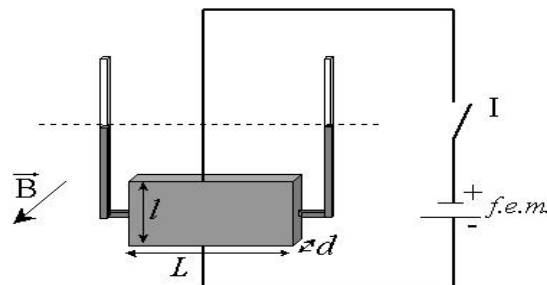


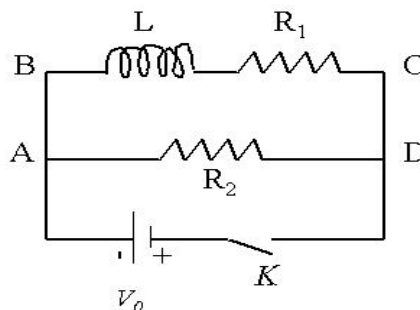
Fisica Generale 2

Aprile 2002

- 1) Tra due elettrodi di un condensatore a piatti piani e paralleli (area A e distanza d) si trova un materiale conduttore ohmico e non omogeneo, la cui conduttività σ varia con la distanza y tra le armature, secondo la relazione $\sigma = \sigma_1 + (\sigma_2 - \sigma_1)y/d$.
- Determinare la resistenza fra i due elettrodi;
 - Tra i due elettrodi viene applicata una differenza di potenziale V_0 . Determinare il campo elettrico $E(y)$ e la densità spaziale $\rho(y)$ delle cariche libere.
- 2) Una cavità piatta a forma di parallelepipedo, di dimensioni $d = 1\text{ cm}$, $L = 10\text{ cm}$ e $l = 5\text{ cm}$, si trova in una regione di spazio sede di un campo magnetico uniforme $B = 0.01\text{ T}$, diretto perpendicolarmente alla faccia $L \times l$ della cavità, come mostrato in figura. Da due pareti opposte della cavità si dipartono due tubi di sezione $s = 0.5\text{ cm}^2$ che procedono paralleli verso l'alto. Due elettrodi, di area pari alla sezione orizzontale della cavità ($L \times d$), sono posti sulla faccia inferiore e superiore della cavità e sono connessi ad una batteria di *f.e.m.* $= 10\text{ V}$, tramite un interruttore I . Cavità e tubi sono riempiti da un liquido conduttore di resistività $\rho = 5 \cdot 10^{-4}\ \Omega\text{ m}$, e densità $\delta = 10\text{ g/cm}^3$, che con I aperto raggiunge lo stesso livello in entrambi i tubi (vedi figura). Alla chiusura dell'interruttore I si osserva che il liquido nei due tubi raggiunge livelli diversi.
- Descrivere brevemente le cause del fenomeno;
 - Calcolare il dislivello h del liquido nei due tubi.



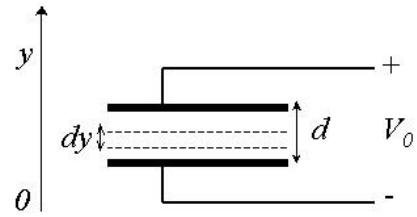
- 3) Nel circuito in figura $V_0 = 30\text{ V}$, $L = 5\text{ H}$, $R_1 = 10\ \Omega$ e $R_2 = 20\ \Omega$. Determinare dopo quanto tempo dalla chiusura dell'interruttore K le intensità di corrente nelle due resistenze sono uguali.



Le Soluzioni del compito di potranno trovare alla pagina web:
<http://www.mi.infn.it/~sleoni/TEACHING/FISICA2>

SOLUZIONI

- 1) Poniamo per convenienza $a = (\sigma_2 - \sigma_1)/d$.
 La resistenza di uno strato di dielettrico di spessore dy vale



$$dR = \frac{1}{\sigma_1 + ay} \frac{dy}{A}$$

e quindi

$$R = \int_0^d \frac{1}{\sigma_1 + ay} \frac{dy}{A} = \frac{d \ln(\sigma_2 / \sigma_1)}{A(\sigma_2 - \sigma_1)}$$

La densità di corrente è data da:

$$j = \frac{i}{A} = \frac{V_0}{AR} = \frac{(\sigma_2 - \sigma_1)}{d \ln(\sigma_2 / \sigma_1)} V_0$$

e perciò

$$E(y) = \frac{j}{\sigma} = \frac{j}{\sigma_1 + ay}$$

La densità delle cariche libere è ottenuta tramite la legge di Gauss in forma differenziale:

$$\rho(y) = \text{div}(\epsilon E) = \epsilon \frac{\partial E}{\partial y} = \epsilon j \frac{a}{(\sigma_1 + ay)^2} = \epsilon \frac{V_0 (\sigma_2 - \sigma_1)^2 / \ln(\sigma_2 / \sigma_1)}{d^2 [\sigma_1 + (\sigma_2 - \sigma_1)y / d]^2}$$

2) a)

- Quando l'interruttore I viene chiuso tra i due elettrodi circola una corrente di direzione verticale.
- A causa della presenza del campo magnetico, su questa corrente agirà una forza diretta orizzontalmente;
- Tale forza spinge orizzontalmente il liquido nella cavità, così che sale in uno dei due tubi e scende nell'altro;
- L'equilibrio viene ripristinato quando il peso della massa di liquido che determina il dislivello eguaglia esattamente la forza sulla corrente.

b)

La resistenza elettrica del liquido contenuto all'interno della cavità è data da

$$R = \rho \frac{l}{Ld}$$

Quindi la corrente che attraversa il liquido è pari a

$$i = \frac{f.e.m.}{R} = \frac{(f.e.m.)Ld}{\rho l}$$

La forza che agisce su tale corrente per la presenza del campo magnetico è

$$F_B = ilB = \frac{(f.e.m.)BLd}{\rho}$$

Se h è il dislivello del liquido nei due tubi, il peso del liquido spostato è data da:

$$F_g = sh\delta g$$

All'equilibrio si avrà $F_B = F_g$ da cui segue che:

$$h = \frac{(f.e.m.)BLd}{sg\delta\rho} = 4.08 \text{ cm}$$

3)

A $t = 0$ l'interruttore K viene chiuso. Con l'interruttore chiuso tra gli estremi A e D della resistenza R_2 si ha una differenza di potenziale costante ed uguale a V_0 , così che la corrente che passa in questa resistenza è

$$i_2 = V_0 / R_2 = 1.5 \text{ A}$$

Anche tra B e C si ha la stessa differenza di potenziale V_0 , e l'equazione per il ramo BC del circuito è data da:

$$V_0 - L \frac{di_1}{dt} = R_1 i_1$$

$$\frac{di_1}{dt} + \frac{R_1}{L} i_1 = \frac{V_0}{L}$$

Dopo la chiusura dell'interruttore l'intensità di corrente è nulla, cioè $i_1(0) = 0$, così che la soluzione dell'equazione differenziale diventa:

$$i_1(t) = \frac{V_0}{R_1} \left(1 - e^{-\frac{R_1}{L} t} \right)$$

La situazione $i_1 = i_2$ si verifica all'istante t^* tale che

$$\frac{V_0}{R_1} \left(1 - e^{-\frac{R_1}{L} t^*} \right) = \frac{V_0}{R_2}$$

$$t^* = -\frac{L}{R_1} \ln \left(1 - \frac{R_1}{R_2} \right) = 0.35 \text{ sec}$$