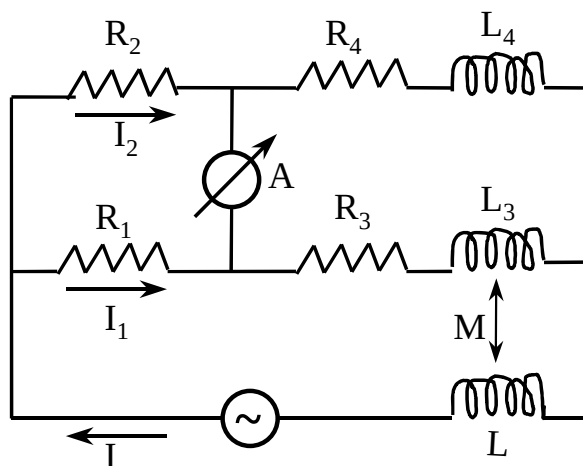


Fisica Generale 2

Settembre 2002

- 1) Una lastra di materiale omogeneo di costante dielettrica relativa $\epsilon_r = 2$, si trova in un campo elettrico uniforme di intensita' $E_0 = 5 \cdot 10^4 \text{ V/m}$. Le facce della lastra sono piane e parallele, inclinate di un angolo α rispetto alla direzione del campo. Nei casi $\alpha = 0$ ed $\alpha = \pi/3$ di calcolino il modulo D dell'induzione elettrica all'interno della lastra e le densita' σ_1 ed σ_2 delle cariche di polarizzazione sopra le due facce.
[Suggerimento: si sfruttino le condizioni di continuita' dei campi E e D alla superficie di separazione fra due mezzi.]
- 2) Un anemometro è costituito da due superfici semisferiche poste alle estremità di una sbarra lunga $L = 1 \text{ m}$, che può ruotare attorno al suo centro. Sull'asse di rotazione è montata una spira quadrata di lato $a = 20 \text{ cm}$. Supponendo che il campo magnetico terrestre valga $B = 0.5 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ e che la f.e.m. indotta massima sia $E_0 = 10^{-4} \text{ V}$, calcolare la velocità v del vento.
- 3) Nel circuito in figura è possibile annullare la corrente nell'amperometro A variando opportunamente le resistenze R_1 ed R_2 . In questa configurazione, determinare il coefficiente di mutua induzione M fra le induttanze L ed L_3 , sapendo che $R_3 = 100 \Omega$, $L_3 = 0.5 \text{ H}$, $R_4 = 125 \Omega$ ed $L_4 = 0.7 \text{ H}$.



E' consentita la consultazione di libri di testo ma e' severamente vietato l'utilizzo di eserciziari, appunti e telefonini, pena il **RITIRO** del compito.

Le soluzioni e le valutazioni del compito di potranno trovare alla pagina web:
<http://www.mi.infn.it/~sleoni/TEACHING/FISICA2>

SOLUZIONI

ESERCIZIO 1

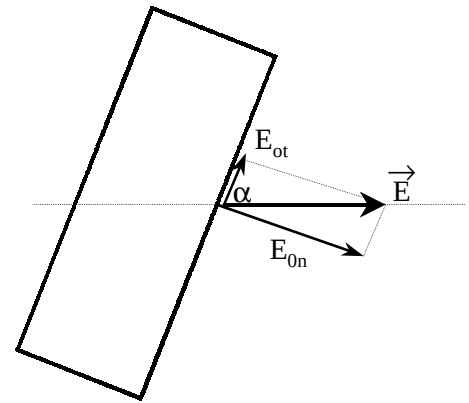
Le componenti di E normali e tangenziali alla superficie di separazione tra i due mezzi soddisfano le relazioni

$$\varepsilon_0 E_{0n} = \varepsilon_0 \varepsilon_r E_{1n}$$

$$E_{1t} = E_{0t}$$

In base alla geometria del problema (vedi figura) si ottiene che

$$\begin{aligned} D &= \varepsilon_0 \varepsilon_r E = \varepsilon_0 \varepsilon_r \sqrt{(E_{1n})^2 + (E_{1t})^2} \\ &= \varepsilon_0 \sqrt{(E_{0n})^2 + (\varepsilon_r E_{0t})^2} \\ &= \varepsilon_0 E_0 \sqrt{\sin^2 \alpha + \varepsilon_r^2 \cos^2 \alpha} \end{aligned}$$

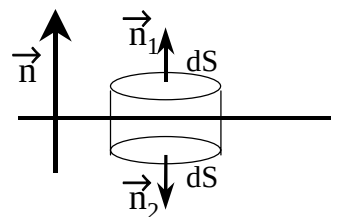


da cui segue che:

$$\begin{aligned} \alpha = 0 & \quad D = \varepsilon_0 \varepsilon_r E_0 = 0.89 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}^2 \\ \alpha = \pi/3 & \quad D = 0.59 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}^2 \end{aligned}$$

Per il calcolo della carica superficiale di polarizzazione si applica il teorema di Gauss ad una superficie cilindrica di basi infinitesime, ciascuna di area dS , poste da parti opposte rispetto alla superficie di separazione, e di altezza infinitesima di ordine superiore al primo (come in figura).

Detta σ_p la densità di cariche superficiali di polarizzazione, la carica Q_p di polarizzazione interna al cilindretto è $\sigma_p \cdot dS$, ed il flusso del campo elettrico attraverso le due basi è:



$$\Phi(E) = E_{0n} dS - E_{1n} dS = \frac{Q_p}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma_p dS}{\varepsilon_0}$$

Le densità di cariche di polarizzazione alle superfici del dielettrico risultano quindi

$$\sigma_{p1} = -\sigma_{p2} = \varepsilon_0 (E_{0n} - E_{1n}) = \varepsilon_0 E_{0n} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right) = \varepsilon_0 E_0 \sin \alpha \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right)$$

In particolare:

$$\begin{array}{ll} \text{per } \alpha = 0 & \sigma_{p1} = -\sigma_{p2} = 0 \\ \text{per } \alpha = \pi/3 & \sigma_{p1} = -\sigma_{p2} = 0.19 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}^2 \end{array}$$

ESERCIZIO 2

In presenza di vento l'anemometro ruota ad una velocità angolare ω tale che le superfici sferiche abbiano la stessa velocità v del vento. Essendo L la lunghezza della sbarra a cui sono fissate le superfici sferiche e T il periodo di rotazione si ha:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\pi L/2} v = \frac{2v}{L}$$

In queste condizioni anche la spira ruota con velocità angolare ω , così che il flusso magnetico concatenato con la spira varia nel tempo secondo la legge:

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{n} a^2 = a^2 B \cos \omega t$$

da cui segue che la f.e.m. indotta vale:

$$E = -\frac{d\Phi_B}{dt} = a^2 B \omega \sin \omega t = E_0 \sin \omega t$$

ove

$$E_0 = a^2 B \omega = \frac{2a^2 B v}{L}$$

La velocità del vento è quindi:

$$v = \frac{L E_0}{2a^2 B} = \frac{1 \times 10^{-4}}{2 \times 4 \cdot 10^{-2} \times 5 \cdot 10^{-6}} \text{ m/s} = 250 \text{ m/s}$$

ESERCIZIO 3

Quando l'amperometro A non segna passaggio di corrente la medesima corrente I_1 fluisce nelle resistenze R_1, R_3 e nell'induttanza L_3 , ed analogamente I_2 fluisce nelle resistenze R_2, R_4 ed L_4 .

Varranno quindi le relazioni:

$$(1) \quad I = I_1 + I_2$$

$$(2) \quad I_1 R_1 = I_2 R_2$$

$$(3) \quad I_1(R_3 + i\omega L_3) + i\omega M I = I_2(R_4 + i\omega L_4)$$

Sostituendo (1) in (3) si ottiene:

$$I_1 [R_3 + i\omega(L_3 + M)] = I_2 [R_4 + i\omega(L_4 - M)]$$

Che diviso membro a membro per (2) fornisce:

$$\frac{R_3 + i\omega(L_3 + M)}{R_1} = \frac{R_4 + i\omega(L_4 - M)}{R_2}$$

Tale eguaglianza è verificata se parte reale e parte immaginaria a primo e secondo membro sono uguali, ossia se:

$$\begin{aligned} \frac{R_3}{R_1} &= \frac{R_4}{R_2} \\ \frac{L_3 + M}{R_1} &= \frac{L_4 - M}{R_2} \end{aligned}$$

da cui segue che

$$M = \frac{L_4 R_3 - L_3 R_4}{R_3 + R_4} = 33 \cdot 10^{-3} \text{ H}$$