

Fisica Generale 2

Giugno 2002

- 1) Alla superficie della terra vi è un campo elettrico $E_0 = 300 \text{ V/m}$ diretto secondo il raggio, verso il centro della terra.
- a) Supponendo che la terra sia sferica ($R = 6.4 \cdot 10^6 \text{ m}$) e conduttrice, trovare la densità superficiale di carica.
 - b) Supponendo inoltre che nell'atmosfera sia distribuita uniformemente della carica con densità $\rho = 2 \cdot 10^{-12} \text{ C/m}^3$, calcolare a quale quota h (calcolata dal livello del mare) il campo elettrico si annulla.
- 2) Un disco metallico di spessore $h = 2 \text{ mm}$ e raggio $R = 20 \text{ cm}$, elettricamente neutro, viene messo in rotazione attorno all'asse z , perpendicolare al disco e passante per il suo centro, con velocità angolare $\omega = 1000 \text{ giri/min}$. Il disco ruota all'interno di un campo magnetico costante $B = 0.1 \text{ T}$, uniforme e parallelo all'asse z . Determinare:
- a) L'intensità del campo elettrico nel disco, a distanza 10 cm dall'asse z ;
 - b) La carica elettrica complessiva posseduta dalla parte di disco di raggio 10 cm .
- 2) Una induttanza $L = 1.35 \text{ H}$ è posta in serie al parallelo fra una resistenza $R = 10^3 \Omega$ ed una capacità $C = 4.5 \mu\text{F}$. Nel circuito è inserito un generatore di tensione alternata, il cui valore massimo di tensione è $V_0 = 300 \text{ V}$. Calcolare la frequenza di risonanza, l'impedenza ed il valore massimo della corrente alla risonanza.

Le Soluzioni del compito di potranno trovare alla pagina web:
<http://www.mi.infn.it/~sleoni/TEACHING/FISICA2>

SOLUZIONI

1)

a)

In prossimità di un conduttore il campo elettrico è dato da

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

Nel nostro caso si ottiene

$$\sigma = -\epsilon_0 E \approx -2.65 \cdot 10^{-9} \text{ C/m}^2$$

ove si è tenuto conto del fatto che E è diretto verso il centro della terra, e che perciò la carica distribuita in superficie è negativa.

b)

In presenza di una carica distribuita uniformemente nell'atmosfera con densità ρ , il campo sarà nullo ad una quota h tale che la carica totale all'interno di una sfera (concentrica alla terra) di raggio pari a $R+h$ sia nulla. Ciò avviene quando

$$4\pi R^2 |\sigma| = \frac{4}{3}\pi \rho [(R+h)^3 - R^3]$$

da cui si ottiene:

$$h = \sqrt[3]{R^3 + \frac{3R^2 |\sigma|}{\rho}} - R \approx 1325 \text{ m}$$

Tenendo presente che R è molto grande, il volume dello strato sferico di altezza h può essere approssimato da $4\pi R^2 h$ da cui si ottiene:

$$4\pi R^2 |\sigma| = 4\pi R^2 h \rho$$

e perciò

$$h = \frac{|\sigma|}{\rho} \approx 1325 \text{ m}$$

N.B. L'approssimazione usata è così buona che il valore di h ottenuto è identico al precedente.

2) Sugli elettroni all'interno del disco metallico agisce una forza magnetica $-e\vec{v} \times \vec{B}$ che tende ad accumularli (per esempio) verso il centro del disco. Quindi viene a crearsi una carica positiva non compensata verso la periferia del disco. A regime la forza magnetica sara` in ogni punto equilibrata dal campo elettrico generato dalla distribuzione di carica che si e` venuta a formare. Si ha quindi:

$$-e\vec{v} \times \vec{B} = e\vec{E} \quad \text{da cui si ottiene:}$$

$$\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}$$

$$E = -\omega r B$$

che per $r = 10 \text{ cm}$ da`

$$E = -1.047 \text{ V/m.}$$

La carica contenuta su una porzione di disco di raggio r si ottiene utilizzando la legge di Gauss. Infatti possiamo scrivere:

$$\Phi(E) = E 2\pi r h = -\omega r B 2\pi r h = \frac{Q(r)}{\epsilon_0}$$

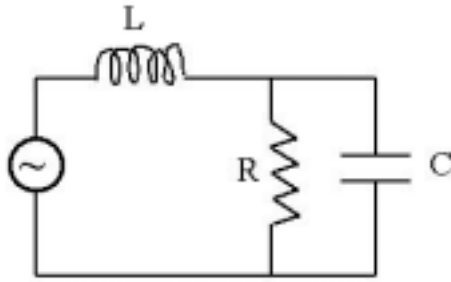
da cui segue:

$$Q(r) = -2\pi\epsilon_0\omega B h r^2$$

che per $r = 10 \text{ cm}$ fornisce:

$$Q = -1.16 \cdot 10^{-14} \text{ C}$$

3) Schema del circuito:



L'impedenza complessiva del circuito è data da:

$$Z = j\omega L + \frac{R / j\omega C}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R}{1 + \omega^2 R^2 C^2} + j\omega \left(L - \frac{R^2 C}{1 + \omega^2 R^2 C^2} \right)$$

In corrispondenza alla risonanza, la parte immaginaria dell'impedenza si annulla. Ciò avviene per

$\omega = 0$ (corrente continua)

$$\omega^2 = \omega_0^2 = \frac{R^2 C - L}{LR^2 C^2} = \frac{1}{LC} - \frac{1}{R^2 C^2}$$

da cui segue che si deve avere

$$\frac{1}{LC} - \frac{1}{R^2 C^2} > 0 \quad \text{ossia } RC > L/R \text{ (come dai dati del problema).}$$

Inserendo i valori numerici si ottiene $\omega_0 = 339 \text{ sec}^{-1}$

L'impedenza alla risonanza vale:

$$Z(\omega_0) = L/RC = 1.35 / (10^3 \cdot 4.5 \cdot 10^{-6}) \, \Omega \approx 300 \, \Omega$$

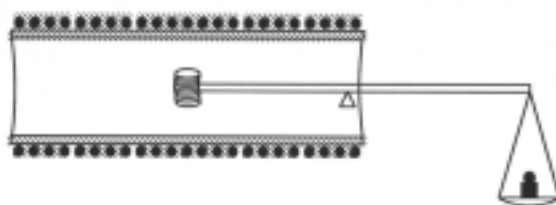
e la corrente:

$$I_0(\omega_0) = V_0 RC / L = (300 \cdot 10^3 \cdot 4.5 \cdot 10^{-6}) / 1.35 \text{ A} = 1 \text{ A}$$

Fisica Generale 2 - COMPITINO

Giugno 2002

1) All'interno di un lungo solenoide con $n = 5000$ spire/m è posta una piccola bobina con $N = 200$ spire fissate al giogo di una bilancia di braccio $b = 300$ mm, come in figura. L'asse della bobina è perpendicolare a quello del solenoide ed il diametro delle sue spire è $d = 10$ mm. La bobina viene equilibrata da dei pesi posti sul piatto della bilancia. Non appena si fa passare la corrente nel solenoide e nella bobina, l'equilibrio della bilancia è rotto. Quale peso supplementare ΔP deve essere posto sul piatto della bilancia per mantenere l'equilibrio nel caso in cui nel solenoide e nella bobina scorra la medesima corrente di intensità $i = 20$ mA ?



2) Un disco metallico di spessore $h = 2$ mm e raggio $R = 20$ cm, elettricamente neutro, viene messo in rotazione attorno all'asse z , perpendicolare al disco e passante per il suo centro, con velocità angolare $\omega = 1000$ giri/min. Il disco ruota all'interno di un campo magnetico costante $B = 0.1$ T, uniforme e parallelo all'asse z . Determinare:

- c) L'intensità del campo elettrico nel disco, a distanza 10 cm dall'asse z ;
- d) La carica elettrica complessiva posseduta dalla parte di disco di raggio 10 cm.

3) Una induttanza $L = 1.35$ H è posta in serie al parallelo fra una resistenza $R = 10^3 \Omega$ ed una capacità $C = 4.5 \mu F$. Nel circuito è inserito un generatore di tensione alternata, il cui valore massimo di tensione è $V_0 = 300$ V. Calcolare la frequenza di risonanza, l'impedenza ed il valore massimo della corrente alla risonanza.

SOLUZIONI – COMPITINO

- 1) La bobina si trova immersa nel campo magnetico del solenoide che e':

$$B = \mu_0 n i$$

Alla bobina e' associato un momento di dipolo magnetico pari a

$$\mu = N \frac{\pi d^2}{4} i$$

perpendicolare a B.

Sulla bobina agisce quindi una coppia con momento pari a :

$$\tau = \mu B = \frac{1}{4} \pi \mu_0 N n d^2 i^2$$

Il peso supplementare da aggiungere al piatto della bilancia deve far si' che il momento bilanci perfettamente τ . Dovra' quindi essere:

$$\Delta P b = \tau \quad \Rightarrow \quad \Delta P = \frac{\pi \mu_0 N n d^2 i^2}{4b} = 1.31 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$

- 2) Vedi soluzione compito generale.

- 3) Vedi soluzione compito generale.