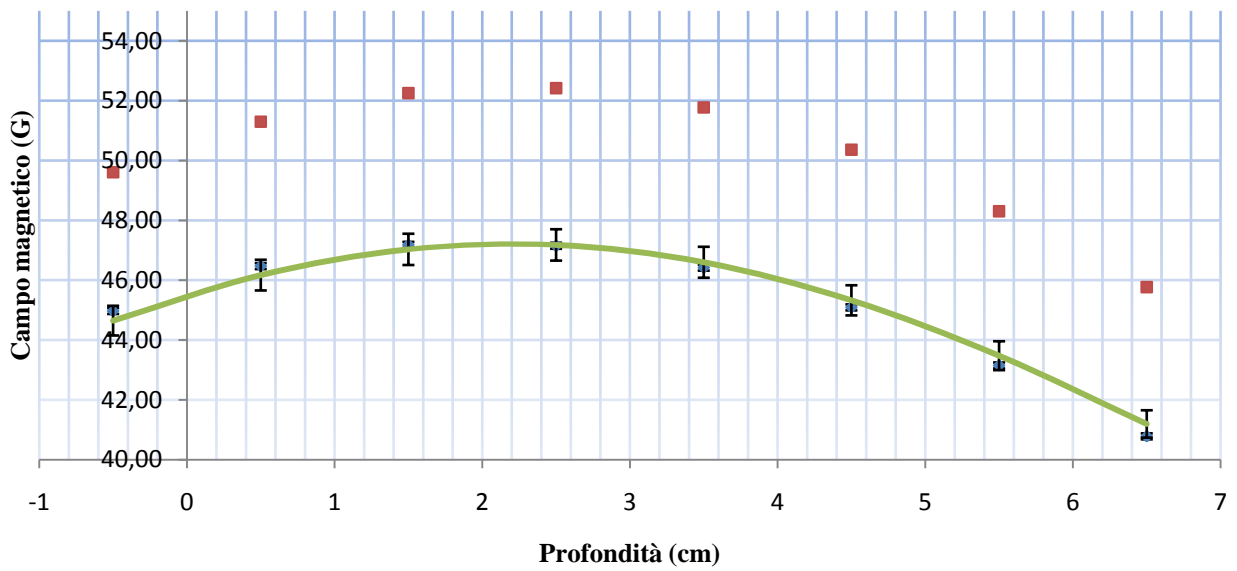
Campo magnetico con H=17,2 cm



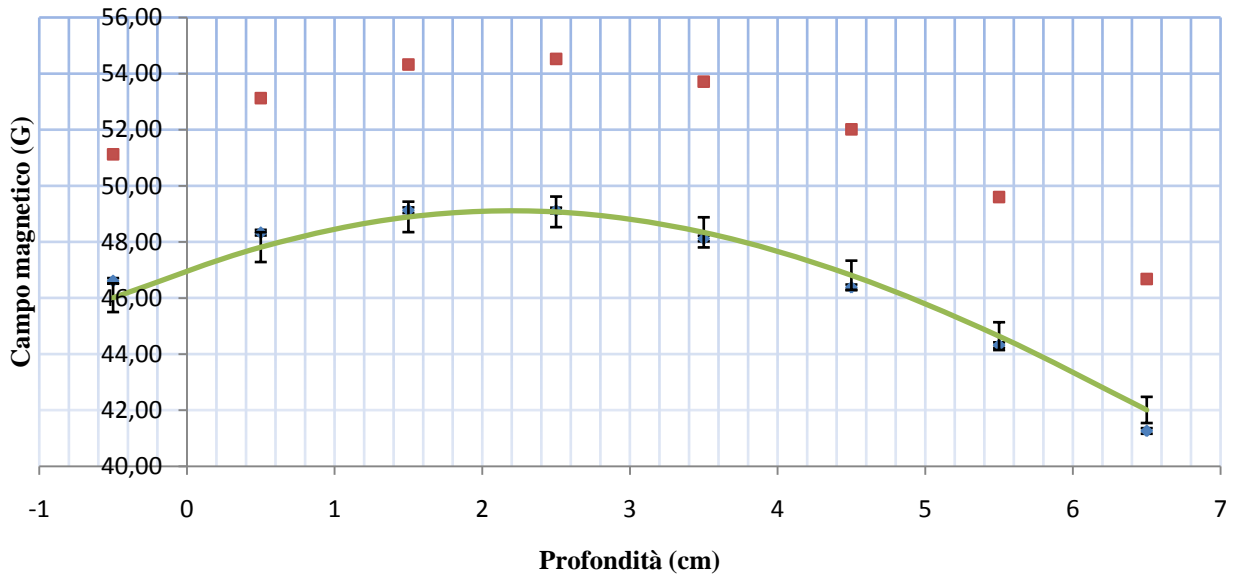
Campo magnetico con H=18,2 cm



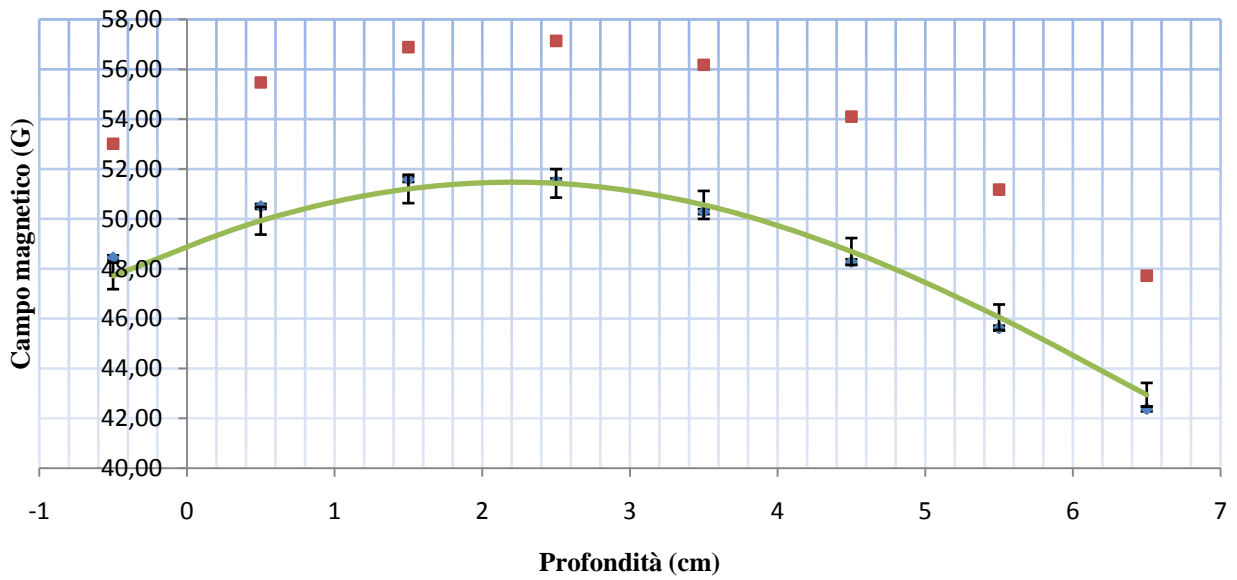
Campo magnetico con H=19,2 cm



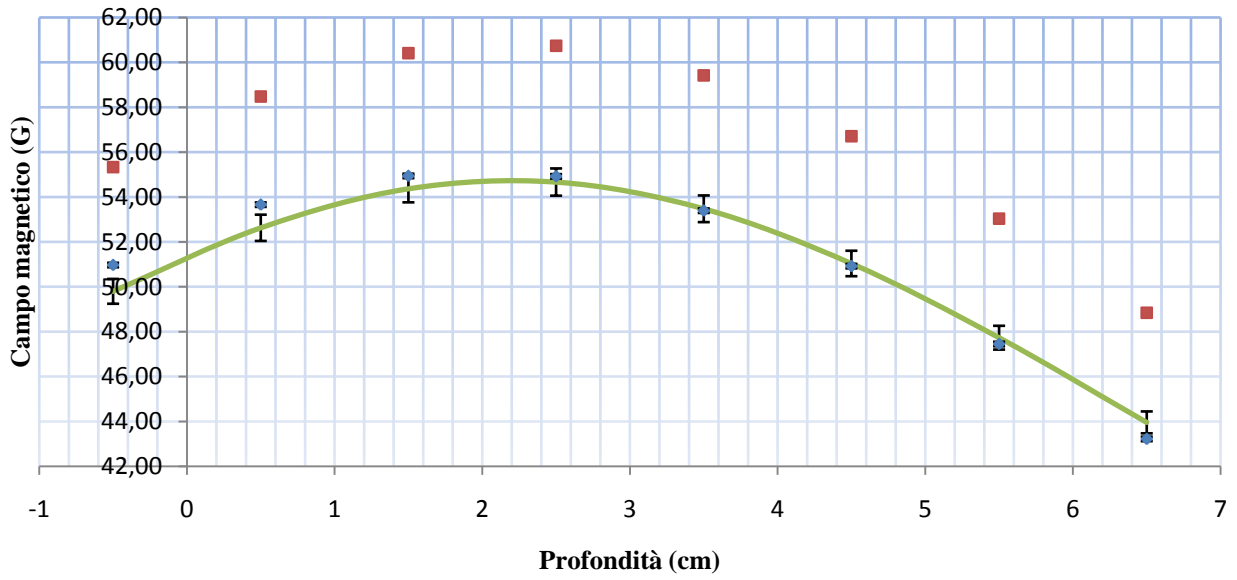
Campo magnetico con H=20,2 cm



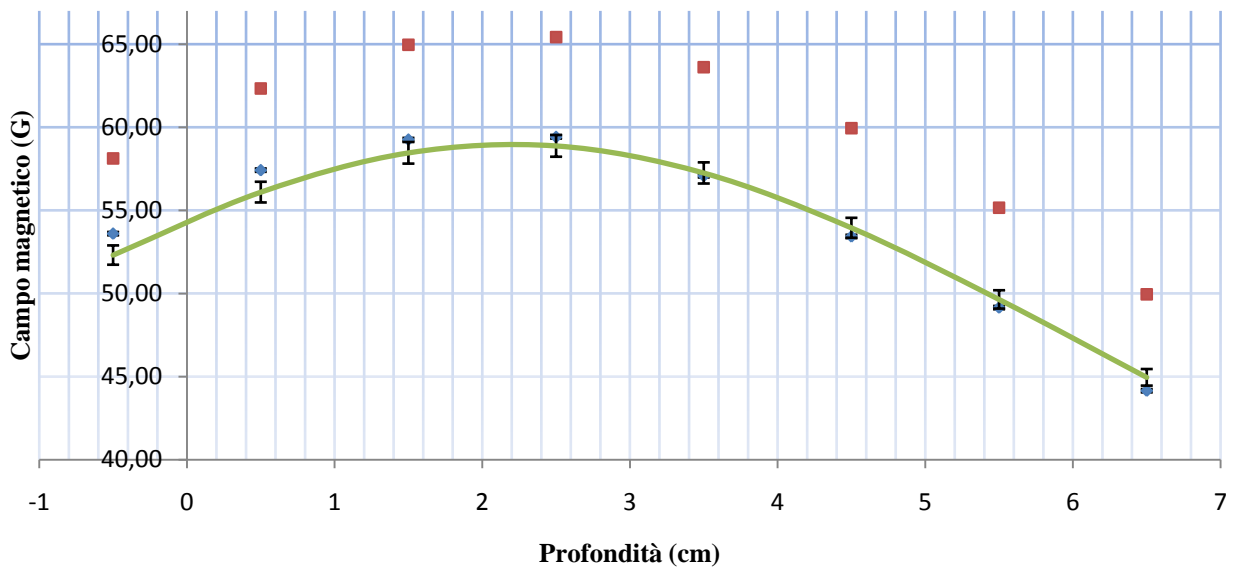
Campo magnetico con H=21,2 cm



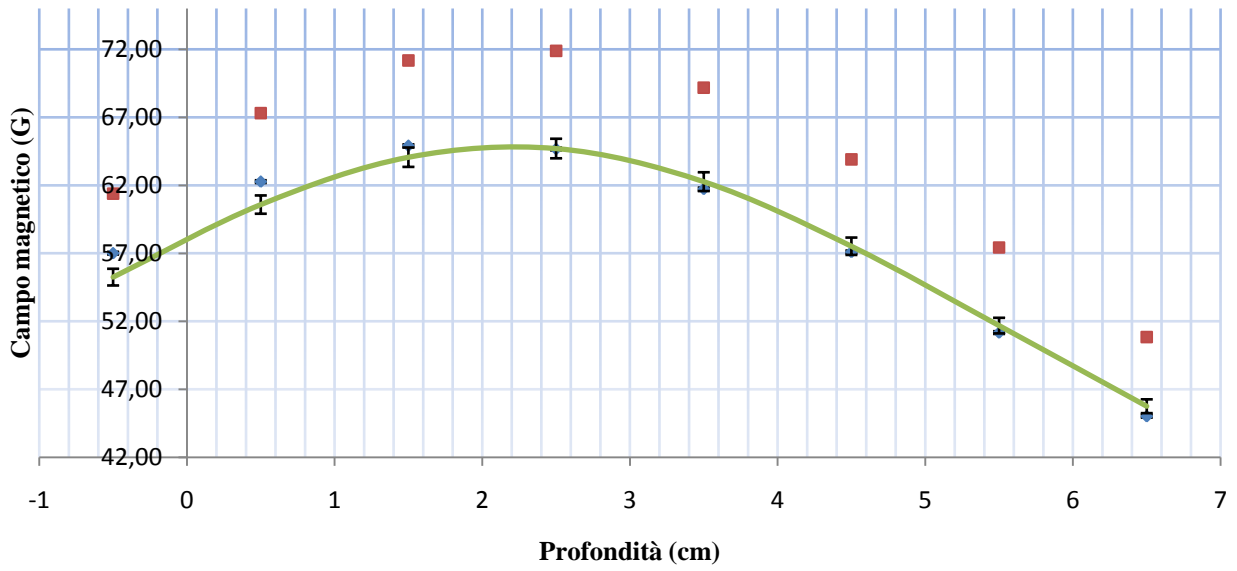
Campo magnetico con H = 22,2 cm



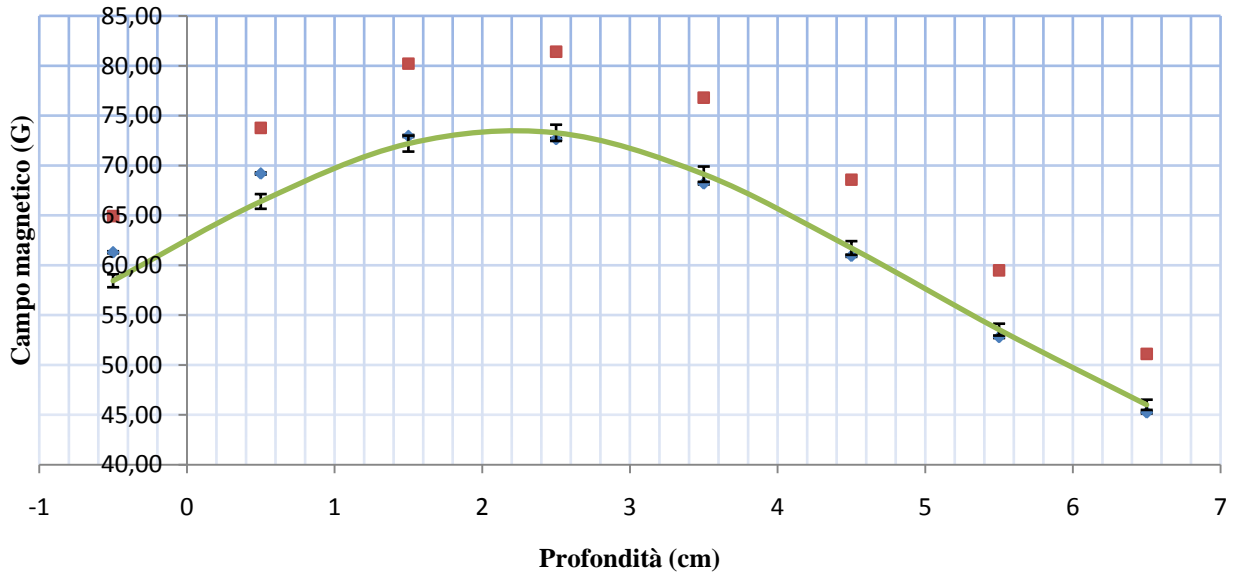
Campo magnetico con H = 23,2 cm



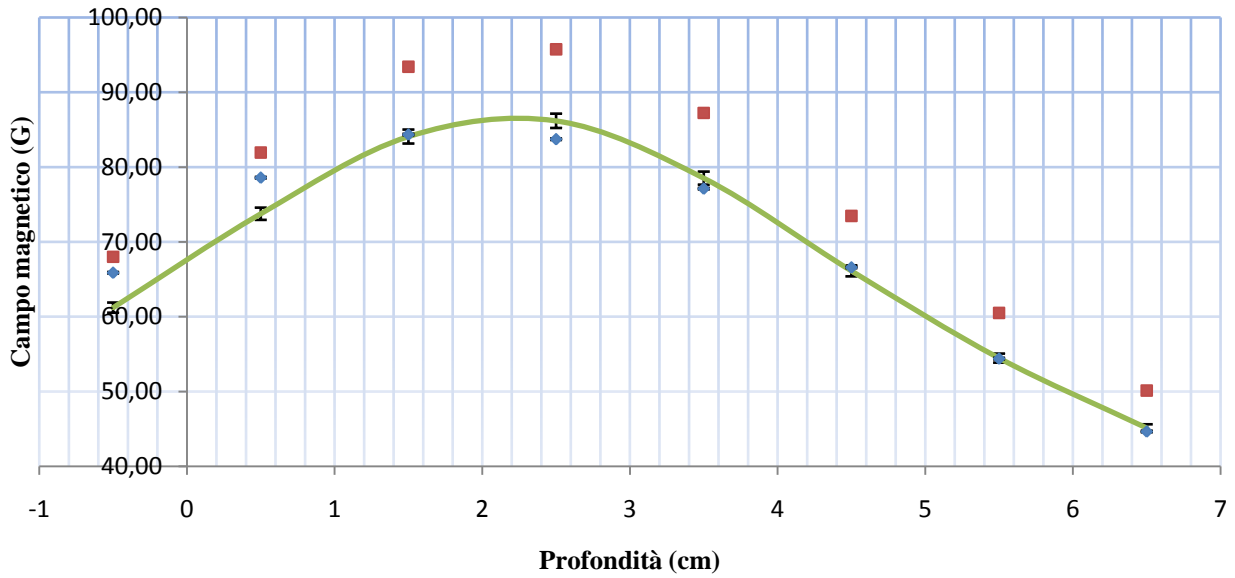
Campo magnetico con H=24,2 cm



Campo magnetico con H=25,2 cm

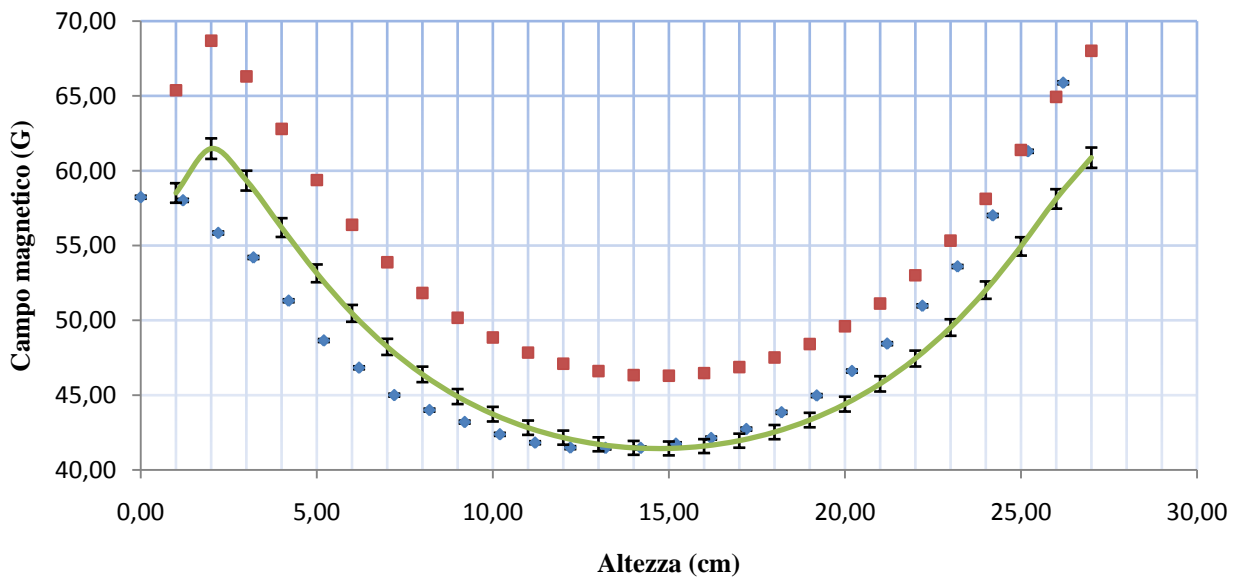


Campo magnetico con H=26,2 cm

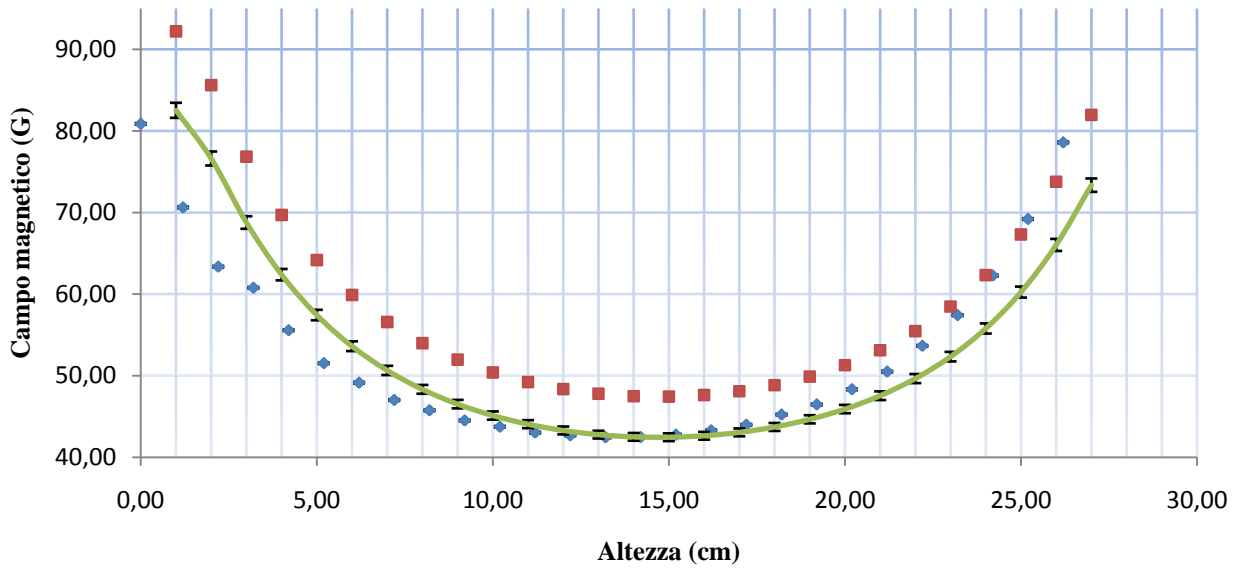


Grafici relativi al campo magnetico in funzione dell' altezza

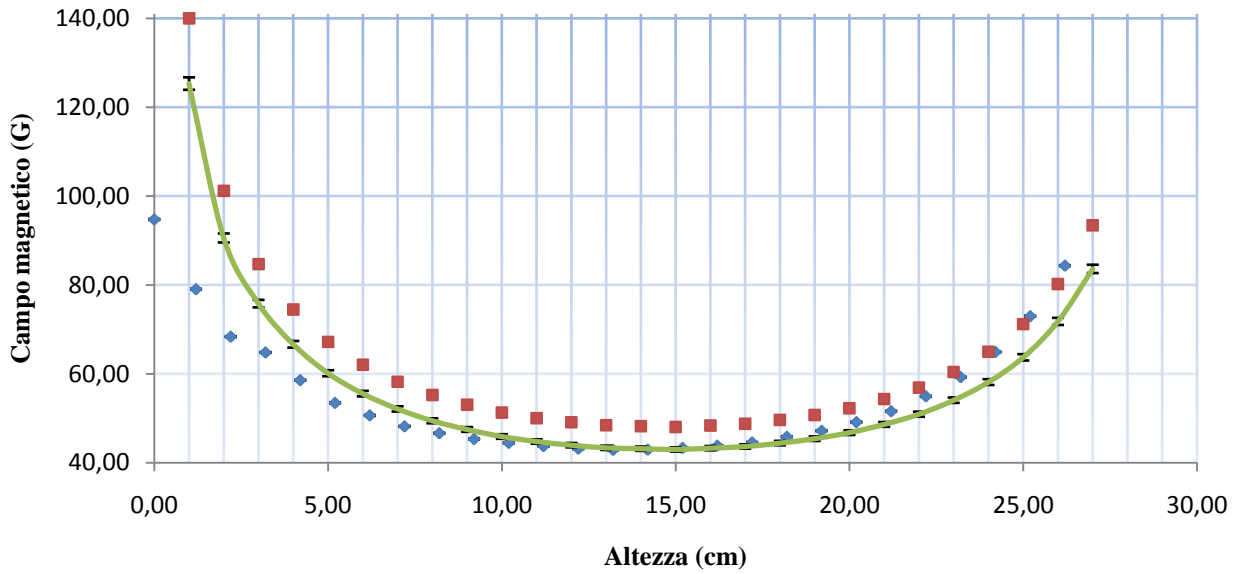
Campo magnetico con z=-0,5 cm



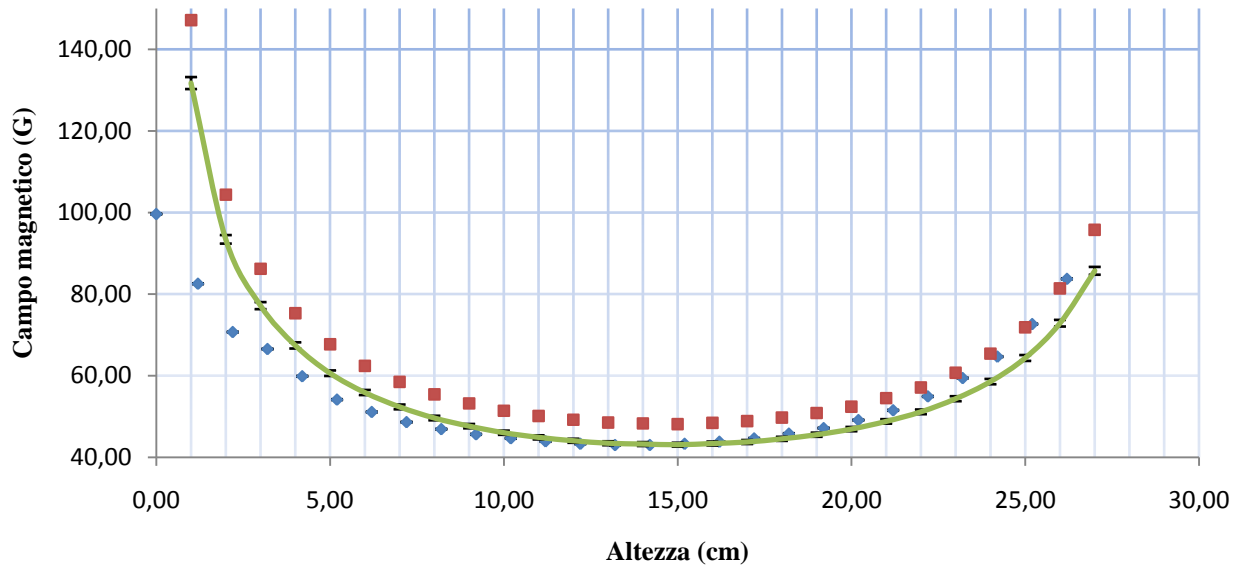
Campo magnetico con z=0,5 cm



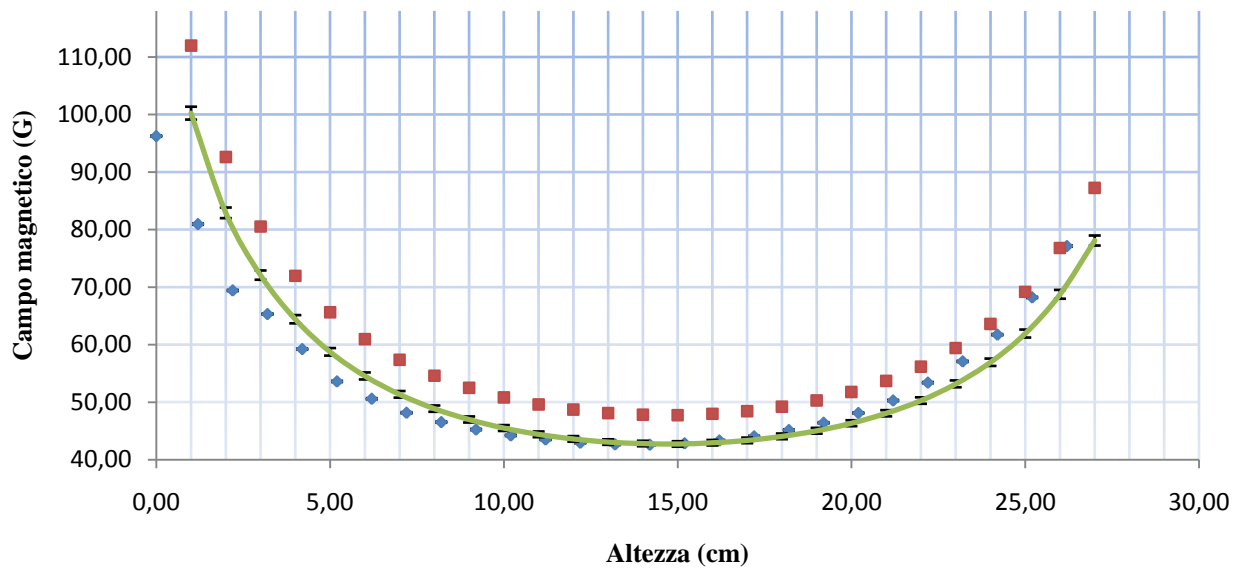
Campo magnetico con z=1,5 cm



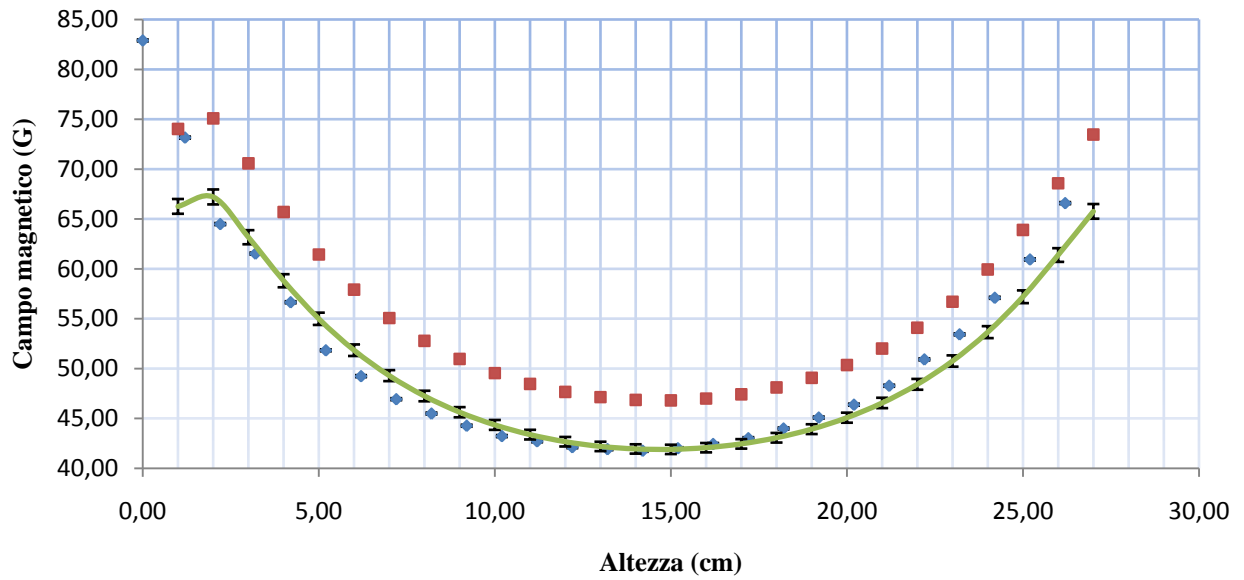
Campo magnetico con z=2,5 cm



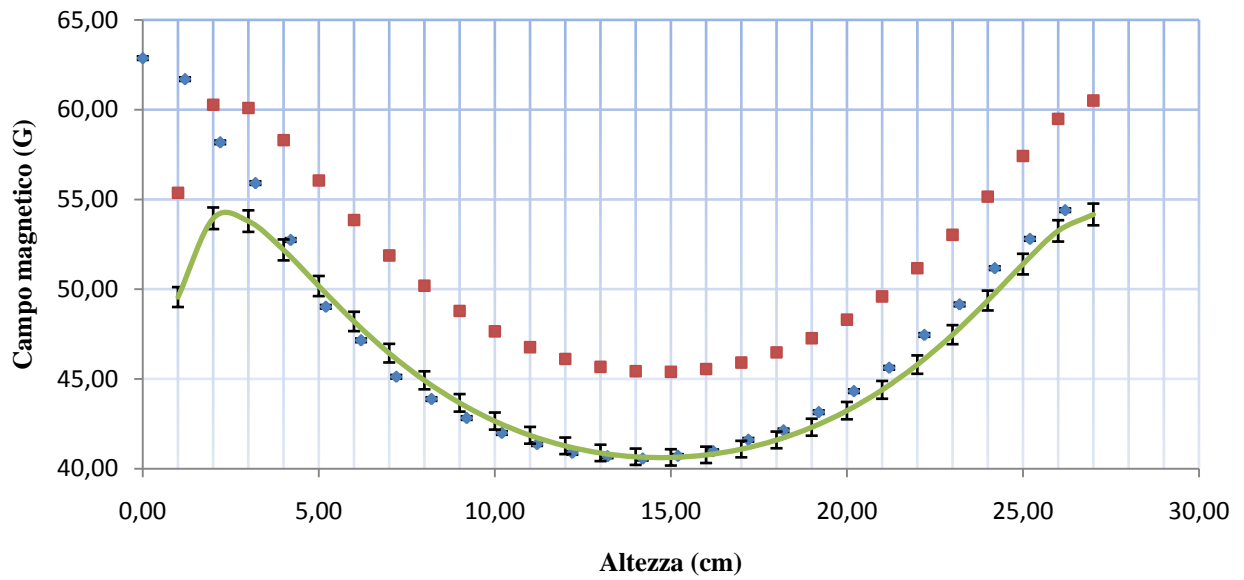
Campo magnetico con z=3,5 cm



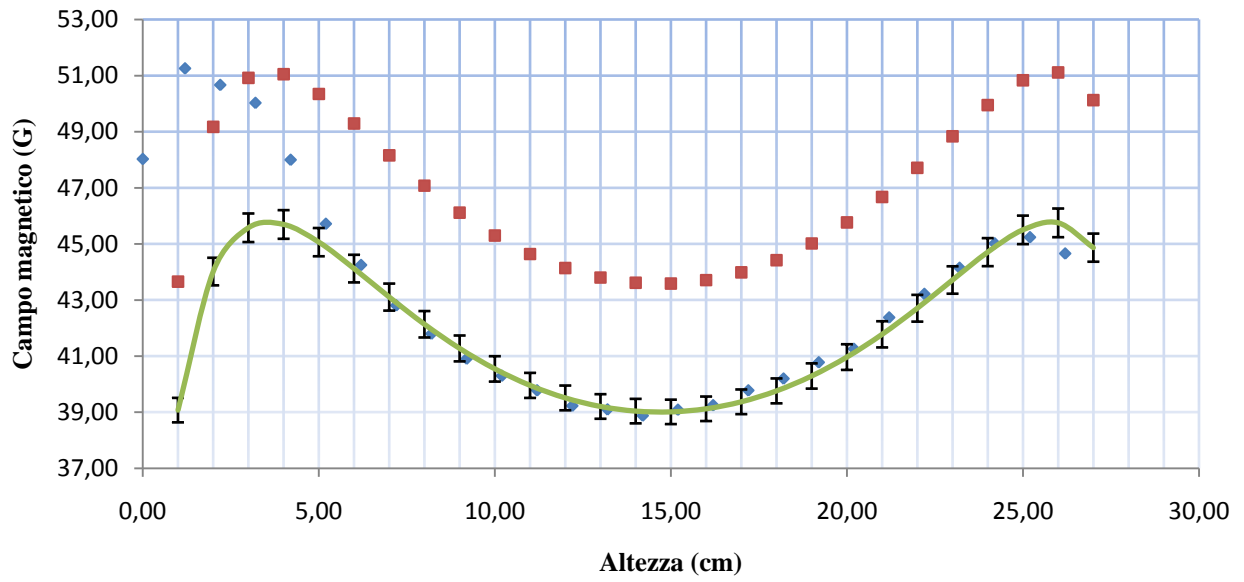
Campo magnetico con z=4,5 cm



Campo magnetico con z=5,5 cm

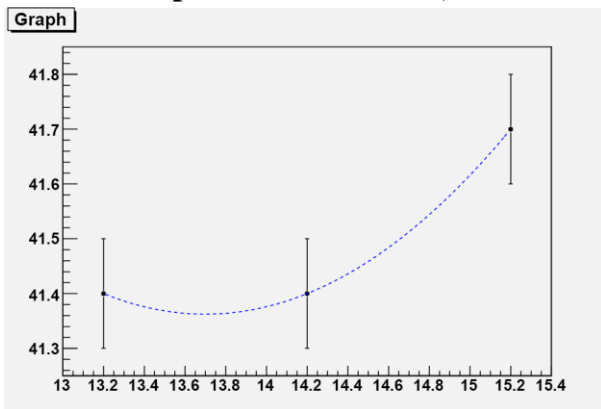


Campo magnetico con z=6,5 cm

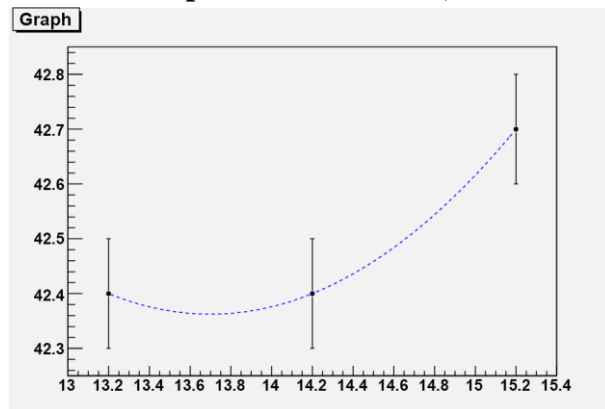


Grafici relativi all'interpolazione parabolica in funzione dell' altezza

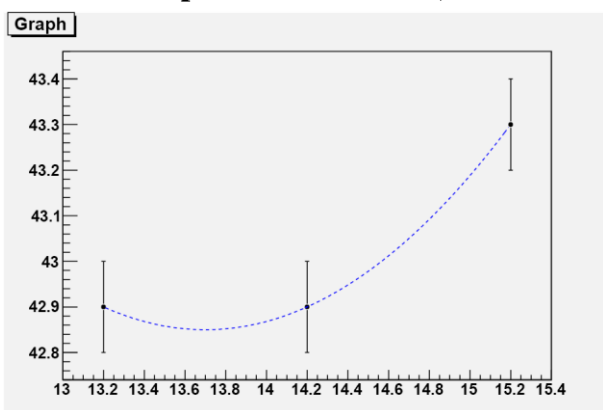
Interpolazione con $z = -0,5$ cm



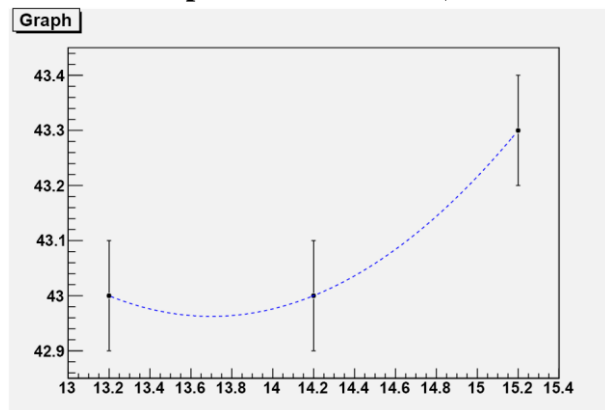
Interpolazione con $z = 0,5$ cm



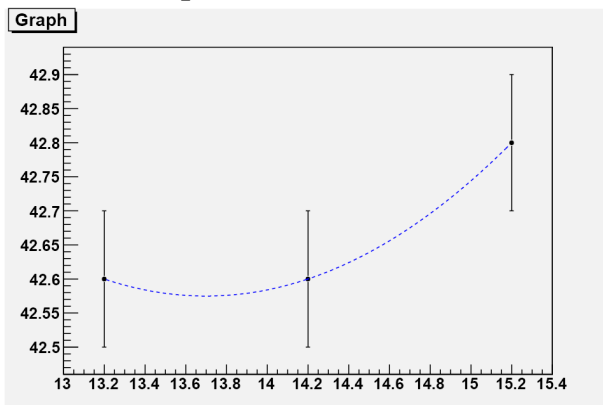
Interpolazione con $z = 1,5$ cm



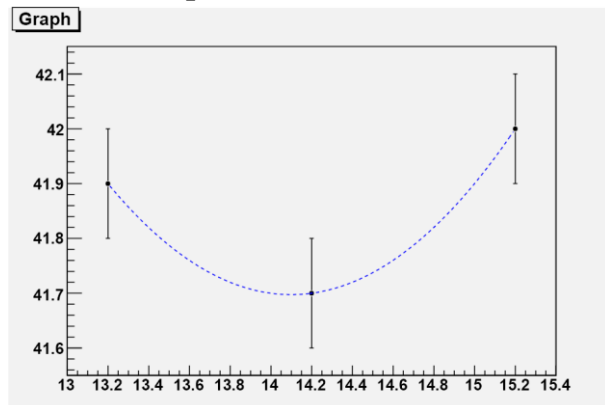
Interpolazione con $z = 2,5$ cm



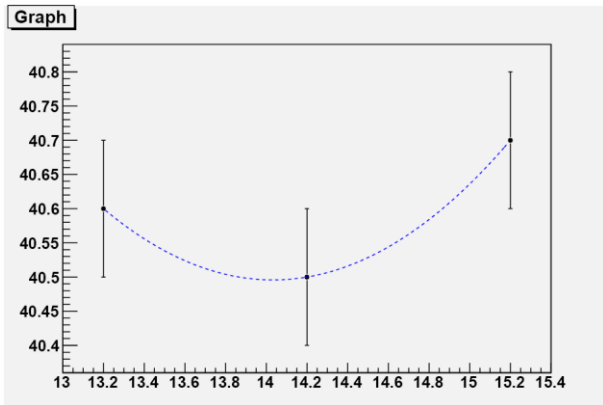
Interpolazione con $z = 3,5$ cm



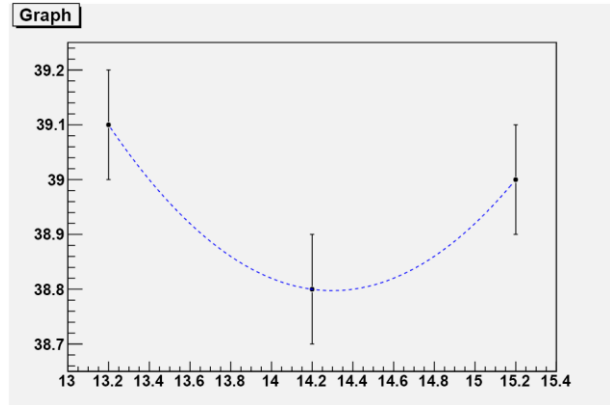
Interpolazione con $z = 4,5$ cm



Interpolazione con $z = 5,5$ cm

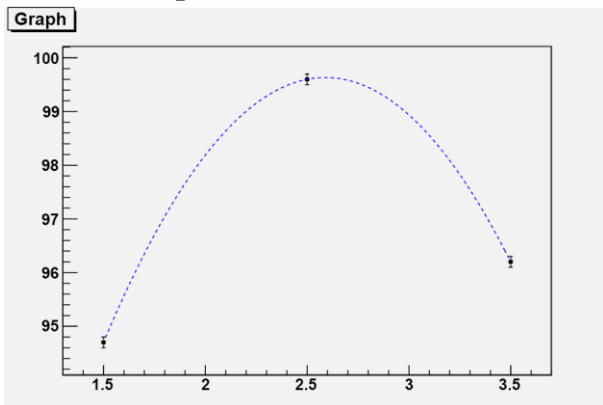


Interpolazione con $z = 6,5$ cm

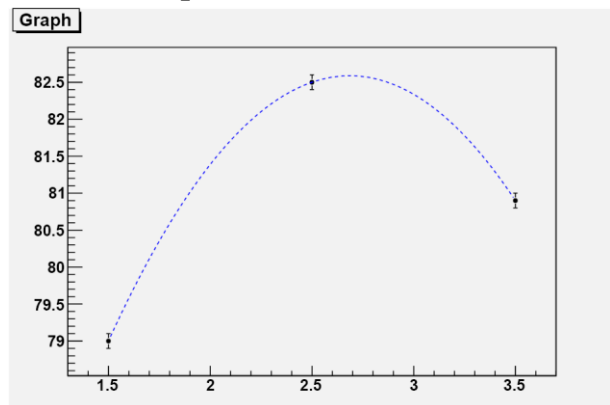


Grafici relativi all'interpolazione parabolica in funzione della profondità

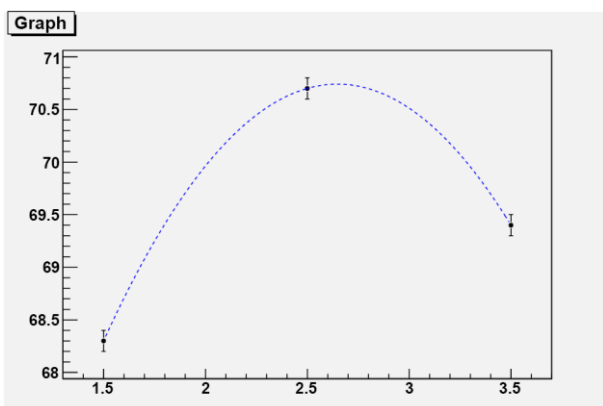
Interpolazione con $H = 0,0$ cm



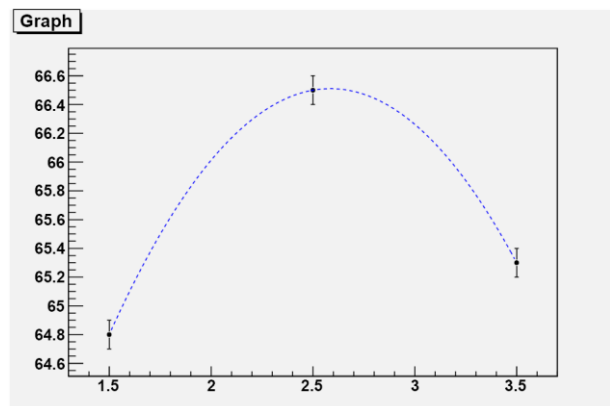
Interpolazione con $H = 1,2$ cm



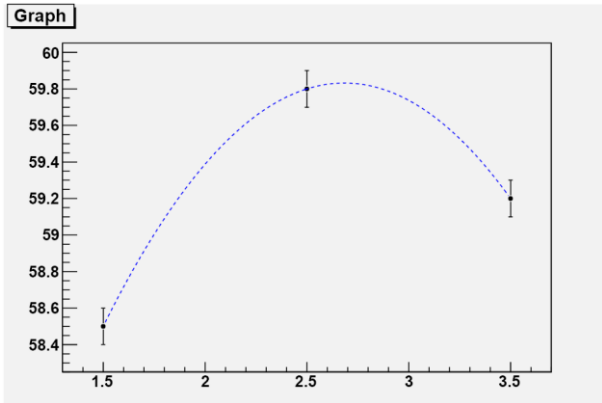
Interpolazione con $H = 2,2$ cm



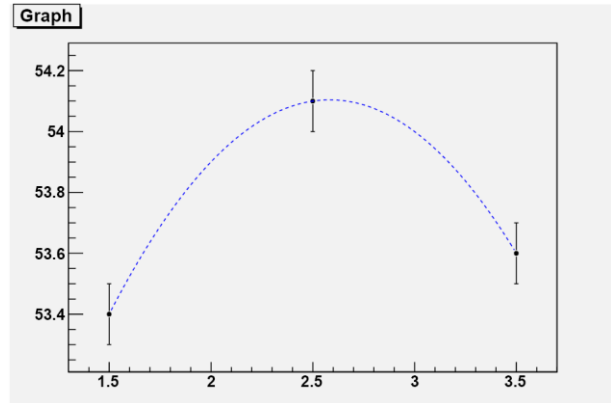
Interpolazione con $H = 3,2$ cm



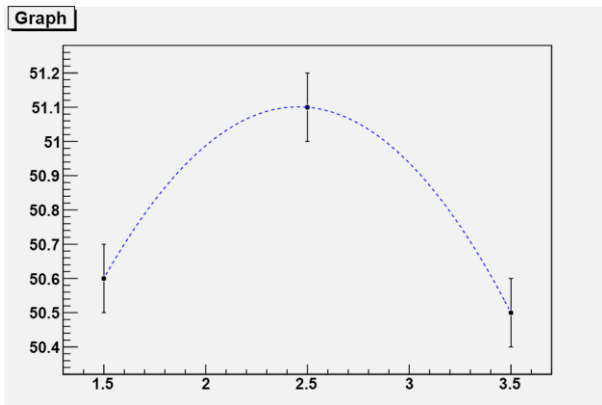
Interpolazione con H = 4,2 cm



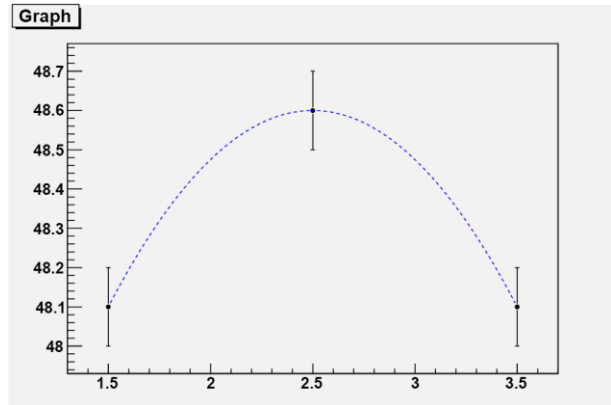
Interpolazione con H = 5,2 cm



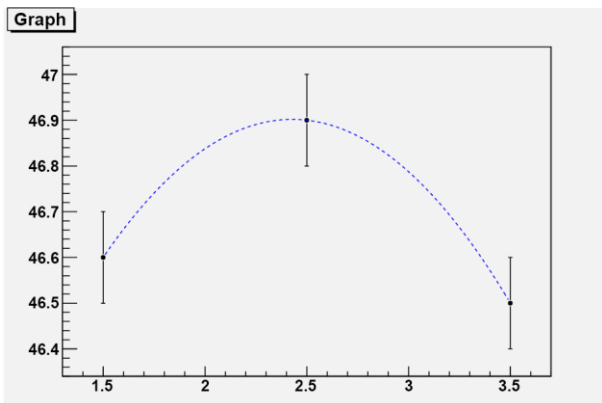
Interpolazione con H = 6,2 cm



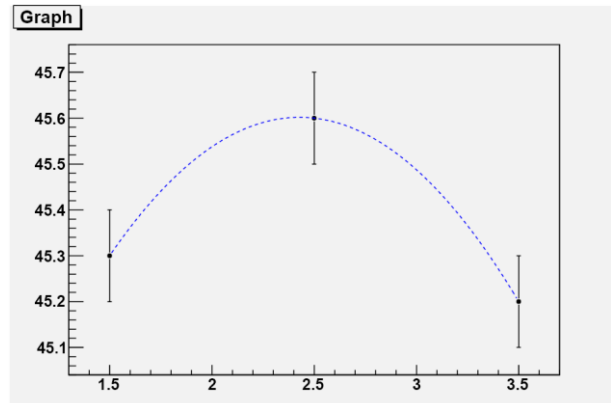
Interpolazione con H = 7,2 cm



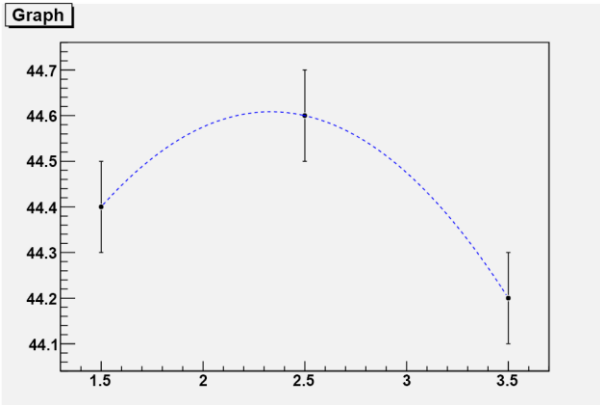
Interpolazione con H = 8,2 cm



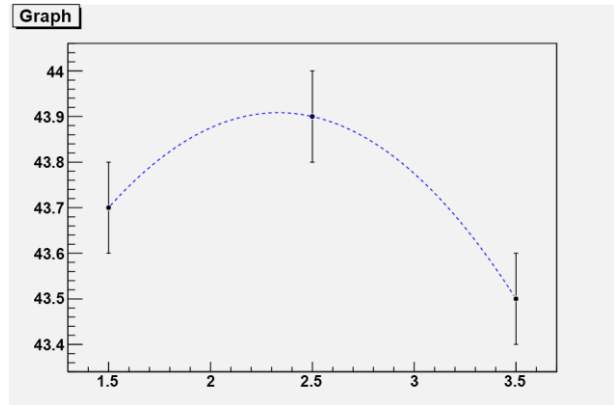
Interpolazione con H = 9,2 cm



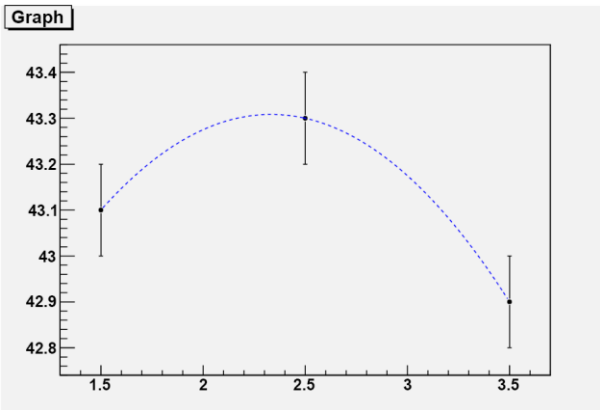
Interpolazione con H = 10,2 cm



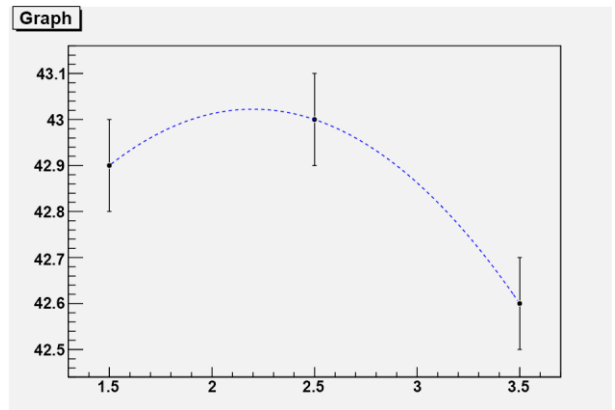
Interpolazione con H = 11,2 cm



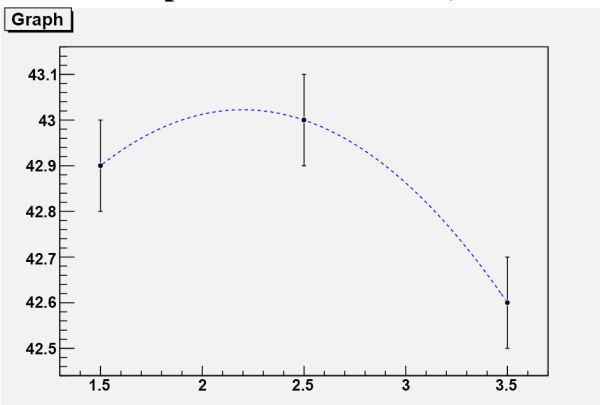
Interpolazione con H = 12,2 cm



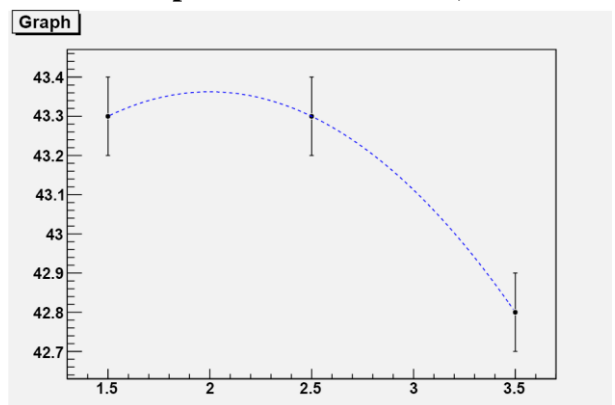
Interpolazione con H = 13,2 cm



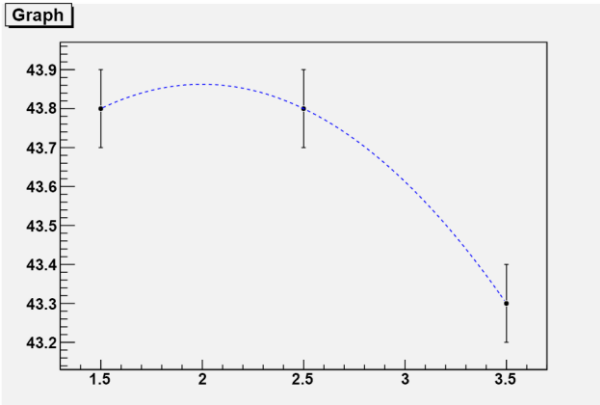
Interpolazione con H = 14,2 cm



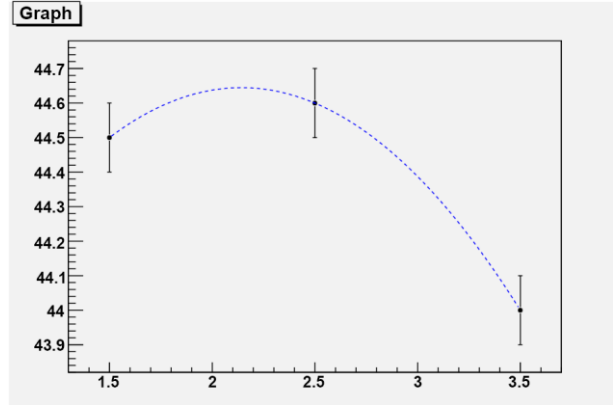
Interpolazione con H = 15,2 cm



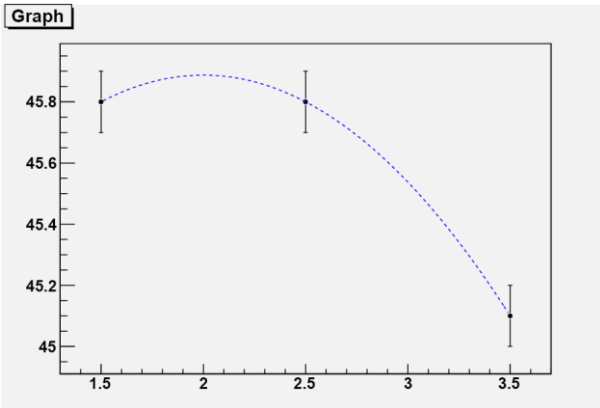
Interpolazione con H = 16,2 cm



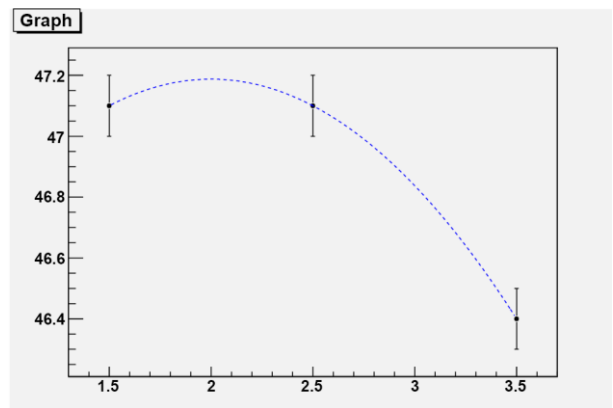
Interpolazione con H = 17,2 cm



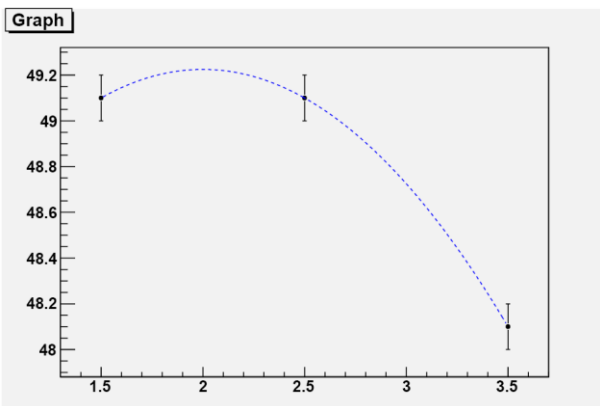
Interpolazione con H = 18,2 cm



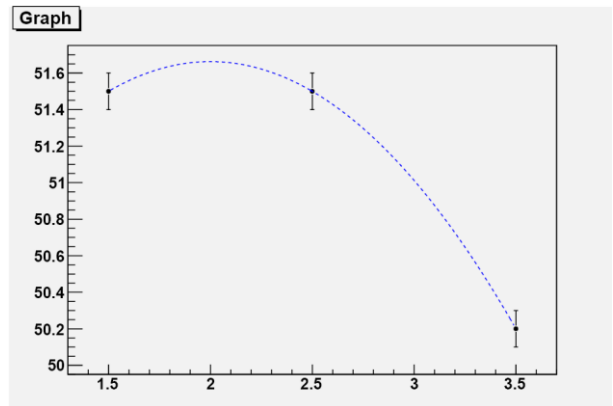
Interpolazione con H = 19,2 cm



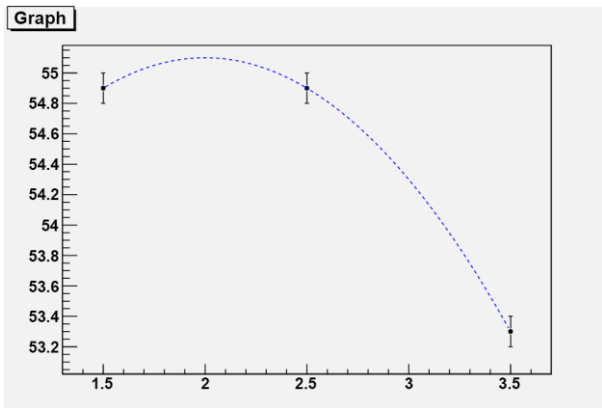
Interpolazione con H = 20,2 cm



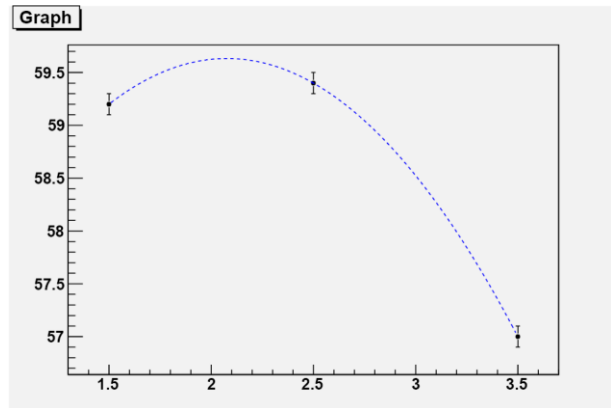
Interpolazione con H = 21,2 cm



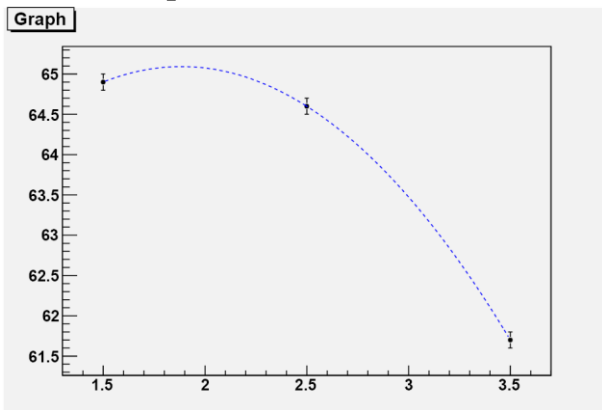
Interpolazione con H = 22,2 cm



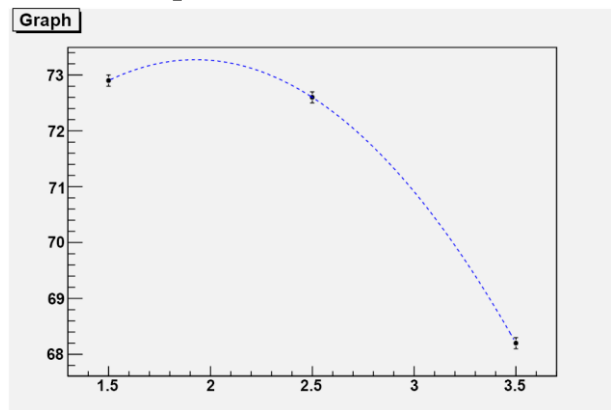
Interpolazione con H = 23.2 cm



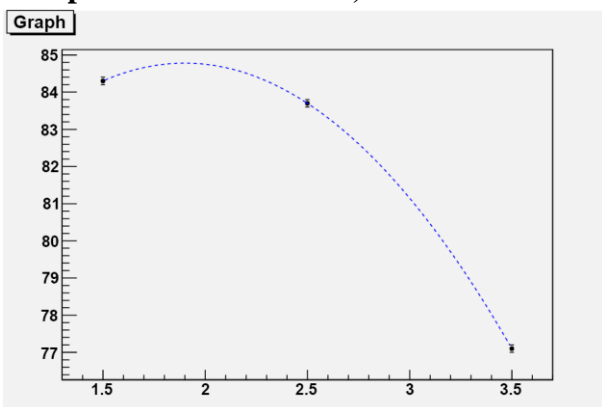
Interpolazione con H = 24,2 cm



Interpolazione con H = 25,2 cm



Interpolazione con H = 26,2 cm



Bibliografia

- ¹V. Labinac, N. Erceg, e D. Kotnik-Karuza, “Magnetic field of a cylindrical coil”, pp. 621-624, 2006.
- ²S.Focardi, I. Massa, e A. Uguzzoni, “Campi magnetici stazionari”, in: Fisica Generale: Elettromagnetismo, S. Focardi, I. Massa, e A. Uguzzoni, 2007, pp. 193-195 (C.E.A. Casa Editrice Ambrosiana, Milano, Italy).
- ³R. Eisberg, e R. Resnick, “Quantum statistics”, in: Quantum Physics of Atoms, Molecules, Solids, Nuclei, and Particles (second edition), R. Eisberg, e R. Resnick, 1985, pp. 380-384, pp. 391-392, pp.404-409 (John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, USA).
- ⁴R. Eisberg, e R. Resnick, “Solids-Conductors and Semiconductors” in: Quantum Physics of Atoms, Molecules, Solids, Nuclei, and Particles (second edition), R. Eisberg, e R. Resnick, 1985, pp. 452-456 (John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, USA).
- ⁵N. W. Ashcroft, e N.D. Mermin, “The Sommerfeld Theory of Metals” in: Solid State Physics, N. W. Ashcroft, e N.D. Mermin , 1976, pp. 30-36 (Saunders College Publishers, Philadelphia, PA, USA).
- ⁶N. W. Ashcroft, e N.D. Mermin, “Surface Effects” in: Solid State Physics, N. W. Ashcroft, e N.D. Mermin , 1976, pp. 354-360, pp. 362-364, (Saunders College Publishers, Philadelphia, PA, USA).
- ⁷G. P. Harnwell, e J. J. Livingood, “Thermionic and Photoelectric Effects” in: Experimental Atomic Physics, G. P. Harnwell, e J. J. Livingood, 1933, pp. 195-197, pp. 201-203 (McGRAW-HILL BOOK COMPANY, New York, USA).
- ⁸K. Turvey, “ Test of validity of Maxwellian statistics for electrons thermionically emitted from an oxide cathode”, Eur. J. Phys. 11:51-55, 1990.
- ⁹C. Kittel, “Free Electron Fermi Gas” in: Introduction to Solid State Physics (seventh edition), C. Kittel, 1996, pp. 146-150 (John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, USA).
- ¹⁰M. P. Marder, “Electronics” in: Condensed Matter Physics, M. P. Marder, 2005, pp.517-522 (John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, USA).
- ¹¹O. W. Richardson, “Theory of the emission of electrons from hot bodies” in: The Emission of Electricity from Hot Bodies, O. W. Richardson, 1916, pp. 27-30, pp. 33-36 (LONGMANS, GREEN AND CO, London, UK).
- ¹²J. A. Becker, ”Thermionic Electron Emission and Adsorption”, Reviews of Modern Physics, 7:95-101, 1935.
- ¹³C. Herring, e M. H. Nichols, “Thermionic Emission”, Reviews of Modern Physics, 21:191-193, 1949.

¹⁴A. Buttafava, G. Consolati, M. Mariani, F. Quasso, U. Ravasio, “Effects induced by gamma irradiation of different polyesters studied by viscometry, thermal analysis and positron annihilation spectroscopy”, Elsevier 89:133-139, 2005.

¹⁵D. Trezzi, “Studio della produzione di positronio nell’esperimento AEGIS”, Tesi di Laurea Magistrale in Fisica, 2006-2007.

RINGRAZIAMENTI

Davide Trezzi per il suo aiuto e disponibilità durante l'intera stesura della tesi.