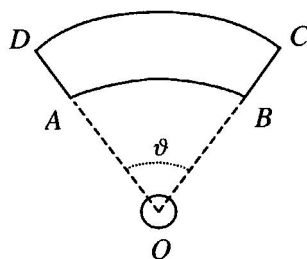


Fisica Generale 2

Gennaio 2002

1. Su un tavolo è appoggiato un corpuscolo di volume v , elettricamente neutro ed isolante, costituito da un materiale isotropo di densità $\rho = 2 \text{ g/cm}^3$. Al di sopra del corpuscolo e sulla sua verticale è posta una carica $q_0 = 10^{-8} \text{ C}$ praticamente puntiforme. Quando la distanza fra la carica ed il corpuscolo è inferiore ad un valore limite $d = 1 \text{ cm}$, il corpuscolo si solleva. Si calcoli la costante dielettrica del materiale.
[Suggerimento: l'attrazione elettrostatica fra carica e corpuscolo è dovuta alla polarizzazione di quest'ultimo.]
2. Si calcoli il coefficiente di mutua induzione M fra i due circuiti filiformi rappresentati in figura. Si supponga che AB e CD siano archi di circonferenza con centro in O e raggi r_1 ed r_2 (con $r_1 < r_2$) e che la spirale circolare abbia centro in O con raggio $a \ll r_1$.

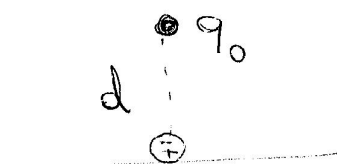


3. Un lungo filo la cui resistenza totale è $150 \, \Omega$ viene avvolto intorno ad un cilindro di materiale non magnetico in modo da formare un solenoide la cui sezione è 0.015 m^2 e la cui lunghezza è 0.4 m . Si supponga di poter trattare in questo caso il solenoide come ideale. Usando una batteria con una resistenza interna di $1 \text{ M}\Omega$ si crea un campo magnetico $B_0 = 0.5 \text{ T}$ all'interno del solenoide. Quando il circuito è a regime, si disconnette la batteria. si trova che dopo 3 ms , il campo all'interno del solenoide è 0.1 T .
 - a) Quanta energia si trovava immagazzinata nel solenoide nel momento in cui la batteria è stata staccata ?
 - b) Dopo quanto tempo ci si aspetta che tale energia sia ridotta di un fattore 2 ?
 - c) Quante sono le spire del solenoide ?

①

per $x \leq d$

$$F_g \leq F_e$$



campo creato da q_0
a distanza d :

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0}{d^2}$$

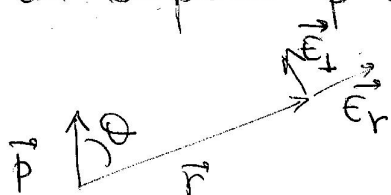
polarizzazione indotta
nel materiale

$$P = \chi_e \epsilon_0 E \quad \text{ove } \chi_e = \epsilon_r - 1$$

momento di dipolo
del corpuscolo

$$p = P \cdot v = \chi_e \epsilon_0 E \cdot v = \frac{\chi_e q_0 v}{4\pi d^2}$$

campo elettrico prodotto
da un dipolo $\vec{p}$:



$$E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p \cos\theta}{r^3} = \frac{2p}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

$$E_{\perp} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \sin\theta}{r^3} \Big|_{\theta=0} = 0$$

forze elettrostatiche:

$$F_e = \frac{2p q_0}{4\pi\epsilon_0 d^3} = \frac{2q_0}{4\pi\epsilon_0 d^3} \cdot \frac{\chi_e q_0 v}{4\pi d^2}$$

forza peso:

$$F_g = mg = \rho \cdot v \cdot g$$

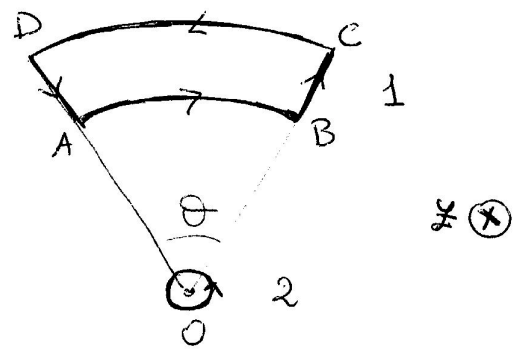
equilibrio $F_e = F_g$

$$\frac{2q_0}{4\pi\epsilon_0 d^3} \cdot \frac{(\epsilon_r - 1) q_0 v}{4\pi d^2} = \rho v g$$

$$(\epsilon_r - 1) = \rho g \frac{4\pi\epsilon_0}{2q_0^2} \frac{4\pi d^5}{1} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 9.8 \cdot 12.6 \cdot 10^{-10}}{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-16}} = 13.72$$

② COMPITO

Suppongo il campo $\vec{B}$
creato dal circuito 1
uniforme all'interno
del circuito 2 ($a \ll r_1$)



Calcolo $\vec{B}$ nel punto O:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{id\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^3} \quad \text{parallelo a } \hat{z}$$

$$B_{AB} = B_{DA} = 0$$

$$\text{da su } AB : dB_{AB} = \frac{\mu_0 i d\ell}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{d\theta}{r_1}$$

$$\text{da su } CD : dB_{CD} = \frac{\mu_0 i d\ell}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{d\theta}{r_2}$$

$$\vec{B}_O = \int_{AB} d\vec{B}_{AB} + \int_{CD} d\vec{B}_{CD} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \cdot \theta \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \hat{z}$$

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B_O \cdot S = B_O \cdot \pi a^2$$

$$M = \frac{\Phi}{i} = \frac{\mu_0 a^2 \theta}{4} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) > 0$$

3

COMPITO

(a)

$$U = \frac{B^2}{2\mu_0} \times V = \frac{0.5^2}{2 \times 4\pi \cdot 10^{-7}} \cdot 15 \cdot 10^{-2} \cdot 4 \cdot 10^{-1} = 0.597 \cdot 10^4 \text{ J} = 597 \text{ J}$$

(b)

$$U \sim B^2 \sim i^2 \sim e^{-\frac{2t}{\tau}}$$

$$e^{-2t/\tau} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2t}{\tau} = \ln 2 \Rightarrow t = \tau \ln \sqrt{2}$$

$$\tau \text{ si ricava da } \frac{B}{B_0} = \frac{1}{5} = e^{-3 \cdot 10^{-3}/\tau}$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{\ln 5} = 1.86 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$\Rightarrow t = 6.46 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

(c)

$$\tau = \frac{L}{R} = \mu_0 \frac{N^2}{l} \frac{S}{R}$$

$$N = \sqrt{\frac{\tau l R}{\mu_0 S}} = \sqrt{\frac{1.86 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^{-1} \cdot 150}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1.5 \cdot 10^{-2}}} \sim 2433$$