

Simulazione II compitino

Fisica per GEOLOGIA

1. Quantità di moto e urti

Una pallottola di 5 g , con velocità iniziale di 400 m/s , colpisce un blocco di 2 kg inizialmente in quiete e collegato ad una molla di costante elastica 900 N/m . Calcolare la compressione subita dalla molla a causa del moto del sistema blocco-proiettile dopo l'urto, quando il sistema si ferma.

La quantità di moto acquistata dal sistema blocco-proiettile dopo l'urto è uguale a quella iniziale in quanto si conserva. Quindi $p_f = p_i = m_p v = (5 \times 10^{-3} \times 400)\text{ kg m/s} = 2\text{ kg m/s}$. La velocità del sistema dopo l'urto è quindi uguale a

$$p_f = (m_p + m_b)v \quad v = \frac{p_f}{m_p + m_b} = \frac{2}{2.05}\text{ m/s} = 0.998\text{ m/s} = 3.6\text{ km/h}$$

Applichiamo la conservazione dell'energia considerando come stato iniziale il sistema blocco+proiettile che incomincia a muoversi e quello finale sistema blocco+proiettile che ha compresso la molla, cioè $K_i + U_i = K_f + U_f$ dove

$$K_i = \frac{1}{2}(m_p + m_b)v^2 \quad U_i = 0 \quad K_f = 0 \quad U_f = \frac{1}{2}kx^2$$

da cui si ricava

$$\frac{1}{2}(m_p + m_b)v^2 = \frac{1}{2}kx^2 \rightarrow x = \sqrt{\frac{(m_p + m_b)v^2}{k}} = 0.047\text{ m} = 4.7\text{ cm}$$

2. Fluidi

Un cubo di ghiaccio di lato $s = 20.0 \text{ mm}$ galleggia in un bicchiere di acqua fredda con una delle facce parallele alla superficie dell'acqua.

- a) A quale distanza dalla superficie dell'acqua si trova la faccia inferiore del cubo?
- b) Dell'alcool etilico alla stessa temperatura viene versato lentamente sulla superficie dell'acqua fino a formare uno strato di 5.00 mm al di sopra del pelo dell'acqua. Quando il cubo di ghiaccio è nuovamente in equilibrio idrostatico, quale sarà la distanza fra la superficie dell'acqua e la faccia inferiore del cubo ?

$$[\text{N.B. } \rho_{\text{ghiaccio}} = 0.917 \times 10^3 \text{ kg/m}^3, \rho_{\text{alcool}} = 0.806 \times 10^3 \text{ kg/m}^3]$$

- a) Indico con s il lato del cubo e con h la distanza della faccia inferiore del cubo alla superficie dell'acqua.
Dall'equilibrio delle forze di ha:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_g + \vec{F}_A = 0$$

$$-m_{\text{ghiaccio}}g + m_{\text{acqua}}g = 0$$

$$-\rho_{\text{ghiaccio}}s^3g + \rho_{\text{acqua}}s^2hg = 0$$

$$h = \frac{\rho_{\text{ghiaccio}}s^3g}{\rho_{\text{acqua}}s^2g} = \frac{\rho_{\text{ghiaccio}}}{\rho_{\text{acqua}}}s$$

$$= \frac{0.917 \times 10^3 \text{ kg/m}^3}{1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3} 20.0 \text{ mm} = 18.34 \text{ mm}$$

- b) Indico con h_{alcool} lo spessore dello strato di alcool, e suppongo che il cubo di ghiaccio emerga sempre dal liquido.
Dall'equilibrio delle forze di ha:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_g + (\vec{F}_A)_{\text{acqua}} + (\vec{F}_A)_{\text{alcool}} = 0$$

$$-m_{\text{ghiaccio}}g + m_{\text{acqua}}g + m_{\text{alcool}}g = 0$$

$$-\rho_{\text{ghiaccio}}s^3g + \rho_{\text{acqua}}s^2h_{\text{acqua}}g + \rho_{\text{alcool}}s^2h_{\text{alcool}}g = 0$$

$$h_{\text{acqua}} = \frac{\rho_{\text{ghiaccio}}s^3g - \rho_{\text{alcool}}s^2h_{\text{alcool}}g}{\rho_{\text{acqua}}s^2g} = \frac{\rho_{\text{ghiaccio}}}{\rho_{\text{acqua}}}s - \frac{\rho_{\text{alcool}}}{\rho_{\text{acqua}}}h_{\text{alcool}}$$

$$= \frac{0.917 \times 10^3 \text{ kg/m}^3}{1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3} 20.0 \text{ mm} - \frac{0.806 \times 10^3 \text{ kg/m}^3}{1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3} 5.00 \text{ mm} = 14.31 \text{ mm}$$

3. Termodinamica

Un gas perfetto effettua un ciclo costituito dalle seguenti trasformazioni

- $A \rightarrow B$ isobara
- $B \rightarrow C$ isocora
- $C \rightarrow D$ isobara
- $D \rightarrow A$ isocora

Sapendo che $P_A = 0.5 \times 10^4 Pa$, $P_D = 5 P_A$, $T_A = T_C$, $T_B = 2T_A$ e che il lavoro totale lungo tutto il ciclo vale $L = -13300 J$, calcolare i volumi V_A e V_B , la variazione di energia interna lungo la trasformazione AB e il calore ceduto o assorbito lungo la trasformazione BC .

Consideriamo il lavoro in ogni trasformazione applicando, dove è conveniente, la legge dei gas perfetti $pV = nRT$:

$$\begin{cases} L_{AB} = p_A(V_B - V_A) = nR(T_B - T_A) = nRT_A = p_A V_A \\ L_{BC} = 0 \\ L_{CD} = p_C(V_D - V_C) = p_D(V_A - V_B) = 5p_A(V_A - V_B) = 5nR(T_A - T_B) = -5p_A V_A \\ L_{DA} = 0 \end{cases}$$

Calcoliamo il lavoro totale

$$L_{tot} = L_{AB} + L_{CD} = p_A V_A - 5p_A V_A = -4p_A V_A$$

Da cui si può ricavare il volume iniziale V_A

$$V_A = \frac{L_{tot}}{4p_A} = 0.7 m^3$$

Calcoliamo il volume V_B attraverso le relazioni $p_A V_A = nRT_A$ e $p_B V_B = nRT_B$. Facendo il rapporto si ottiene

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{T_A}{T_B} \quad V_B = 2V_A = 1.4 m^3$$

Calcoliamo il calore assorbito nella trasformazione AB

$$Q_{AB} = nC_P \Delta T = \frac{5}{2} nR(T_B - T_A) = \frac{5}{2} nRT_A = \frac{5}{2} p_A V_A = 8750 J$$

Quindi la variazione di energia interna risulta essere uguale a

$$\Delta U_{AB} = Q_{AB} - L_{AB} = (8750 - 3500) J = 5250 J$$

Il calore ceduto o assorbito nella trasformazione BC si calcola come

$$Q_{BC} = nC_V \Delta T = \frac{3}{2} nR(T_C - T_B) = -\frac{3}{2} nRT_A = -\frac{3}{2} p_A V_A = -5250 J$$

Il calore è negativo perchè ceduto dal gas.