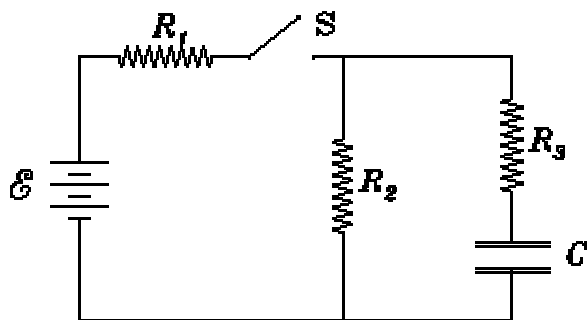


Fisica Generale 2 - COMPITINO

Gennaio 2002

1. Su un tavolo è appoggiato un corpuscolo di volume v , elettricamente neutro ed isolante, costituito da un materiale isotropo di densità $\rho = 2 \text{ g/cm}^3$. Al di sopra del corpuscolo e sulla sua verticale è posta una carica $q_0 = 10^{-8} \text{ C}$ praticamente puntiforme. Quando la distanza fra la carica ed il corpuscolo è inferiore ad un valore limite $d = 1 \text{ cm}$, il corpuscolo si solleva. Si calcoli la costante dielettrica del materiale.
[Suggerimento: l'attrazione elettrostatica fra carica e corpuscolo è dovuta alla polarizzazione di quest'ultimo.]
2. Un condensatore piano con le armature di area S distanti $2d$ viene caricato e quindi isolato. A carica costante, si supponga di introdurre fra le armature, parallelamente ad esse, una lastra di dielettrico di spessore d e permeabilità dielettrica relativa ϵ_r , oppure una lastra di metallo di spessore d . Si verifica che, mentre per estrarre dal condensatore la lastra di dielettrico bisogna compiere un lavoro L_1 , per estrarre il metallo il lavoro è L_2 , con $L_2/L_1 = 5$. Calcolare ϵ_r .
3. Nel circuito mostrato in figura, la forza elettromotrice vale 1.2 kV , la capacità $6.5 \mu\text{F}$, e le resistenze $0.73 \text{ M}\Omega$ (tutte e tre).

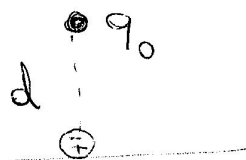


All'istante $t=0$ il condensatore è completamente scarico e l'interruttore S viene chiuso. Si determini la corrente attraverso ogni resistore in tale istante. Si determinino gli stessi valori quando t si può considerare ∞ .

①

per $x \leq d$

$$F_g \leq F_e$$



campo creato da q_0
a distanza d :

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0}{d^2}$$

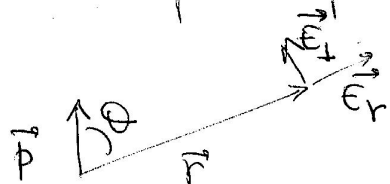
~~polarizzazione~~ indotta
nel materiale

$$P = \chi_e \epsilon_0 E \quad \text{ove } \chi_e = \epsilon_r - 1$$

momento di dipolo
del corpuscolo

$$p = P \cdot v = \chi_e \epsilon_0 E \cdot v = \frac{\chi_e q_0 v}{4\pi d^2}$$

campo elettrico prodotto
da un dipolo $\vec{p}$:



$$E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p \cos\theta}{r^3} = \frac{2p}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

$$E_{\perp} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \sin\theta}{r^3} \Big|_{\theta=0} = 0$$

forza elettrostatica:

$$F_e = \frac{2p q_0}{4\pi\epsilon_0 d^3} = \frac{2q_0}{4\pi\epsilon_0 d^3} \cdot \frac{\chi_e q_0 v}{4\pi d^2}$$

forza peso:

$$F_g = mg = \rho \cdot v \cdot g$$

equilibrio $F_e = F_g$

$$\frac{2q_0}{4\pi\epsilon_0 d^3} \cdot \frac{(\epsilon_r - 1) q_0 v}{4\pi d^2} = \rho v g$$

$$(\epsilon_r - 1) = \rho g \frac{4\pi\epsilon_0 \cdot 4\pi d^5}{2q_0^2} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 9.8 \cdot 12.6 \cdot 10^{-10}}{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-16}} = 13.72$$

② COMPITINO

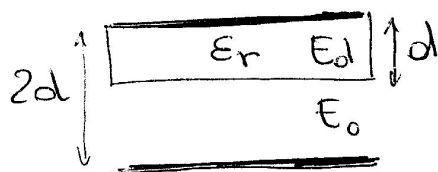
Capacità nel vuoto

energia elettrostatica

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 S}{2d}$$

$$W_0 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C_0} = \frac{Q^2 d}{\epsilon_0 S}$$

con lastre di dielettrico:



$$\epsilon_r E_d = \epsilon_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$$

$$V = \epsilon_0 d + E_d d = \frac{Qd}{\epsilon_0 S} \left(1 + \frac{1}{\epsilon_r}\right)$$

$$C_d = \frac{Q}{V} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{d(\epsilon_r + 1)}$$

$$W_1 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C_d} = \frac{Q^2 (\epsilon_r + 1) d}{2 \epsilon_0 \epsilon_r S}$$

lavoro per estrarre dielettrico:

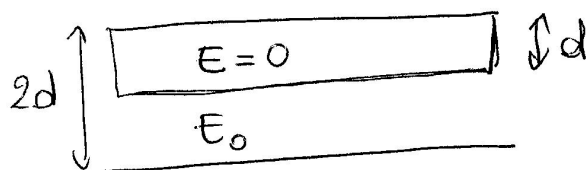
$$L_1 = W_0 - W_1 =$$

$$= \frac{Q^2 d}{2 \epsilon_0 S} \left(2 - \frac{\epsilon_r + 1}{\epsilon_r}\right) =$$

$$= \frac{Q^2 d}{2 \epsilon_0 S} \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r}$$

$$L_2 / L_1 = \frac{\epsilon_r}{\epsilon_r - 1} = 5$$

con lastre di metallo?



$$V = \epsilon_0 d = \frac{Qd}{\epsilon_0 S}$$

$$C_m = \frac{Q}{V} = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

$$W_2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C_m} = \frac{1}{2} \frac{Q^2 d}{\epsilon_0 S}$$

lavoro per estrarre metallo:

$$L_2 = W_0 - W_2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2 d}{\epsilon_0 S}$$

$$\Rightarrow \epsilon_r = \frac{5}{4}$$

③ COMPUTING

a)

$$R_{\text{eff}} = R + \left[\frac{1}{R} + \frac{1}{R} \right]^{-1} = R + \frac{R}{2} = \frac{3}{2} R$$

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{eff}}} = \frac{1.2 \cdot 10^3 \times 2}{3 \times 2.73 \times 10^6} = 1.096 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

$$I_2 = I_3 = \frac{I_1}{2} = 0.548 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

b)

$$t \rightarrow \infty$$

$$I_1 = I_2 = \frac{\mathcal{E}}{2R} = \frac{1.2 \cdot 10^3}{2 \times 2.73 \cdot 10^6} = 0.822 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$