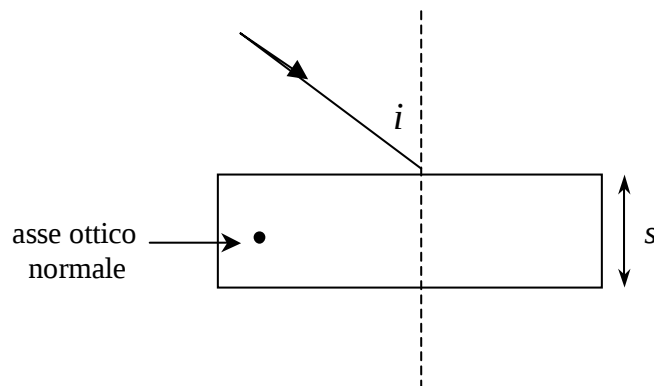


Fisica Generale 3

Aprile 2002

1. Una canna d'organo è lunga $L = 3 \text{ m}$. Si determinino le prime due frequenze proprie, supponendo che:
 - a) l'estremità della canna sia chiusa;
 - b) l'estremità della canna sia aperta.
2. Un fascio di luce bianca di intensità uniforme nell'intervallo del visibile $\lambda = 430\text{-}690 \text{ nm}$, incide perpendicolarmente su una lamina d'acqua con indice di rifrazione $n=1.33$ e spessore $L = 320 \text{ nm}$, sospesa nell'aria. Per quale lunghezza d'onda la luce riflessa dalla pellicola assume la massima intensità ?
3. In una ristretta zona di un vetrino è depositato un sottile strato di polvere. Il vetrino è illuminato con luce rossa di lunghezza d'onda $\lambda = 0.633 \mu\text{m}$. Su uno schermo C posto a distanza $L = 2 \text{ m}$ dal vetrino si osserva un disco rosso di diametro $d = 15.4 \text{ cm}$. Stimare il diametro D dei granelli di polvere.
4. Una lamina di calcite, spessa $s = 2 \text{ cm}$, è tagliata con le due facce parallele all'asse ottico. Un fascio di luce ordinaria gialla incide sulla lamina con un angolo $i = 45^\circ$, con il piano di incidenza perpendicolare all'asse ottico, come in figura. Sapendo che in tale materiale gli indici di rifrazione ordinario e straordinario sono rispettivamente $n_o = 1.6583$ ed $n_s = 1.4864$:
 - a) calcolare la separazione tra i due fasci all'uscita dal cristallo;
 - b) dire qual' è il raggio ordinario ed il raggio straordinario e descriverne gli stati di polarizzazione.



ESAME ORALE: 10 Aprile ore 14.00 – Aula I

Le soluzioni si possono trovare nel sito

<http://www.mi.infn.it/~sleoni/TEACHING/FISICA3/>

SOLUZIONI

1. Le onde acustiche nella canna d'organo sono assimilabili ad onde stazionarie, in cui le molecole dell'aria oscillano lungo la canna.

a) Se la canna d'organo è aperta, le sue estremità corrispondono a nodi per le onde stazionarie, così che la lunghezza del tubo deve contenere un multiplo intero di semilunghezze d'onda:

$$L = m \frac{\lambda}{2} \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$$

$$m = 1 \quad \lambda_1 = 2L$$

$$m = 2 \quad \lambda_2 = L$$

a cui corrispondono le frequenze:

$$f_1 = \frac{v_s}{\lambda_1} = \frac{300}{2L} = 50 \text{ s}^{-1}$$

$$f_2 = \frac{v_s}{\lambda_2} = \frac{300}{L} = 100 \text{ s}^{-1}$$

b) Se la canna d'organo è chiusa, le sue estremità corrispondono ad un nodo e ad un antinodo per le onde stazionarie, così che la lunghezza del tubo deve contenere un multiplo dispari di quarti di lunghezze d'onda:

$$L = m \frac{\lambda}{4} \quad (m = 1, 3, 5, \dots)$$

$$m = 1 \quad \lambda_1 = 4L$$

$$m = 3 \quad \lambda_3 = \frac{4}{3}L$$

a cui corrispondono le frequenze:

$$f_1 = \frac{v_s}{\lambda_1} = \frac{300}{4L} = 25 \text{ s}^{-1}$$

$$f_2 = \frac{v_s}{\lambda_3} = \frac{300}{\frac{4}{3}L} = 75 \text{ s}^{-1}$$

2. La massima intensità per luce riflessa dalla lamina sottile si ottiene alla lunghezza d'onda che consente ai raggi riflessi di essere in fase fra loro.

L'equazione che fornisce i massimi di luminosità è in questo caso

$$2L = \frac{(2m+1)\lambda}{2n} \quad \text{con } m = 0, 1, 2, \dots$$

dato che la lamina d'acqua si trova sospesa fra due mezzi con indice di rifrazione minore. Ciò comporta che solamente in corrispondenza alla prima superficie di separazione aria-acqua si abbia uno spostamento di fase di π (corrispondente a mezza lunghezza d'onda).

Risolvendo rispetto a λ si ottiene:

$$\lambda = \frac{2nL}{(m + \frac{1}{2})} = \frac{2 \times 1.33 \times 320 \text{ nm}}{m + \frac{1}{2}} = \frac{851 \text{ nm}}{m + \frac{1}{2}}$$

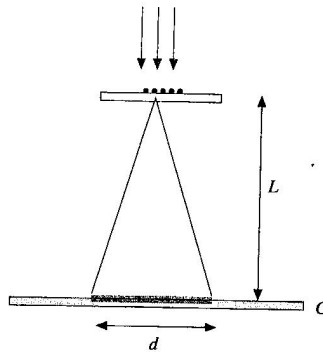
Per $m = 0$, $\lambda = 1702 \text{ nm}$ luce infrarossa

$m = 1$, $\lambda = 567 \text{ nm}$ luce giallo-verde

$m = 2$, $\lambda = 340 \text{ nm}$ luce ultravioletta

La lunghezza d'onda alla quale la luce vista dall'osservatore risulta essere luminosa è quindi $\lambda = 567 \text{ nm}$.

3. Ciascun granello di polvere può essere schematizzato come un dischetto opaco di diametro D così che sullo schermo si osserva la figura di diffrazione corrispondente. In base al principio di Babinet, la figura di diffrazione di un ostacolo è equivalente all'immagine di diffrazione di una apertura con le stesse dimensioni.



Detta θ la semiapertura angolare dell'immagine di diffrazione sullo schermo:

$$2\theta = d / L$$

$$\theta = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

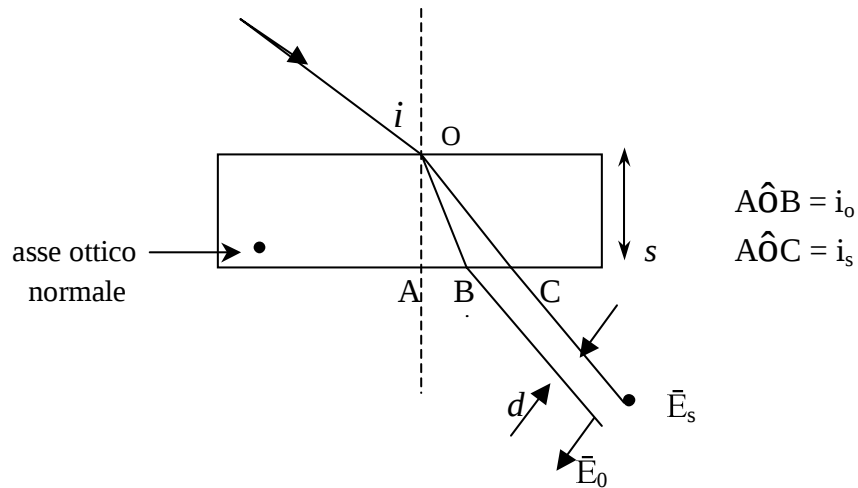
da cui si ottiene:

$$D = 1.22 \frac{\lambda}{\theta} = 2.44 \lambda \frac{L}{d} = 20 \mu m$$

4. Il fascio incidente nel passaggio attraverso il cristallo di calcite, materiale birifrangente, si decompone in una onda ordinaria e in una straordinaria che si propagano nel piano di incidenza secondo gli angoli i_o e i_s , calcolabili con la legge di Snell:

$$\frac{\sin i}{\sin i_o} = n_o \Rightarrow i_o = 25.24^\circ$$

$$\frac{\sin i}{\sin i_s} = n_s \Rightarrow i_s = 28.41^\circ$$



La distanza fra le direzioni di propagazione all'uscita della lamina vale:

$$d = s (\tan i_s - \tan i_o) \cos i = 982 \mu\text{m} \approx 1 \text{ mm}$$

Il raggio ordinario ha angolo di rifrazione minore.

L'onda ordinaria ha il vettore elettrico che vibra nel piano di incidenza, mentre l'onda straordinaria ha la direzione di vibrazione normale al piano di incidenza.