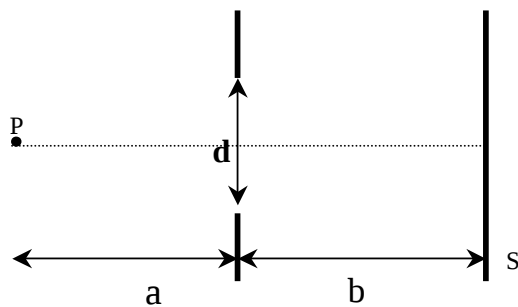


Fisica Generale 3

Gennaio 2002

1. Una colonna d'aria in un tubo lungo $L_1 = 0.9 \text{ m}$, chiuso ad un estremo, viene posta in risonanza sulla frequenza fondamentale mediante l'eccitazione di un filo omogeneo teso, posto in vicinanza all'apertura del tubo. Il filo è lungo $L_2 = 36 \text{ cm}$ ed ha massa $m = 10 \text{ g}$; esso è fissato agli estremi ed oscilla con la sua frequenza fondamentale. Determinare:
 - a) la frequenza f_0 di risonanza;
 - b) la tensione F del filo.
2. Sul nostro orecchio arrivano due onde acustiche con ampiezza a_0 ed a , frequenze f_0 e $f = f_0 + f_1$, con $f_1 \ll f_0$. Se $f_1 < 20 \text{ s}^{-1}$, l'orecchio percepisce massimi e minimi di intensità (battimenti). Si calcoli l'intervallo di tempo t fra due massimi successivi, supponendo $f_1 = 0.5 \text{ s}^{-1}$.
3. Una sorgente luminosa puntiforme P emette radiazioni di lunghezza d'onda $\lambda = 500 \text{ nm}$. A distanza $a = 3 \text{ m}$ da P è posto uno schermo con una fenditura indefinita larga d e dietro a questo, a distanza $b = 1.5 \text{ m}$, un altro schermo S , come in figura. Determinare d in maniera tale che il limite dell'immagine della fenditura sullo schermo S , calcolabile secondo le regole dell'ottica geometrica, coincida con il limite della frangia centrale della figura di diffrazione prodotta dalla fenditura.



4. Il cristallo di calcite presenta indici di rifrazione diversi a seconda che il campo elettrico della luce incidente sia perpendicolare o parallelo all'asse ottico. In particolare, per luce gialla di lunghezza d'onda $\lambda = 6000 \text{ \AA}$ si ha che $n_{\perp} = 1.66$ e $n_{\parallel} = 1.49$. Supponendo l'asse ottico del cristallo perpendicolare alla direzione di propagazione della luce, determinare
 - a) lo spessore d di una lamina di calcite a quarto d'onda, ossia tale da introdurre uno sfasamento relativo di $\pi/2$ fra le due componenti del campo lungo le direzioni perpendicolari e parallele all'asse;
 - b) lo spessore d di una lamina di calcite a mezz'onda, ossia tale da introdurre uno sfasamento relativo di π fra le suddette componenti del campo.Quale è l'effetto di tali lamine su un fascio di luce incidente non polarizzato?

SOLUZIONI

1. Se il tubo risuona con la frequenza fondamentale deve essere:

$$L_1 = \frac{\lambda}{4} \quad (\text{tubo chiuso})$$

$$f_0 = \frac{v_s}{\lambda} = \frac{v_s}{4L_1} = \frac{332 \text{ m/s}}{4 \cdot 0.9} = 92.22 \text{ Hz}$$

Poiché il filo è fissato agli estremi, questi devono essere necessariamente dei nodi, quindi:

$$L_2 = \frac{\lambda}{2}$$

$$f_0 = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{2L_2} = \frac{1}{2L_2} \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \frac{1}{2L_2} \sqrt{\frac{FL_2}{m}}$$

$$F = 4L_2 f_0^2 m = 122.5 \text{ N}$$

2. I segnale risultante può essere scritto come:

$$A = a_0 \sin \omega_0 t + a \sin[\omega_0 t + \delta(t)] \quad \text{con} \quad \omega_0 = 2\pi f_0, \quad \delta(t) = 2\pi f_1 t$$

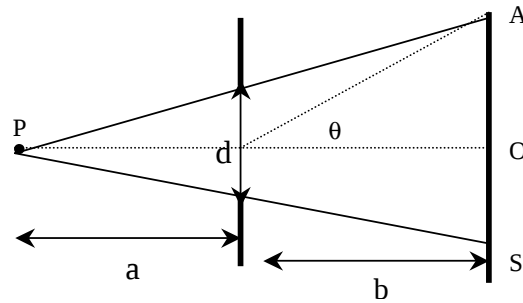
$$A^2 = a_0^2 + a^2 + 2a_0 a \cos(2\pi f_1 t)$$

Essendo l'intensità proporzionale al quadrato dell'ampiezza si avranno dei massimi per $\cos(2\pi f_1 t) = 1$, ossia $2\pi f_1 t = 2m\pi$ (con $m = 0, 1, 2, \dots$).

Primo massimo: $m=0$ ossia $t = 0$

Secondo massimo: $m=1$ ossia $t = 1/f_1 = 2 \text{ s}$

3. La distanza del limite A dell'immagine dal centro O, determinata con le leggi dell'ottica geometrica, si ricava da:



$$\frac{OA}{d/2} = \frac{a+b}{a}$$

con $d \ll a$, presumibilmente.

L'angolo θ a cui si annulla la frangia centrale di diffrazione è $\sin \theta \approx \lambda/d$ per cui $OA = b \sin \theta \approx b \lambda/d$.

La condizione richiesta si scrive quindi come

$$\frac{a+b}{a} \frac{d}{2} = \frac{b\lambda}{2}$$

$$d = \left[\frac{2ab\lambda}{a+b} \right]^{1/2} = 1 \text{ mm}$$

[N.B. di verifica che l'approssimazione $d \ll a$ è valida.

4. Decompongo il campo elettrico in una componente parallela e in una perpendicolare all'asse ottico del cristallo. Gli indici di rifrazione per queste due onde sono diversi, per cui i cammini ottici saranno diversi:

$$l_{\parallel} = n_{\parallel} d, \quad l_{\perp} = n_{\perp} d$$

Lo sfasamento tra le due componenti del campo, a seguito dell'attraversamento della lamina sarà quindi:

$$\Delta\varphi = kn_{\perp}d - kn_{\parallel}d = \frac{2\pi(n_{\perp} - n_{\parallel})d}{\lambda}$$

Lamina a quarto d'onda:

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2} + 2m\pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

da cui si ottiene

$$d = \frac{\lambda}{4} \frac{1 + 4m}{(n_{\perp} - n_{\parallel})}$$

per $m = 0$ si ha $d = 8823 \text{ \AA}$

Lamina a mezz' onda:

$$\Delta\varphi = \pi + 2m\pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

da cui si ottiene

$$d = \frac{\lambda}{2} \frac{1 + 2m}{(n_{\perp} - n_{\parallel})}$$

per $m = 0$ si ha $d = 17646 \text{ \AA}$