

Meccanica dei Fluidi

stati della materia:

- × solido [volume e forma definiti]
- × liquido [volume definito, forma no]
- × gassoso [né volume, né forma definiti]

N.B. sono definizioni **artificiose**:

lo stato di una sostanza può cambiare
con **temperatura** e **pressione**

***tempo** necessario ad una sostanza a variare la sua **forma**
in risposta a **forza esterna** determina
lo **stato** della sostanza [**solido, liquido, gassoso**]*

[es. la **pece** è un **fluido**: impiega molto tempo ad assumere
la forma del contenitore, ma lo fa]

fluido: insieme di **molecole**

- × sistemate casualmente
- × legate da **deboli** forze di **coesione** e
forze esercitate da **pareti del contenitore**

liquidi e gas sono fluidi

Densità

[massa volumica]

massa per
unità di
volume

$$\rho \stackrel{\text{def}}{=} \frac{m}{V}$$

unità di misura:
[ρ]=M/L³ $\Rightarrow$ kg/m³

Sostanza od oggetto	Massa volumica (kg/m ³)
Spazio interstellare	10 ⁻²⁰
Massimo «vuoto» raggiungibile in laboratorio	10 ⁻¹⁷
Aria: a 20 °C e 1 bar	1.21
a 20 °C e 50 bar	60.5
Polistirolo espanso	3 · 10 ¹
Acqua: a 20 °C e 1 bar	0.998 · 10 ³
a 20 °C e 50 bar	1.000 · 10 ³
Acqua del mare: a 20 °C e 1 bar	1.024 · 10 ³
Sangue	1.060 · 10 ³
Ghiaccio	0.917 · 10 ³
Ferro	7.9 · 10 ³
Mercurio	13.6 · 10 ³
Terra: valor medio	5.5 · 10 ³
nucleo	9.5 · 10 ³
crosta	2.8 · 10 ³
Sole: valor medio	1.4 · 10 ³
nucleo	1.6 · 10 ⁵
Stella nana bianca (nucleo centrale)	10 ¹⁰
Nucleo dell'uranio	3 · 10 ¹⁷
Stella di neutroni (nucleo centrale)	10 ¹⁸
Buco nero (1 massa solare)	10 ¹⁹

≈40 ordini
di grandezza

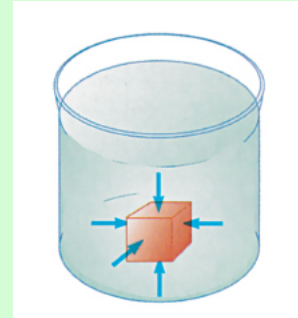
in condizioni **standard** (0° C)

$$\rho_{\text{gas}} \approx \frac{1}{1000} \rho_{\text{solido, liquido}} \Rightarrow \text{spazio molecolare di un gas}$$

10 volte spazio molecolare
di un **liquido** o **solido**

Pressione

- × i fluidi **non** reagiscono a **forze di taglio**
- × forza esercitata da un fluido:
sempre **perpendicolare**
a superficie oggetto



$$p_{\text{def}} = \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

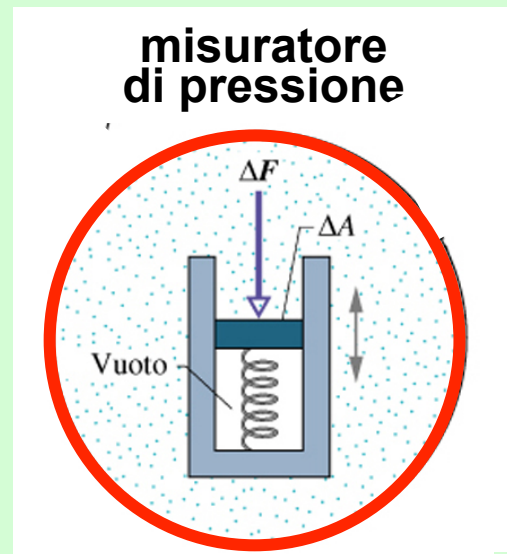
**forza per
unità di area**

$$p = \frac{F}{A}$$

pressione su
area piana
dovuta a
forza uniforme

$$p = \lim_{\delta A \rightarrow 0} \frac{F}{\delta A} = \frac{dF}{dA}$$

pressione su
specifico punto
[δA = area contenente il punto]



unità di misura:

$$[p] = [F]/[A] \Rightarrow \text{N/m}^2$$

$$1 \text{ N/m}^2 = 1 \text{ Pascal (Pa)}$$

$$1 \text{ atm} = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 760 \text{ torr}$$

[pressione atmosferica
al livello del mare]

$$1 \text{ torr} = 1 \text{ mm di Hg}$$

[pressione esercitata da 1 mm Hg]

Ordini di grandezza

pressione

Centro del Sole	$2 \cdot 10^{16}$ Pa
Centro della Terra.....	$4 \cdot 10^{11}$ Pa
Massima pressione in laboratorio	$1.5 \cdot 10^{10}$ Pa
Fossa oceanica (sul fondo)	$1.1 \cdot 10^8$ Pa
Tacchi a spillo	$1 \cdot 10^6$ Pa
Pneumatici auto.....	$2 \cdot 10^5$ Pa
Pressione atmosferica a livello del mare	$1 \cdot 10^5$ Pa
Pressione sanguigna..... (in eccesso a quella atmosferica)	$1.6 \cdot 10^4$ Pa
Massimo vuoto in laboratorio.....	10^{-12} Pa

applicazioni

$$p = \frac{F}{A}$$

ago ipodermico

area punta ago è piccolissima

⇒ **F piccola** produce **p elevata**
[ago penetra nella pelle]



racchette da sci

evitano che la persona

affondi nella neve

distribuiscono peso su superficie grande

⇒ **A grande** produce **p piccola**



fachiro

distribuisce il peso su
centinaia di chiodi

⇒ **A = area totale** dei chiodi





esercitando una piccola pressione questo uccello riesce a **camminare sull' acqua:**

peso del corpo ridistribuito su grande area attraverso lunghe dita !!!

pressione atmosferica

$$\begin{aligned} 1 \text{ atm} &= 1.01 \times 10^5 \text{ N/m}^2 = 10^5 \text{ Pascal (Pa)} \\ &= 1.01 \times 10^4 (1 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m/s}^2) / \text{m}^2 \\ &= 1 \text{ kg}_p / \text{cm}^2 \end{aligned}$$

l'aria attorno a noi esercita una forza di
1 kg_p su ogni cm² del nostro corpo

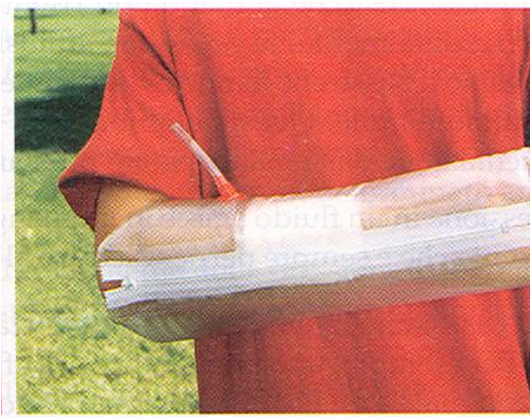
NON ce ne accorgiamo:

- tale forza è **uguale** in tutte le direzioni
- è contrastata da **uguale pressione** all'**interno** del nostro **corpo**



se pompo aria fuori da recipiente sigillato
pressione atmosferica produce
forza non bilanciata verso l'interno:

→ collasso del recipiente



stecca pneumatica:

si esercita pressione maggiore di
quella atmosferica
(cioè di quella interna al corpo)
mediante manicotto di plastica

→ si fermano emorragie
o si immobilizzano arti

Pressione e Profondità

[legge di Stevino]

pressione:

✗ **aumenta** con la **profondità** (come nel mare, lago, piscina)

✗ **diminuisce** con l'**altitudine** (come in montagna)

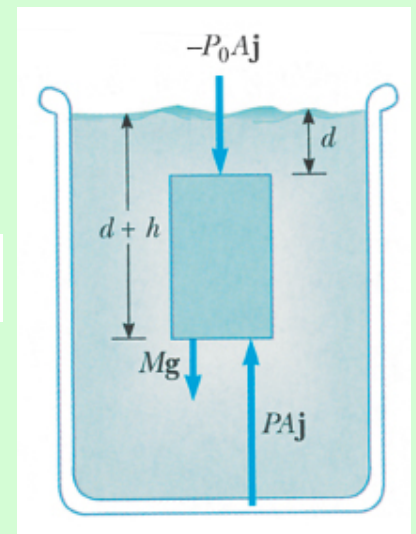
[**esempio**: gli aerei devono essere pressurizzati]

$$M_{\text{liquido}} = \rho V_{\text{liquido}} = \rho Ah$$

equilibrio
forze

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow pA - p_0 A - Mg = 0$$

$$p = p_0 + \rho gh$$



pressione **assoluta** a profondità h
[per un liquido aperto a pressione atmosferica, $d=0$]
è **maggiore** di pressione atmosferica di ρgh

stessa pressione per tutti i punti a **stessa profondità**
[indipendentemente da **forma** contenitore]

$$p = p_0 - \rho_{\text{aria}} g d$$

pressione ad **altitudine** d

Misure di Pressione

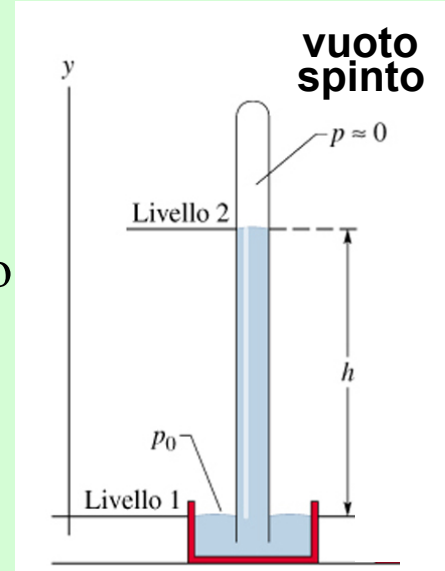
barometro a mercurio

[Torricelli 1608-1647]

tubo pieno di mercurio
rovesciato in recipiente con mercurio

$$p_0 = \rho_{Hg} gh$$

⇒ trasformo **altezza h**
in valore di **pressione**



N.B. 1 atm equivale a colonnina Hg di 0.76 m a 0° C

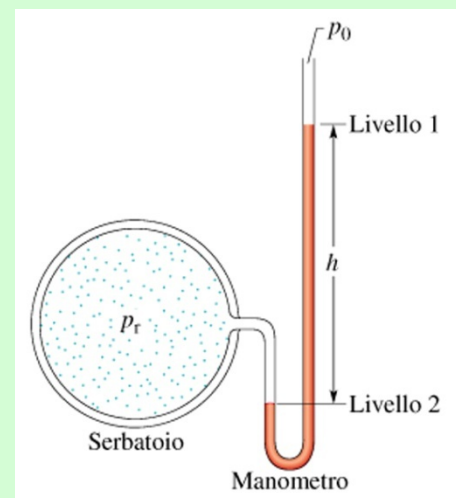
$$\begin{aligned} p_0 &= \rho_{Hg} gh = (13.595 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(9.8 \text{ m/s}^2)(0.76 \text{ m}) \\ &= 1.0013 \times 10^5 \text{ N/m}^2 \text{ (Pa)} \end{aligned}$$

manometro a tubo aperto

tubo aperto pieno di liquido
collegato con sistema
a pressione incognita p

$$p = p_0 + \rho gh \quad \text{pressione **assoluta**}$$

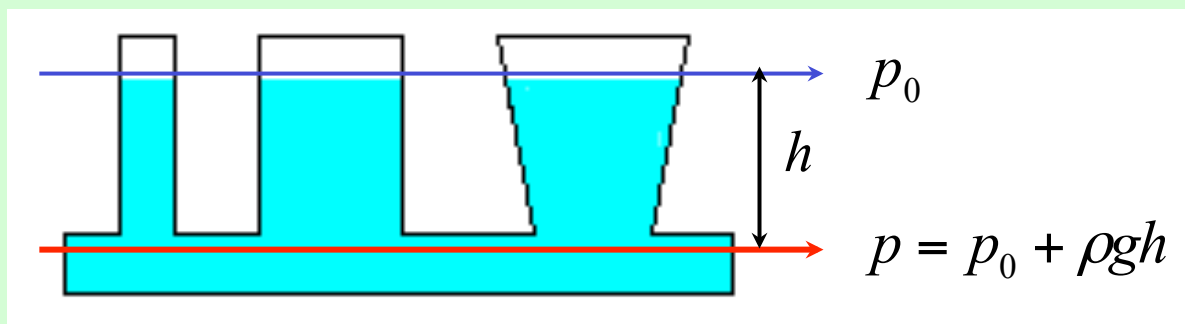
$$p_r = p - p_0 = \rho gh \quad \text{pressione **relativa**}$$



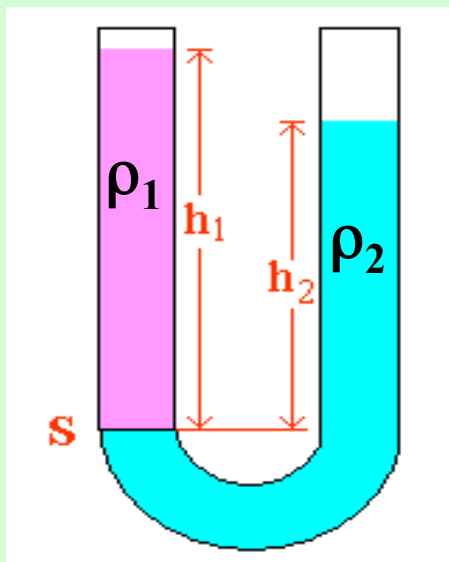
Applicazione legge di Stevino

vasi comunicanti

*in un sistema di vasi comunicanti il fluido contenuto raggiunge la **stessa quota** indipendentemente dalla forma dei recipienti*



liquidi non miscelabili



all' **equilibrio** pressioni in S si bilanciano:

$$p_1 = p_0 + \rho_1 g h_1$$

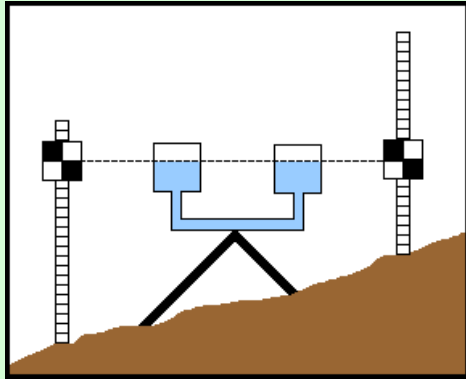
$$p_2 = p_0 + \rho_2 g h_2$$

$$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2$$

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$$

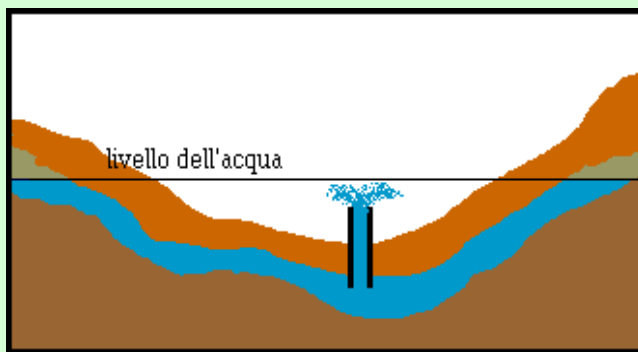
[N.B. per $\rho_1 = \rho_2 \Rightarrow h_1 = h_2$ principio dei vasi comunicanti]

livella ad acqua



i due vasi di **vetro**, contenenti acqua, collegati tramite un tubo, sfruttano la proprietà dei vasi comunicanti per evidenziare i dislivelli del terreno

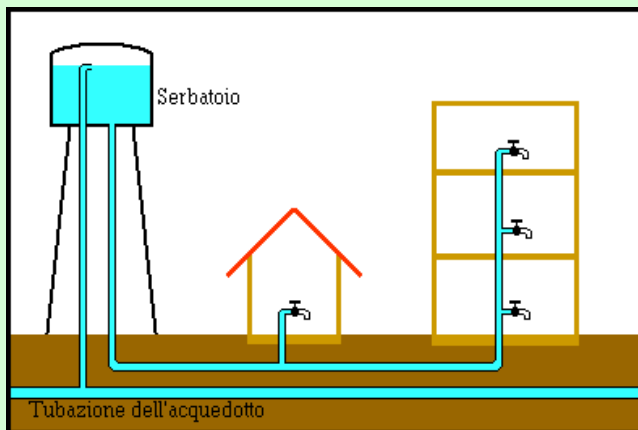
pozzo artesiano



per il principio dei **vasi comunicanti**

l'acqua tende a risalire nel pozzo fino al livello dell'acqua nel terreno

acquedotto



sistema di distribuzione dell' **acqua potabile**:

il fluido è sollevato all'altezza necessaria nelle varie abitazioni perché esso tende a portarsi alla quota del serbatoio

Principio di Pascal

ogni **variazione** di **pressione** in liquido chiuso si trasmette

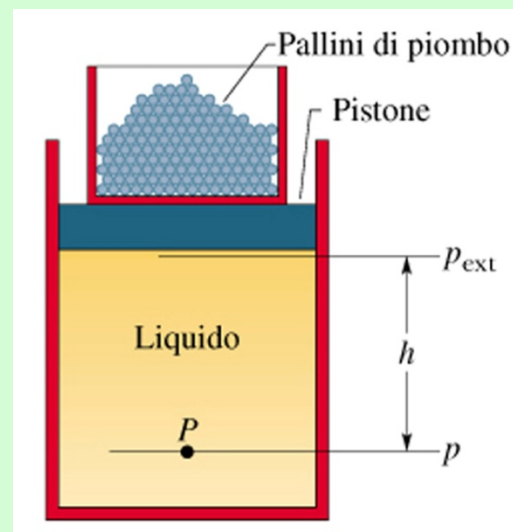
- × a **tutti i punti** del liquido
- × alle **pareti** del contenitore

- × liquido **incomprimibile**
[$\rho = \text{costante}$]

$$p = p_{ext} + \rho gh$$

- × aggiungo pallini di piombo
[$\Rightarrow$ **aumento** pressione esterna]

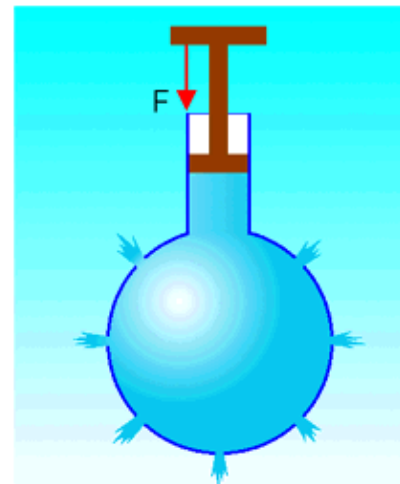
$$\Delta p = \Delta p_{ext}$$



cambiamento di pressione **indipendente** da h
 $\Rightarrow$ vale in **tutti i punti** del liquido

verifica:

forza applicata sul pistone
si trasmette in **ogni punto** del
fluido e in **tutte le direzioni**



conseguenze:

moltiplico intensità di **F** applicata

$F_1 = 10 \text{ N}$ **forza applicata**

$A_1 = 5 \text{ cm}^2$

$P_1 = \frac{10 \text{ N}}{5 \text{ cm}^2} = 2 \text{ N/cm}^2$

la pressione si trasmette inalterata nel liquido

$F_2 = P_2 A_2 = (2 \text{ N/cm}^2)(500 \text{ cm}^2)$
 $= 1000 \text{ N!!}$ plus the force from the weight of the liquid.

Resulting force on bottom of jug.

$A_2 = 500 \text{ cm}^2$

$P_2 = P_1 + \rho gh$

Static fluid pressure

Leva idraulica: cambiando **area** nel fluido moltiplico le **forze** !!!

esempio:

colpendo il **tappo**
bottiglia piena di liquido
rompo **fondo** della bottiglia



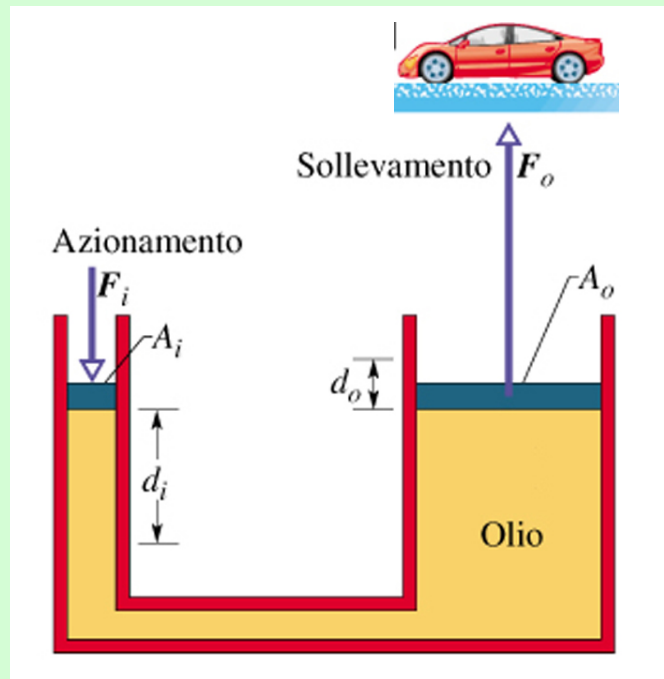
Applicazione principio di Pascal

[leva idraulica]

liquido **incomprimibile**
[$\rho = \text{costante}$]

$$p = \frac{F_i}{A_i} = \frac{F_o}{A_o}$$

$$F_o = F_i \frac{A_o}{A_i}$$



$$F_o > F_i \quad \text{per} \quad A_o > A_i$$

se **muovo** pistone sinistro di tratto **d_i**
 $\Rightarrow$ pistone destro si muove di tratto **d_o**
[conservazione del volume spostato]

$$V = A_i d_i = A_o d_o$$
$$d_o = \frac{A_i}{A_o} d_i$$

$$d_o < d_i \quad \text{per} \quad A_o > A_i$$

$$L = F_o d_o = \left(F_i \frac{A_o}{A_i} \right) \left(d_i \frac{A_i}{A_o} \right) = F_i d_i$$

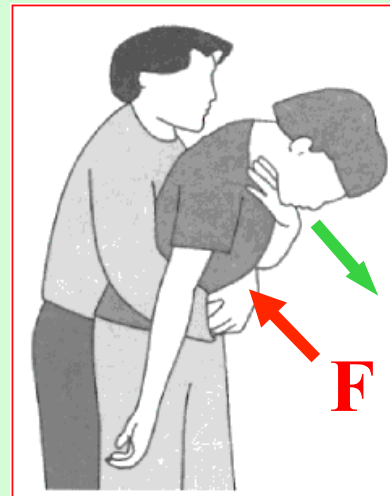
una data forza su una certa distanza si trasforma in
forza maggiore su **distanza minore**

Applicazioni principio di Pascal

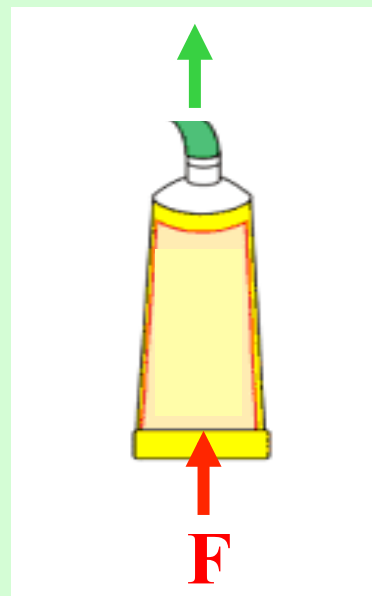
in **medicina**:

pressione sull' **addome**
si trasmette alla **gola**
permettendo fuoriuscita
di corpi estranei
dalla **trachea**

manovra di Heimlich

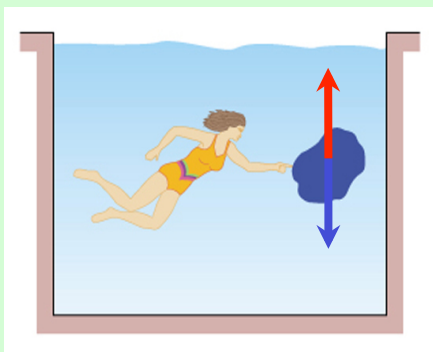


dentifricio esce dal **tappo**
schiacciando **fondo** del tubetto



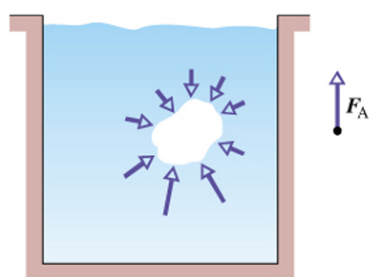
esercizi pressione e profondità

Principio di Archimede



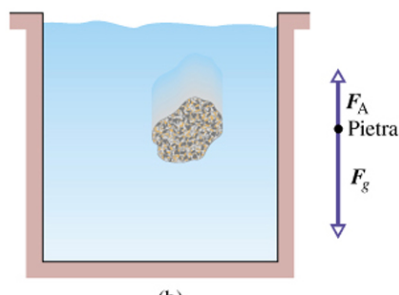
sottile **palloncino** di plastica
pieno d'acqua
in **equilibrio statico** nella piscina

$$F_g = m_f g = F_A \quad \begin{array}{l} \text{di spinta} \\ \text{di galleggiamento} \\ \text{[spinta di Archimede]} \end{array}$$



× la pressione aumenta con la profondità
pressione **fondo** > pressione **cima** palloncino

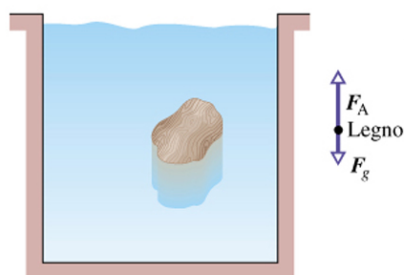
rimuovo
palloncino d'acqua $\sum F = F_A$



× riempio spazio con **pietra**:
F_A è **uguale** [non ho cambiato
forma spazio]

F_g è **maggiore**

pietra affonda



× riempio spazio con **legno**:
F_A è **uguale** [non ho cambiato
forma spazio]

F_g è **minore**

legno risale in superficie

Principio di Archimede

un corpo **immerso** in un fluido
[interamente o parzialmente]
è soggetto ad una **spinta di galleggiamento**
verso l'alto, pari al peso di fluido spostato

$$F_A = m_f g$$

oggetto completamente immerso

$$F_A = m_f g = \rho_f V_0 g$$

$$F_g = Mg = \rho_0 V_0 g$$

risultante forze

$$F_A - F_g = (\rho_f - \rho_0) V_0 g$$

$$= 0 \quad \rho_f = \rho_0$$

corpo in **equilibrio**

$$> 0 \quad \rho_f > \rho_0$$

corpo **accelera** verso alto [legno]

$$< 0 \quad \rho_f < \rho_0$$

corpo **affonda** [pietra]

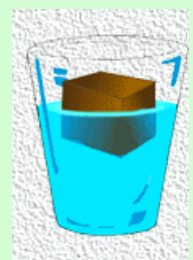
oggetto galleggiante [parzialmente immerso]

V_0 = volume **corpo**, V = volume **liquido spostato**

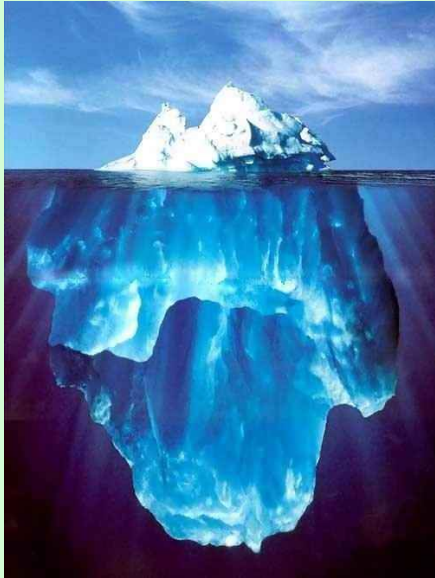
$$F_A = m_f g = \rho_f V g \Leftrightarrow F_g = Mg = \rho_0 V_0 g$$

$$\frac{\rho_0}{\rho_f} = \frac{V}{V_0}$$

per un corpo **galleggiante**
modulo forza gravitazionale =
peso fluido spostato



Applicazioni principio di Archimede

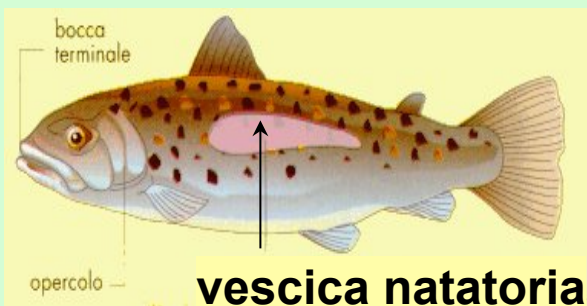


iceberg galleggia:

$$\rho_{\text{ghiaccio}} = \rho_0 = 900 \text{ kg} / \text{m}^3$$
$$\rho_{\text{acqua-mare}} = \rho_f = 1025 \text{ kg} / \text{m}^3$$

$$\frac{\rho_0}{\rho_f} = \frac{V}{V_0} \approx 9/10$$

solo **1/10** emerge dall' acqua !!!



vescica natatoria

organo a forma di **sacco**
riempiendosi/svuotandosi d'**aria**
consente al pesce di salire/scendere
a minore o maggiore profondità



sommergibile

[**camere stagne** funzionano
tipo vescica natatoria]



mongolfiera

[**aria calda** meno densa di aria fredda
genera forza verso l' alto]

galleggiamento di oggetti più densi dell' acqua

un corpo galleggia se sposta
una quantità di fluido pari al suo peso



forgiando un metallo a forma di
scodella si sposta
**quantità di acqua maggiore del
volume del metallo**

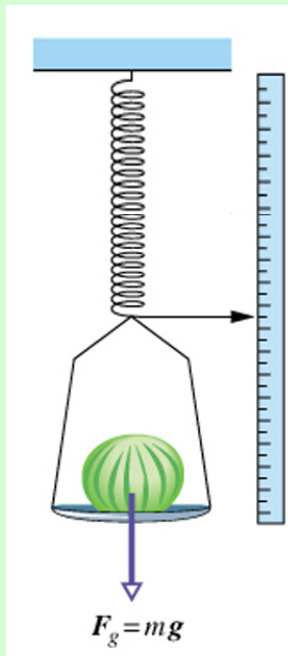
➔ **il metallo galleggia**



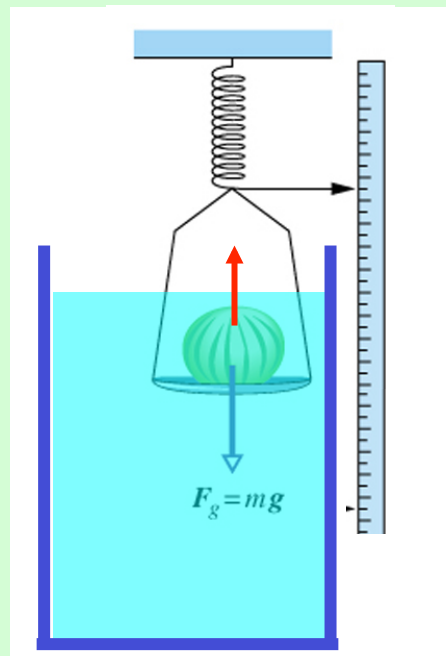
linea di Plimsoll: indica la linea di galleggiamento della nave
caricata al massimo consentito !!!

Peso apparente in un fluido

in aria



in acqua



*il peso in acqua è **minore**
a causa della spinta di galleggiamento*

$$P_{app} = P - F_A$$

peso apparente

in **fisiologia**:

pesata idrostatica

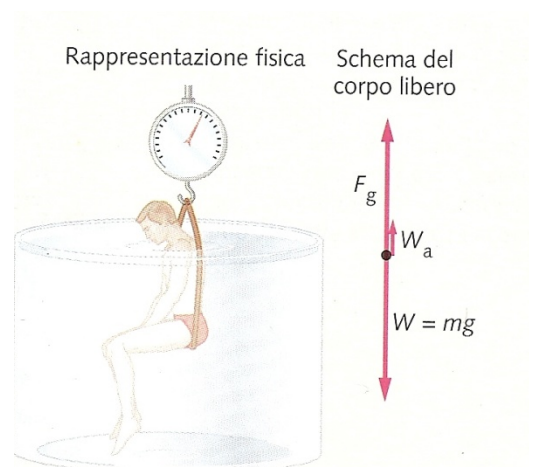
metodo per eccellenza

usato per determinare

percentuale nel corpo umano

di massa grassa ($\rho_{\text{grasso}} = 0.901 \text{ kg/l}$)

e massa magra ($\rho_{\text{magra}} = 1.1 \text{ kg/l}$)



<http://nutrition.uvm.edu/bodycomp/uvw/uvw-toc.html>

esercizi spinta idrostatica

Fluidi in Movimento

caratteristiche del flusso

× flusso stazionario:

cammini seguiti da ogni particella scorrevoli, non si intersecano
velocità di ogni punto del fluido **NON** varia nel tempo
[es. acqua in un ruscello tranquillo]

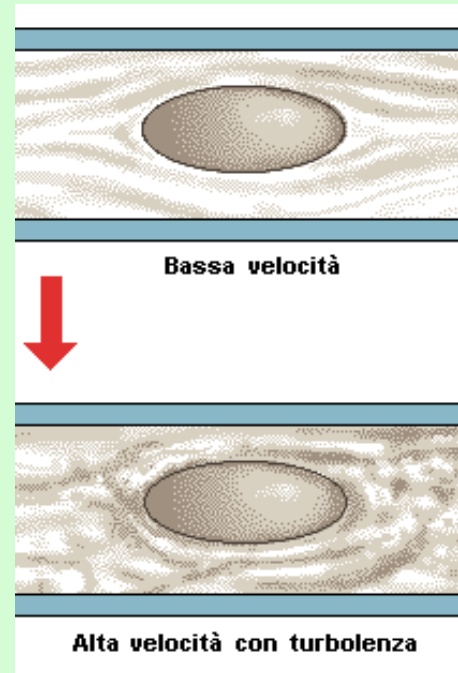
× flusso turbolento:

flusso irregolare
con regioni simili a **vortici**
[es. acqua in prossimità di rocce e strettoie, formazione di rapide]

× viscosità:

grado di **attrito interno** del fluido
resistenza fra strati adiacenti di liquido in moto relativo

⇒ conversione **energia cinetica** in **energia termica**



evidenzio flusso di un fluido
usando **tracciante**
[colorante o particelle di fumo]

Test in galleria del vento

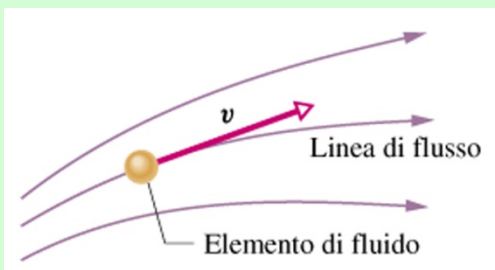
fluido **reale**: complicato e non del tutto conosciuto

fluido **ideale**: descrivo le proprietà in ciascun punto
in funzione del tempo

proprietà fluido ideale

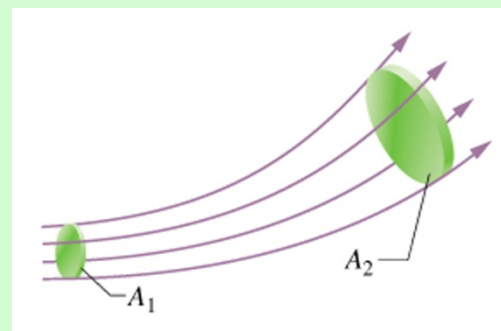
- × **non viscoso** [trascuro attriti interni;
oggetto in moto nel fluido non risente di attriti]
- × **incompressibile** [densità costante nel tempo]
- × **flusso stazionario** [velocità di ogni punto costante nel tempo]
- × **flusso irrotazionale** [non ci sono vortici, turbolenze]

Rappresentazione grafica



linee di corrente:

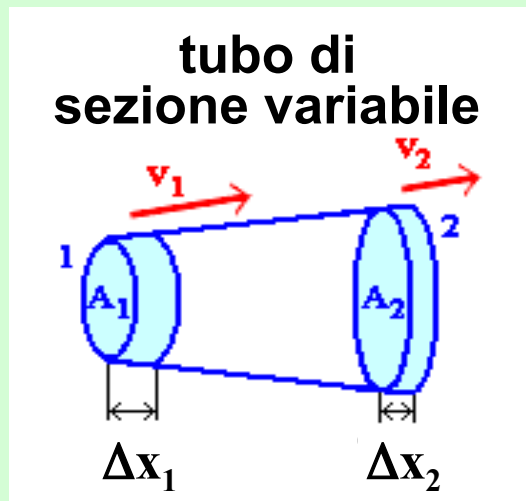
- × tangenti alla velocità
- × non si intersecano mai
[il fluido non sarebbe stazionario]



tubo di flusso:

- × insieme di linee di corrente
[particelle confinate all'interno]

Equazione di Continuità



nell' intervallo di **tempo** Δt

$$\Delta x_1 = v_1 \Delta t \quad \Rightarrow \quad \Delta m_1 = \rho_1 A_1 \Delta x_1 = \rho_1 A_1 v_1 \Delta t$$

$$\Delta x_2 = v_2 \Delta t \quad \Rightarrow \quad \Delta m_2 = \rho_2 A_2 \Delta x_2 = \rho_2 A_2 v_2 \Delta t$$

la **massa** si **conserva** [fluido stazionario]

$$\Delta m_1 = \Delta m_2$$

$$\rho_1 A_1 v_1 \Delta t = \rho_2 A_2 v_2 \Delta t$$

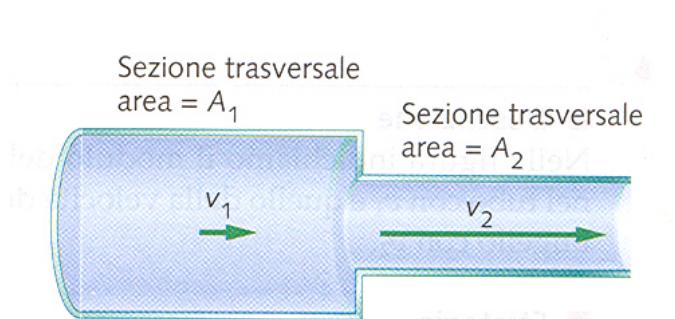
ρ è **costante** [fluido stazionario, incompressibile]

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 = \text{costante} \quad \text{equazione di continuità}$$

N.B. $A v$ = [Volume]/[tempo]=portata

*quantità di fluido che **entra** da una estremità del tubo
è uguale alla quantità di fluido che **esce**
nello stesso intervallo di tempo
[in assenza di perdite]*

applicazioni equazione di continuità



$$A_1 v_1 = A_2 v_2 = \text{costante}$$

$$\Rightarrow v_2 > v_1$$

se un fluido scorre da un condotto **largo** ad uno **stretto**:
il modulo della **velocità** nel tubo stretto è maggiore che nel tubo largo

esempio:

canna dell'acqua

stringendo l'apertura del tubo
con le dita
aumenta la velocità del flusso



Teorema di Bernoulli

pressione varia in
fluido in movimento
in tubo di sezione variabile

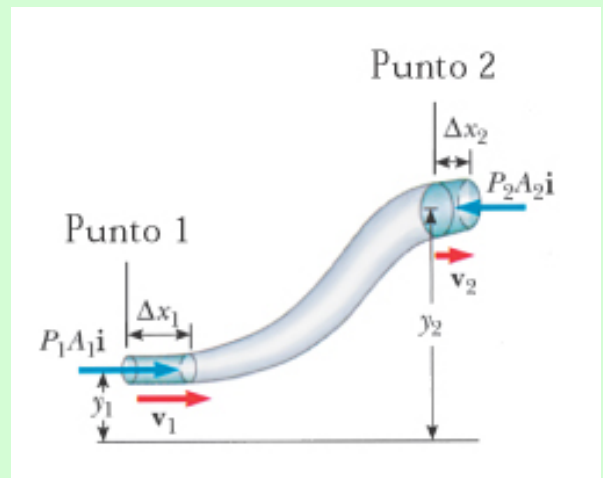
× lavoro forze di **pressione**

$$L_p = F_1 \Delta x_1 - F_2 \Delta x_2$$

spinge
il fluido

si oppone
al moto del fluido

$$\begin{aligned} &= p_1 A_1 \Delta x_1 - p_2 A_2 \Delta x_2 \\ &= (p_1 - p_2) \Delta V \end{aligned}$$



$$\Delta V = A_1 \Delta x_1 = A_2 \Delta x_2 = \frac{\Delta m}{\rho}$$

la massa si conserva
 ρ è costante

× lavoro forza **peso**

$$L_g = -\Delta m g (y_2 - y_1) = -\rho \Delta V g (y_2 - y_1)$$

$$L = L_p + L_g = \Delta K$$

teorema dell'energia:
lavoro **netto** è pari a
variazione **energia cinetica**

$$\begin{aligned} (p_1 - p_2) \Delta V - \rho \Delta V g (y_2 - y_1) &= \frac{1}{2} \Delta m v_2^2 - \frac{1}{2} \Delta m v_1^2 \\ p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 &= p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2 \end{aligned}$$

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g y = \text{costante}$$

conservazione energia meccanica
per un fluido ideale

teorema di Bernoulli

in una linea di corrente è costante la somma di
pressione (p)

energia cinetica per unità di volume ($1/2 \rho v^2$)

energia potenziale gravitazionale per unità di volume (ρgh)

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gy = \text{costante}$$

N.B. equazione di Bernoulli **non** è un risultato nuovo:

✗ fluido a **riposo**

$$v_1 = v_2 = 0$$

$$p_1 = p_2 + \rho g(y_1 - y_2)$$

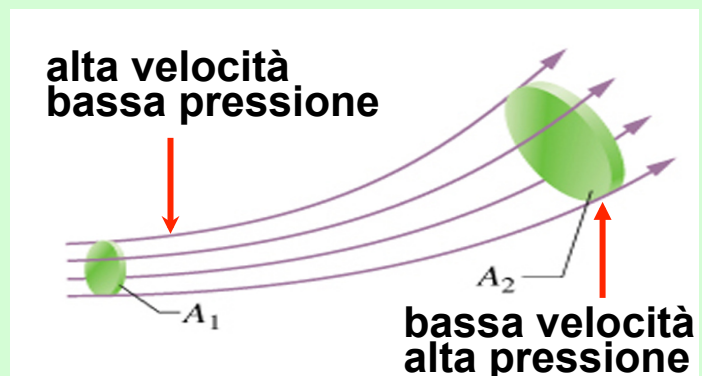
✗ fluido in **moto** ad **altezza costante**

$$y_1 = y_2 = 0$$

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

lungo una linea di flusso orizzontale
se **aumenta** la **velocità**
diminuisce la **pressione**

⇒ linee di flusso **vicine**:
alta velocità
bassa pressione



Applicazioni teorema di Bernoulli

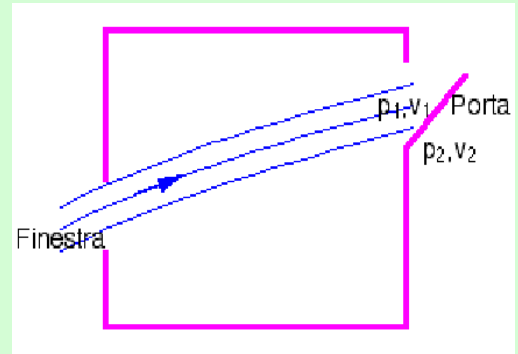
porte che sbattono

per fluido che scorre a quota fissa

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 - \frac{1}{2} \rho v_1^2$$

p minore per v maggiore

$v_1 > v_2$ quindi $p_1 < p_2 \Rightarrow$ la porta sbatte



flusso da un rubinetto

flusso d'acqua si restringe mentre cade

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$$

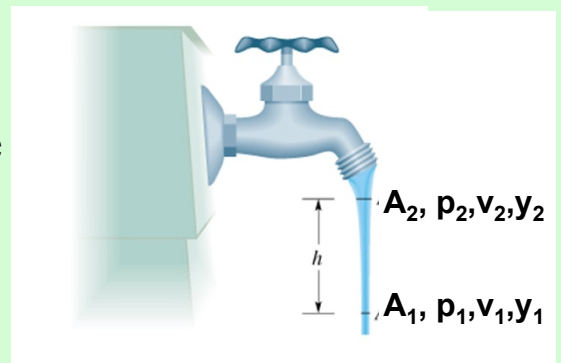
per $p_1 = p_2 =$ pressione atmosferica

$$\rho g (y_2 - y_1) = \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - v_2^2)$$

$$gh = \frac{1}{2} (v_1^2 - v_2^2) > 0$$

$$\Rightarrow v_1 > v_2 \text{ e } A_2 > A_1$$

[da eq. continuità ($A_2 v_2 = A_1 v_1$)]



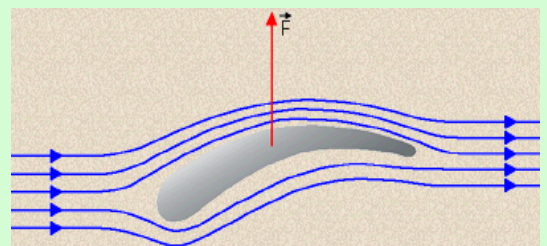
ala aereo

velocità corrente maggiore sopra ala

$\Rightarrow$ pressione minore **sopra** ala

pressione maggiore **sotto** ala

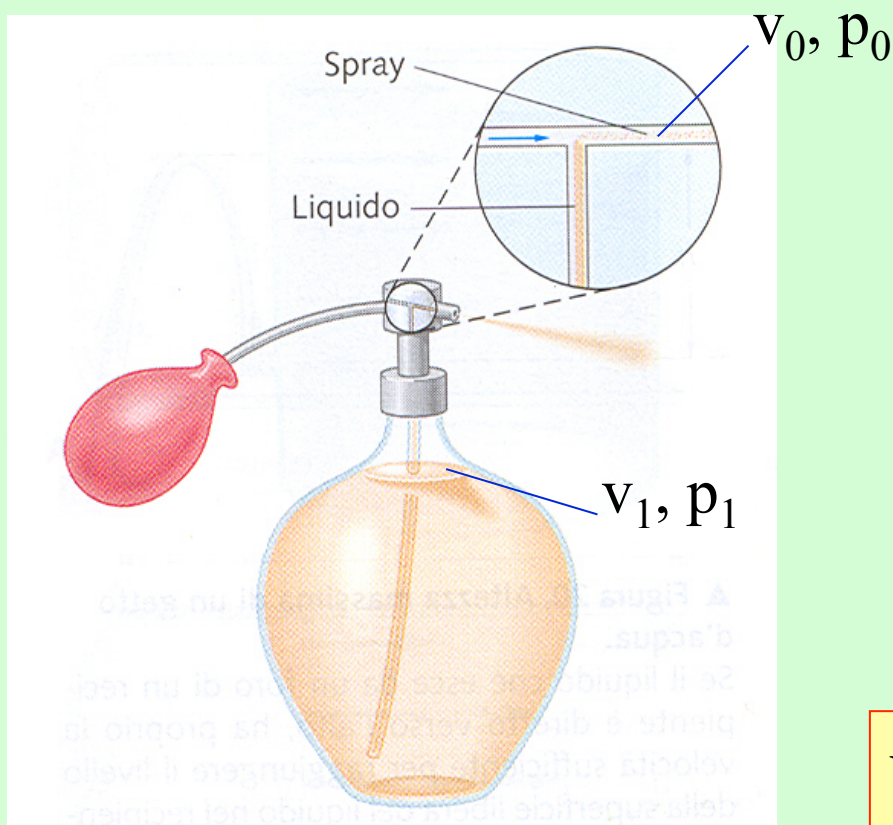
si genera forza (**spinta**) verso l'alto



nebulizzatore

immetto **aria ad alta velocità** alla **sommità** di un tubo verticale di un nebulizzatore si produce un **calo di pressione** rispetto alla pressione alla **superficie** del liquido nella bottiglia

⇒ *liquido spinto in alto causa
ridotta pressione alla sommità*



$$v_0 \text{ grande} \\ \Rightarrow p_0 \ll p_1$$

Applicazioni teorema di Bernoulli in medicina

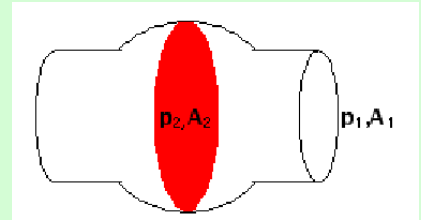
aneurisma

[rigonfiamento arteria/vena]

$$p_2 - p_1 = \frac{1}{2} \rho v_1^2 - \frac{1}{2} \rho v_2^2$$
$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Bernoulli
(a parità di quota)

eq. continuità



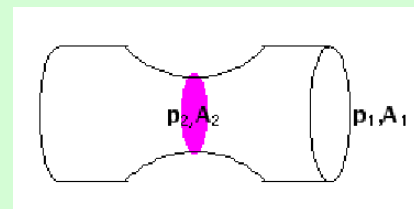
$$p_2 - p_1 = \frac{1}{2} \rho v_1^2 \left(1 - \frac{A_1^2}{A_2^2}\right)$$
$$\approx \frac{1}{2} \rho v_1^2 > 0 \quad \text{per } A_2 \gg A_1$$

$\Rightarrow p_2 > p_1$ **sovrapressione** in corrispondenza del rigonfiamento
[può causare **rottura del vaso**, emorragia, ...]

stenosi

[restringimento arteria/vena]

$$p_2 - p_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 \left(1 - \frac{A_1^2}{A_2^2}\right) < 0 \quad \text{per } A_2 < A_1$$



$\Rightarrow p_2 < p_1$ **sottopressione** in corrispondenza del restringimento
[può causare, unita al restringimento,
occlusione del vaso]

esercizi Bernoulli

Viscosità

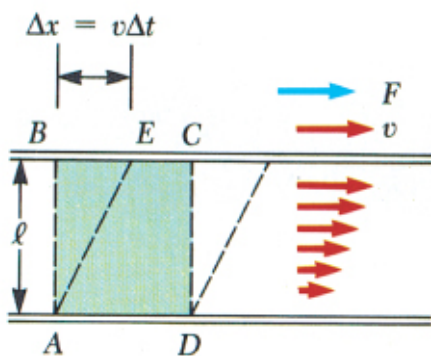
[attrito interno del fluido]

*viscosità nasce da **forza di attrito**
fra strati adiacenti di fluido*

esempio: catrame è più viscoso di olio.

è più faticoso fare scivolare una superficie di vetro su strato catrame che su olio.

metodo per definire viscosità



fluido racchiuso fra due lamine

- superiore in moto
- inferiore ferma

⇒ fluido a contatto con superfici
è legato da forza adesiva
molecole liquido-lamina

si ottiene **variazione velocità** strati successivi:

da **0** a **v**, quando ci si sposta da superficie **ferma** a superficie **in moto**

fluido subisce una **deformazione** dovuta allo **scorrimento**

$$F = \eta \frac{Av}{l} \Rightarrow F \text{ aumenta all' aumentare di } \eta$$

coefficiente
di **viscosità**

$$\eta = \frac{\text{carico di scorrimento}}{\text{velocità di deform. relativa}} = \frac{F / A}{v / l} = \frac{Fl}{Av}$$

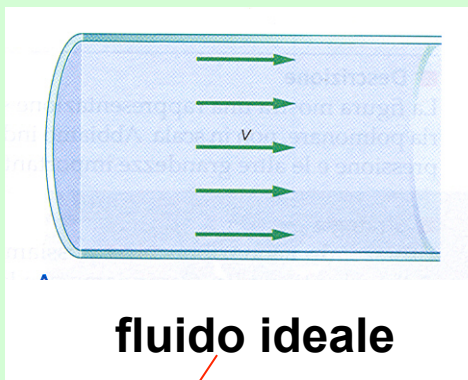
dimensioni: $[\eta] = [FL] / [L^2 v] = [F][T] / [L^2] \Rightarrow \text{Ns/m}^2 = \text{Pa s}$

Viscosità di alcuni fluidi

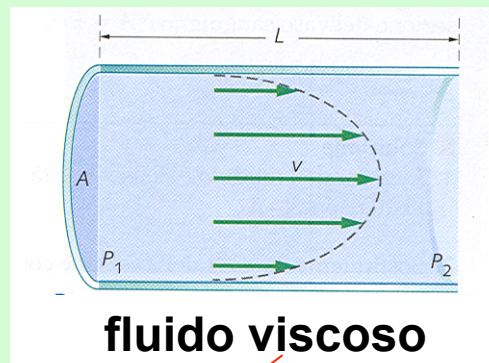
	T (°C)	η (Ns/m ²)
aria	20	$1.82 \cdot 10^{-5}$
acqua	20	$1.0 \cdot 10^{-3}$
acqua	100	$0.3 \cdot 10^{-3}$
→ sangue	37	$2.7 \cdot 10^{-3}$
glicerina	20	$830 \cdot 10^{-3}$
olio per motore	30	$250 \cdot 10^{-3}$

Moto di fluido viscoso in un tubo

la **forza** necessaria per mantenere un **fluido in movimento** è causata dalla **differenza di pressione** in una data lunghezza L



scorre in un tubo con **velocità uguale** in ogni punto



modulo della **velocità**
 - va a **0** alle **pareti**
 - **valore massimo** al centro

legge di Poiseuille

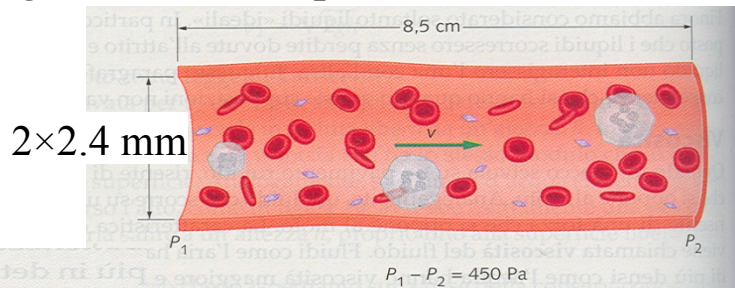
$$p_1 - p_2 = 8\pi\eta \frac{vL}{A}$$

esempio: velocità del sangue nell'arteria polmonare
[arteria di collegamento cuore polmoni]

$$L = 8.5 \text{ cm}$$

$$p_1 - p_2 = 450 \text{ Pa}$$

$$r = 2.4 \text{ mm}$$



$$v = \frac{(P_1 - P_2) A}{8\pi\eta L}$$

$$v = \frac{(P_1 - P_2) r^2}{8\eta L}$$

$$v = \frac{(450 \text{ Pa}) (0,0024 \text{ m})^2}{8 (0,0027 \text{ N} \cdot \text{s/m}^2) (0,085 \text{ m})} = 1,4 \text{ m/s}$$

$$p_1 - p_2 = 8\pi\eta \frac{vL}{A}$$

nel **SANGUE**:

- **viscosità** aumenta con **ematocrito**
(concentrazione globuli rossi nel sangue)
- **sangue denso** (con ematocrito alto) richiede
maggiore differenza di pressione
⇒ maggior affaticamento del cuore



in presenza di **arteriosclerosi/colesterolo**:

- **sezione** dei vasi **diminuisce**
- **aumento** di **pressione**
per mantenere stesso flusso sanguigno
⇒ maggior affaticamento del cuore

Forza ritardante in un fluido

la **forza ritardante** (frenante) che agisce su un corpo che cade in un fluido dipende dalla **velocità** e dalla **viscosità**

$$\vec{R} = -b\vec{v} = -\gamma\eta\vec{v}$$

η = coefficiente **viscosità**

γ = coefficiente **forma corpo**

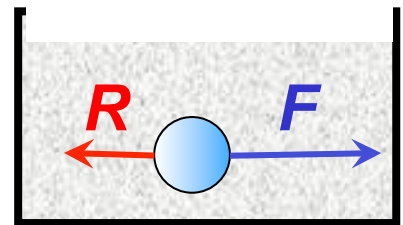
per corpi **sferici** di raggio **r**, si ha $\gamma = 6\pi r$

$$\vec{R} = -b\vec{v} = -6\pi r\eta\vec{v} \quad \text{legge di Stokes}$$

equazione di moto in un fluido sotto azione di forza **F**

$$\vec{F}_{net} = \vec{F} + \vec{R} = m\vec{a} = m d\vec{v} / dt$$

$$F - bv = m dv / dt$$



per $a=0$ si ottiene la **velocità limite**:

$$v = v_L = \frac{F}{b} \quad \Rightarrow F_{net} = 0 \quad \text{moto } \underline{\text{rett. uniforme}}$$

$$v < v_L \quad \Rightarrow F_{net} > 0 \quad \text{moto } \underline{\text{accelerato}}$$

$$v > v_L \quad \Rightarrow F_{net} < 0 \quad \text{moto } \underline{\text{ritardato}}$$

Applicazione legge di Stokes

[in medicina]

calcolo della VES

[velocità di caduta
dei globuli rossi in vitro]

$$v \propto \frac{1}{\eta} \approx \frac{1}{\text{numero globuli rossi}}$$

la parte globulare del sangue ha peso specifico superiore a quello del plasma, per cui avviene sedimentazione

alta velocità di caduta dei globuli rossi:
infezione, tumore, allergia, ...

bassa velocità di caduta dei globuli rossi:
cardiopatia, shock anafilattico ...

Bilancio delle forze:

$$\vec{F}_{net} = \vec{F}_g + \vec{F}_A + \vec{R} = m\vec{a}$$

peso Archimede resistenza fluido

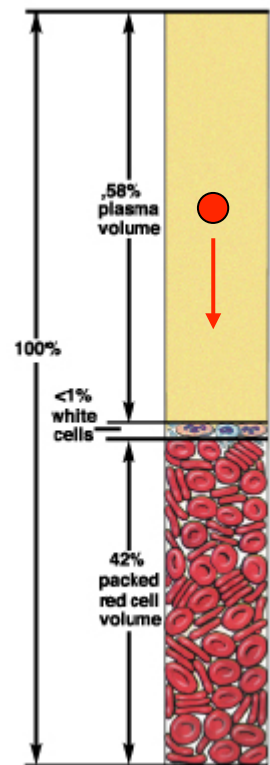
la velocità limite si ottiene
quando le forze si bilanciano

$$-m_{globulo}g + m_{plasma}g + bv = 0$$

$$v = \frac{(m_{globulo} - m_{plasma})g}{b}$$

$$= \frac{(\rho_{globuli} - \rho_{plasma})}{6\pi\eta r} \frac{4}{3}\pi r^3 g$$

$$= \frac{2}{9} r^2 g (\rho_{globuli} - \rho_{plasma}) \frac{1}{\eta} \approx 3 \times 10^{-4} \text{ cm / s}$$



$$\begin{aligned} \rho_{globuli} &= 1.10 \text{ g / cm}^3 \\ \rho_{plasma} &= 1.03 \text{ g / cm}^3 \\ r_{globulo} &= 10^{-3} \text{ cm} \\ \eta_{plasma} &= 0.04 \text{ poise} \end{aligned}$$

N.B. la velocità di sedimentazione per effetto della gravità è molto piccola $\Rightarrow$ richiede tempi lunghissimi.
comunemente si usano altre tecniche, tipo centrifugazione

Forze ritardanti [dipendenti dalla velocità]

studio **interazione** tra corpo e mezzo nel quale si muove:

*il mezzo (liquido o gas) esercita una **forza ritardante** R sul corpo che si muove attraverso di esso*

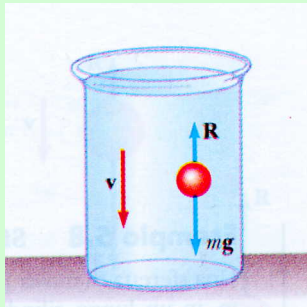
- ✗ **modulo** di R : funzione complessa di velocità v
- ✗ **direzione** e **verso**: opposti al moto

Caso 1. $R \propto v$

Caso 2. $R \propto v^2$

Caso 1. Forza ritardante proporzionale a v

[esempio: oggetti che cadono in fluidi con bassa velocità;
oggetti piccoli in aria (polvere)]



$$\vec{R} = -b \vec{v}$$

b = coeff. dipendente da
proprietà oggetto [forma, dimensioni]

$$\Sigma F_y = mg - b v = ma = m \frac{dv}{dt}$$

seconda legge
di Newton

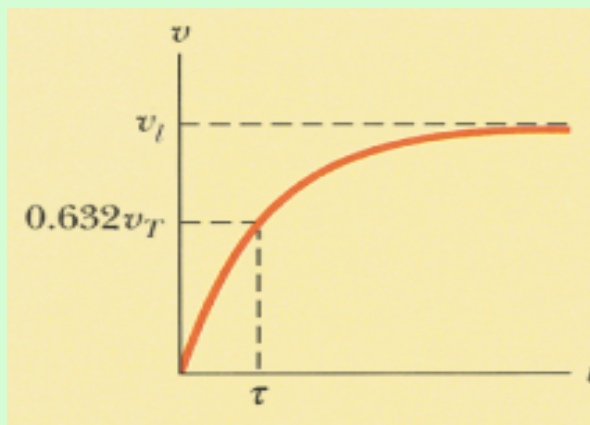
$$a = \frac{dv}{dt} = g - \frac{b}{m} v$$

equazione
differenziale

→ $v(t=0) = 0$

→ $v(t \rightarrow \infty) = v_{\text{limite}} = \frac{mg}{b}$ per $R = mg$ ($a = \frac{dv}{dt} = 0$)

$$v = \frac{mg}{b} (1 - e^{-bt/m}) = v_{\text{limite}} (1 - e^{-t/\tau})$$



per $t = \tau = m/b$
 $v = 63\% v_{\text{limite}}$

[$e \approx 2.72$, $1/e \approx 0.37$]

Caso 2. Forza ritardante proporzionale a v^2

[**esempio:** oggetti di grandi dimensioni che cadono in aria
velocità elevate (aerei, paracadutisti ...)]

$$R = \frac{1}{2} D \rho A v^2$$

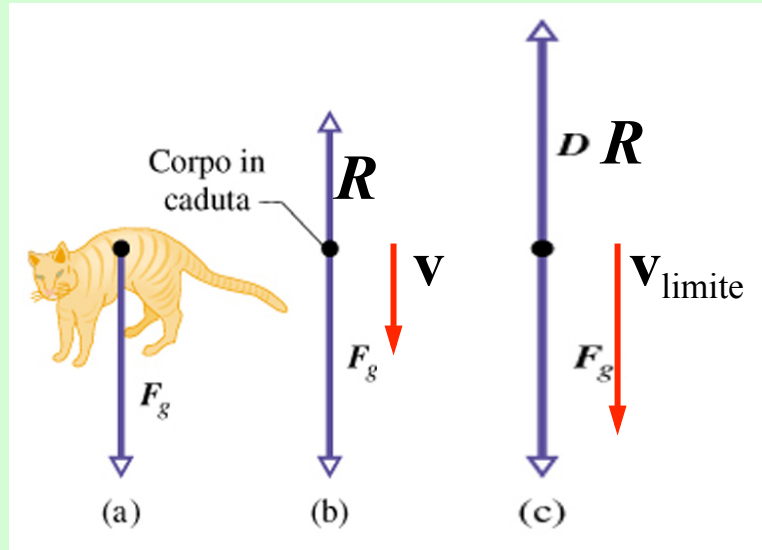
ρ = densità **aria**

A = area sezione **oggetto**

D = coeff. di **resistenza**
(coeff. aerodinamico)

[≈ 0.5 sfera, ...

≈ 2 oggetto irregolare]



$$\Sigma F_y = mg - \frac{1}{2} D \rho A v^2 = ma = m \frac{dv}{dt}$$

seconda legge
di Newton

$$a = \frac{dv}{dt} = g - \frac{D \rho A}{2m} v^2$$

equazione **differenziale**

velocità **limite**:

per $R = mg$ $a = \frac{dv}{dt} = 0$

$$g - \frac{D \rho A}{2m} v_{\text{limite}}^2 = 0 \Rightarrow v_{\text{limite}} = \sqrt{\frac{2mg}{D \rho A}}$$

N.B. dipende da
dimensioni oggetto

Alcuni valori di velocità in aria

Oggetto	Velocità limite (m/s)	Distanza di regime* (m)
Proiettile (dallo sparo)	145	2500
Paracadutista in caduta libera (tipico)	60	430
Palla da baseball	42	210
Palla da tennis	31	115
Palla da pallacanestro	20	47
Pallina da ping pong	9	10
Goccia di pioggia (raggio = 1.5 mm)	7	6
Paracadutista con paracadute (tipico)	5	3

* Distanza attraverso la quale il corpo deve cadere da fermo per raggiungere il 95% della velocità limite.



posizione a uovo:

- ▶ rende minima l'area efficace della sezione trasversale
- ▶ riduce resistenza dell'aria

Fuori Programma



auto aereodinamica:

- ▶ fasce laterali riducono resistenza dell'aria



posizione ad aquila ali distese:

- ▶ rende massima la resistenza dell'aria

esercizi forze ritardanti

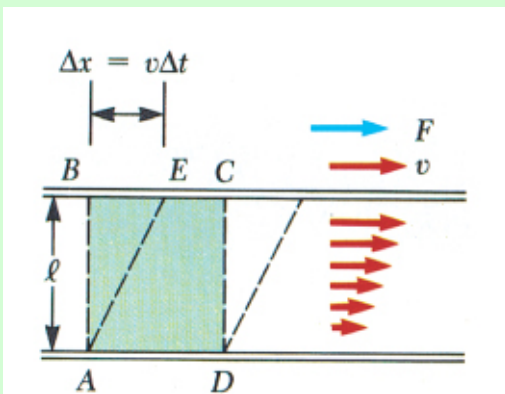
Viscosità

[attrito interno del fluido]

*viscosità nasce da **forza di attrito**
fra strati adiacenti di fluido*

esempio: catrame è più viscoso di olio.

è più faticoso fare scivolare una superficie di vetro su strato catrame che su olio.



variazione velocità strati successivi:
cresce da **0** a **v**, quando ci si sposta da superficie **ferma** a superficie **in moto**

fluido subisce una **deformazione** dovuta allo **scorrimento**

$F / A =$ **carico di scorrimento**
_{def} [A = area faccia sottoposta a carico]

$\Delta x / l =$ **deformazione relativa**
_{def}

in un intervallo di tempo Δt : $\frac{\text{deformazione relativa}}{\Delta t} = \frac{\Delta x / l}{\Delta t} = \frac{v}{l}$

coefficiente di **viscosità** $\eta = \frac{\text{carico di scorrimento}}{\text{velocità di deform. relativa}} = \frac{F / A}{v / l} = \frac{Fl}{Av}$

dimensioni: $[\eta] = [FL] / [L^2 v] = [F][T] / [L^2] \Rightarrow \text{Ns/m}^2$

$$F = \eta \frac{Av}{l} \Rightarrow F \text{ aumenta all' aumentare di } \eta$$