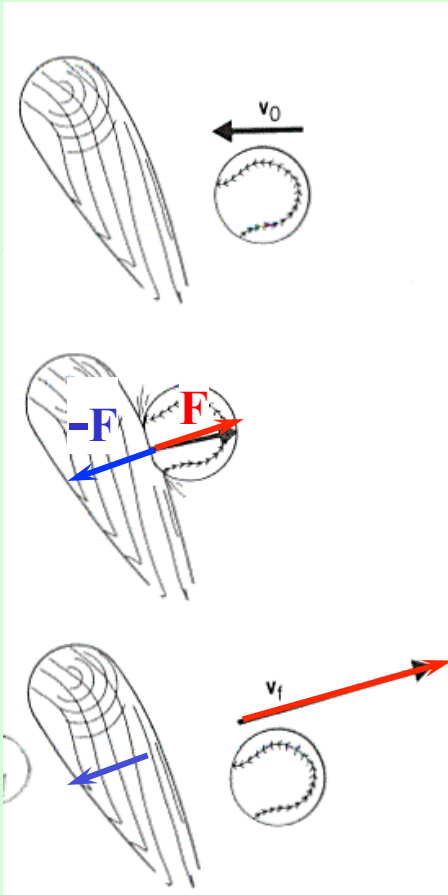


Sistemi di più particelle:

- 2 corpi interagenti
- n corpi (fluidi, gas...)

Quantità di Moto



- × palla su mazza da baseball
- × palla subisce grande **variazione** di **velocità** in **tempo brevissimo** (≈ 0.01 s)
 - ⇒ grande accelerazione
 - ⇒ **elevata forza media** su palla ($\approx 10^3$ N)
- × per principio **azione e reazione**:
 - mazza risente di forza uguale ed opposta
 - ⇒ velocità mazza ridotta a causa della grande massa del bastone

quando si trattano problemi di **urti** fra oggetti

è utile introdurre il concetto di

**quantità
di moto**

=
def

massa · velocità

- × definizione
non relativistica
($v \ll c$)

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

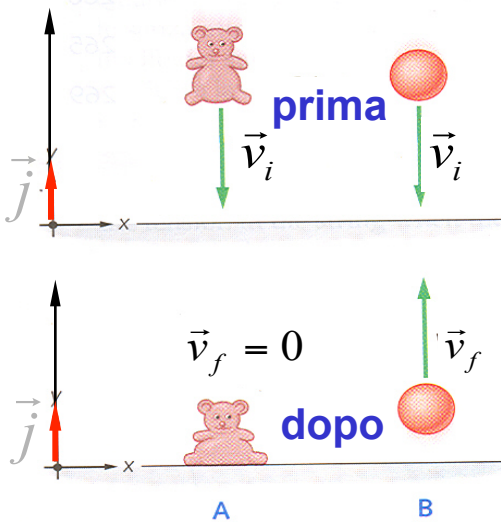
- × grandezza **vettoriale**

$$\begin{cases} p_x = mv_x \\ p_y = mv_y \\ p_z = mv_z \end{cases}$$

- × **dimensioni** e **unità** di misura

$$[p] = [M] \cdot \frac{[L]}{[T]} \Rightarrow \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

esempio: variazione della quantità di moto



$$m = 0.1 \text{ kg}$$

$$v_i = 4.0 \text{ m/s}$$

$$\Delta \vec{p} = ?$$

$$m = 0.1 \text{ kg}$$

$$v_f = 0 \text{ m/s} \quad \text{orsetto}$$

$$v_f = 4.0 \text{ m/s} \quad \text{palla}$$

orsetto :

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = 0 - (-mv_i \vec{j}) = +mv_i \vec{j} = (0.1 \text{ kg} \times 4.0 \text{ m/s}) \vec{j} = 0.4 \text{ kgm/s } \vec{j}$$

palla :

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = mv_i \vec{j} - (-mv_i \vec{j}) = +2mv_i \vec{j} = 0.8 \text{ kgm/s } \vec{j} = 2 \times \Delta \vec{p}_{\text{orsetto}}$$

Attenzione: $\vec{p}$ è una grandezza **vettoriale** !!!

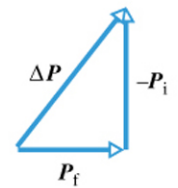
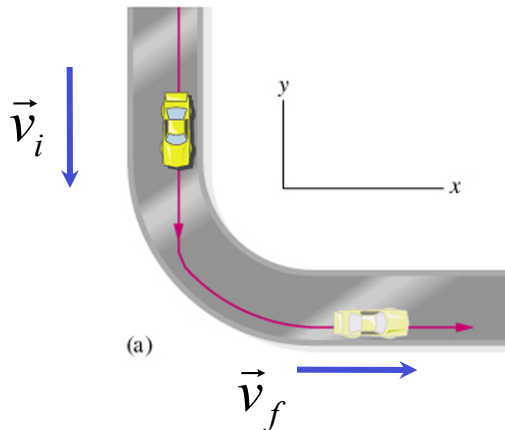
esempio: pista automobili giocattolo

$$m = 2.0 \text{ kg}$$

$$v_i = 0.50 \text{ m/s}$$

$$v_f = 0.40 \text{ m/s}$$

$$\Delta \vec{p} = ?$$



$$\vec{p}_i = (2.0 \text{ kg})(-0.50 \text{ m/s})\vec{j}$$

$$\vec{p}_f = (2.0 \text{ kg})(0.40 \text{ m/s})\vec{i}$$

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i$$

$$= (2.0 \text{ kg})(0.40 \text{ m/s})\vec{i} - (2.0 \text{ kg})(-0.50 \text{ m/s})\vec{j}$$

$$= (0.8\vec{i} + 1.0\vec{j}) \text{ kg m/s}$$

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

p** permette di distinguere fra particelle **pesanti** e **leggere** con **stessa velocità

esempio:

$$v = 10 \text{ m/s}$$

$$m_{\text{palla-bowling}} \gg m_{\text{palla-tennis}}$$

$$\Rightarrow p_{\text{palla-bowling}} \gg p_{\text{palla-tennis}}$$

esempio:

un camion e una palla da ping-pong si muovono alla stessa velocità $v = 2 \text{ m/s}$.

Da quale dei due è preferibile essere investiti ?

***p** descrive la **differenza** fra i due oggetti in moto !!!*

esempio:

- ▶ se una **bambina** piccola (**18 kg**)
vi corresse incontro,
probabilmente la prendereste in braccio:
è **piccola** non può far danni.
- ▶ se un **giocatore di football** (**100 kg**)
facesse la stessa cosa,
probabilmente vi scansereste velocemente.
se il giocatore vi venisse incontro
camminando tranquillamente e vi urtasse,
non vi preoccupereste molto.



p *descrive la differenza fra i due oggetti in moto*

$$\left. \begin{array}{l} m_{bambina} = 18 \text{ kg} \\ v_{bambina} = 3 \text{ m/s} \end{array} \right\} p_{bambina} = 54 \text{ kg m/s}$$

a che **velocità** dovrebbe andare il giocatore per avere la stessa quantità di moto?

$$m_{giocatore} = 100 \text{ kg}$$

$$p_{giocatore} = p_{bambina}$$

$$m_{giocatore} v_{giocatore} = m_{bambina} v_{bambina}$$

$$v_{giocatore} = \frac{m_{bambina}}{m_{giocatore}} v_{bambina} = 54 \text{ cm/s}$$

il giocatore dovrebbe andare **MOLTO** lentamente!

Seconda legge di Newton

sistemi a **massa costante**

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

sistemi a **massa variabile**

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

N.B. se $m = \text{costante}$ ritrovo **II legge di Newton**

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

esempio di sistemi a massa variabile:

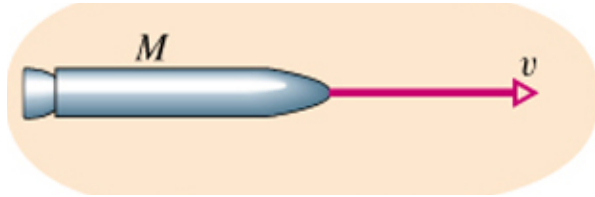
- ▶ razzo che espelle combustibile
- ▶ palla di neve che rotolando si ingrossa
- ▶ camion che si riempie d'acqua mentre viaggia con la pioggia

la **quantità di moto** di un sistema si **conserva**
se sul sistema **non** agiscono **forze esterne**

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{p} = \text{costante}$$

[I Legge di Newton – Principio di Inerzia]

esempi: conservazione quantità di moto

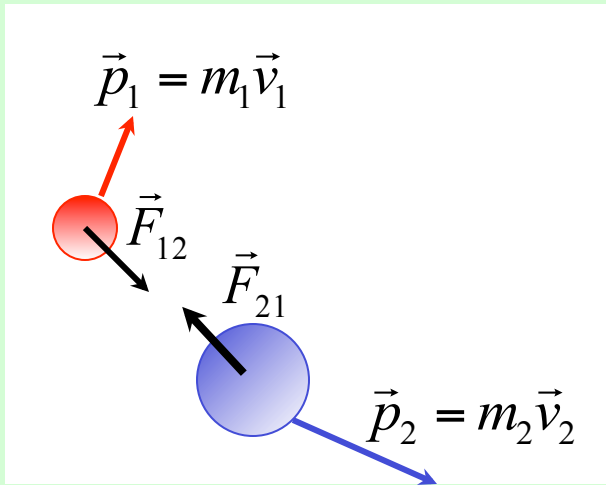


un **razzo** a motori spenti procede nello spazio
[lontano da sorgenti gravitazionali]



imponenti **petroliere** possono percorrere
fino a **10 km** dopo che i motori sono stati spenti

Sistema di due particelle: conservazione quantità di moto



- × sistema **isolato**
(non ci sono forze esterne al sistema)
- × sistema di 2 particelle **interagenti**
[es. forza interna = gravità]

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \quad \text{principio di **azione e reazione** tra forze interne}$$

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0$$

$$\frac{d(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)}{dt} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\vec{p}_{tot} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \text{costante}$$

$$\vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2i} = \vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f}$$

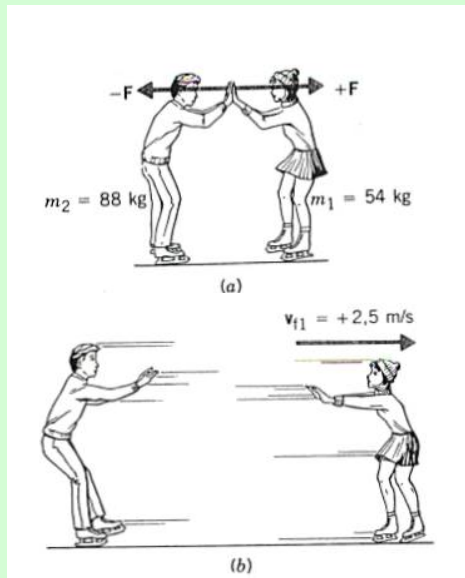
$$p_{ix} = p_{fx} \quad p_{iy} = p_{fy} \quad p_{iz} = p_{fz}$$

conservazione della quantità di moto:

- × la **quantità di moto totale**
di due particelle isolate interagenti si conserva
- × la quantità di moto totale di un **sistema isolato** è uguale in ogni istante alla quantità di moto iniziale

esempi: conservazione quantità di moto

2 pattinatori [su ghiaccio]

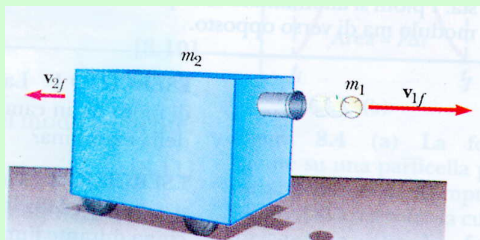


$$\vec{p}_i = \vec{p}_f$$

$$0 = m_1 v_{f1} + m_2 v_{f2}$$

$$v_{f1} = -\frac{m_2}{m_1} v_{f2}$$

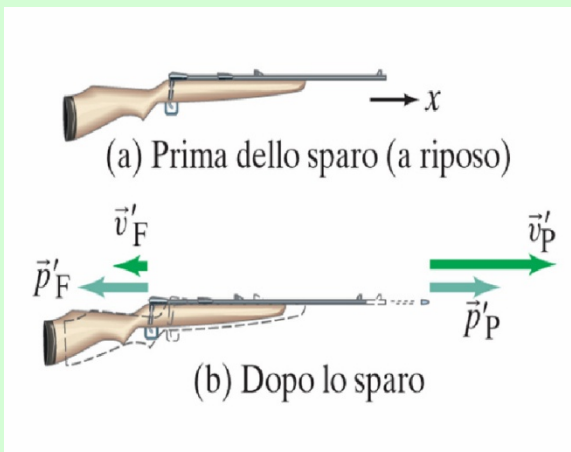
rinculo [su superficie senza attrito]



$$0 = m_1 v_{f1} + m_2 v_{f2}$$

$$v_{f1} = -\frac{m_2 v_{f2}}{m_1}$$

rinculo del fucile [dopo lo sparo]



$$\vec{p}_i = \vec{p}_f$$

$$0 = m_P v_P + m_F v_F$$

$$v_F = -\frac{m_P v_P}{m_F}$$

$$= -\frac{0.02 \text{ kg} \times 620 \text{ m/s}}{5.0 \text{ kg}} = -2.5 \text{ m/s}$$

$$m_P = 20 \text{ g}, \quad m_F = 5.0 \text{ kg}$$

$$v_P = 620 \text{ m/s}$$

esempi: conservazione quantità di moto

esplosione di una stella

foto da
telescopio spaziale Hubble



esplosione violenta
di Eta Carinae (1841):

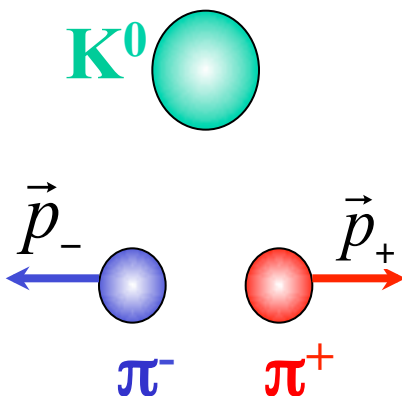
produzione de **lobi simmetrici**

[con dimensioni pari a
nostro sistema solare!!!]

che emettono materia
in versi opposti

⇒ la **quantità di moto** della stella
è rimasta **immutata** dopo l'esplosione

decadimento di un **kaone** in quiete



$$K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$$

$$\vec{p}_f = \vec{p}_i = 0$$

$$\vec{p}_f = \vec{p}_+ + \vec{p}_- = 0$$

$$\vec{p}_+ = -\vec{p}_-$$

propulsione nel vuoto:

come fa un **razzo** o un **astronauta** a spostarsi nel vuoto ?
[cioè in assenza di attrito]

⇒ con la **conservazione** di **p** !!!!

M = massa sistema (**M**+**M**)
V = velocità sistema (**V**+**V**)
M = massa astronauta
V = velocità dell'astronauta
M = massa carburante
V = velocità dei gas espulsi



conservazione
quantità di moto



motori spenti

$$MV=0$$

$$(V=0 \text{ e } V=0)$$

accendo i motori

$$MV+MV=0$$

$$V \neq 0 \Rightarrow V \neq 0$$



seppie, polipi e meduse
usano lo stesso
sistema di propulsione !!



propulsione di un razzo

[sistema a massa variabile]

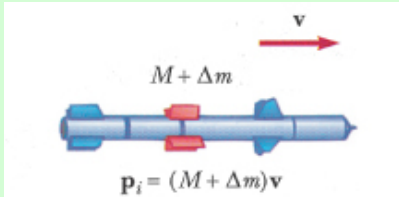
durante il moto si conserva la **massa** del **sistema**

[massa **combustibile** + massa **navetta**]

$$p_i = p_f$$

Fuori Programma

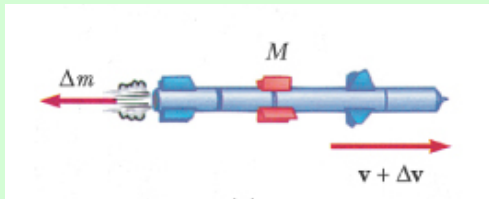
$$p_i = (M + \Delta m)v$$



razzo espelle Δm in Δt

⇒ velocità aumenta di Δv

$$p_f = M(v + \Delta v) + \Delta m(v - v_e)$$



v_e = velocità combustibile
rispetto al razzo

$v - v_e$ = velocità combustibile rispetto
a sistema di riferimento fisso

$$(M + \Delta m)v = M(v + \Delta v) + \Delta m(v - v_e)$$

$$M\Delta v = \Delta m v_e$$

$$\text{se } \Delta t \rightarrow 0 \quad \Delta v \rightarrow dv \text{ e } \Delta m \rightarrow dm = -dM$$

$$Mdv = -v_e dM$$

$$\int_{v_i}^{v_f} dv = -v_e \int_{M_i}^{M_f} \frac{dM}{M}$$

$$v_f - v_i = -v_e \ln \frac{M_f}{M_i} = v_e \ln \frac{M_i}{M_f}$$

per **incrementare** velocità:

✗ elevata v_e

✗ massa M_f piccola

esempio: spinta del razzo

spinta del razzo = **forza** esercitata
def dai gas si scarico
sul razzo

$$F = Ma = M \frac{dv}{dt} = \left| v_e \frac{dM}{dt} \right|$$

$$[Mdv = -v_e dM]$$



spinta cresce se:

- × aumenta velocità di scarico v_e
- × aumenta tasso di consumo $R = dM/dt$

razzo Saturno V:

Fuori Programma

$$M_{\text{razzo},i} = 3.00 \cdot 10^6 \text{ kg}$$

$$R = dM/dt = 1.50 \cdot 10^4 \text{ kg/s}$$

$$v_e = 2.60 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

spinta del razzo: $F = v_e dM/dt$

$$= (2.60 \cdot 10^3 \text{ m/s})(1.50 \cdot 10^4 \text{ kg/s})$$
$$= 39.0 \cdot 10^6 \text{ N} = 39 \text{ MN}$$

accelerazione al momento del lancio:

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_{\text{razzo}} + \vec{F}_g = M\vec{a}$$

$$F_{\text{razzo}} - F_g = Ma$$

$$a = \frac{F_{\text{razzo}} - F_g}{M} = \frac{(39.0 \times 10^6 \text{ N}) - (3.00 \times 10^6 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)}{3.00 \times 10^6 \text{ kg}}$$
$$= 3.20 \text{ m/s}^2$$

Impulso e Quantità di Moto

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

seconda legge di Newton:

la quantità di moto varia se sulla particella agisce una forza

$$d\vec{p} = \vec{F} dt$$

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F} dt$$

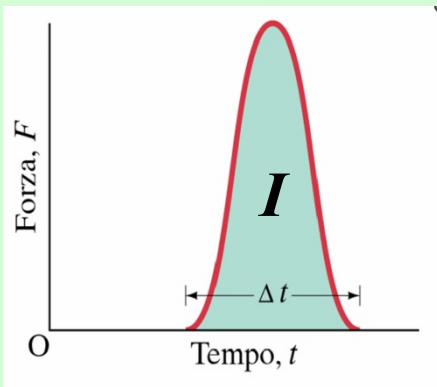
Teorema dell' impulso:

*l' **impulso** di una forza*

*(integrale della forza nell'intervallo di tempo)
è pari alla **variazione** della **quantità di moto***

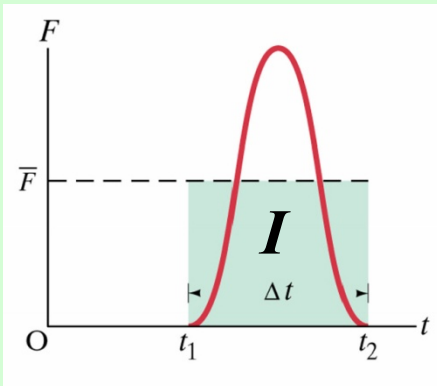
$$\vec{I} \stackrel{\text{def}}{=} \int_{t_i}^{t_f} \vec{F} dt = \Delta\vec{p}$$

$$[I] = [p] = [M][L/T]$$



F può variare nel tempo

I = **area** sotto la curva forza-tempo



$$\bar{F} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{\Delta t} \int_{t_i}^{t_f} \vec{F} dt$$

forza **media**

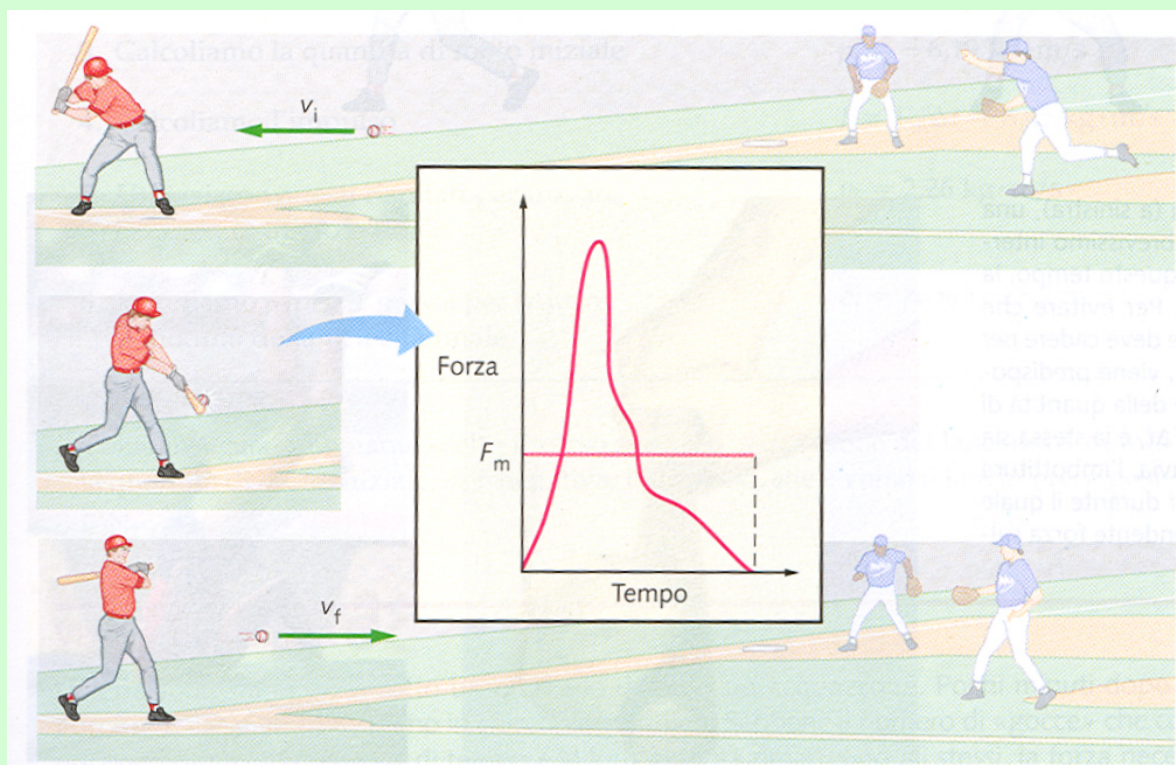
$$\vec{I} = \Delta\vec{p} = \bar{F} \Delta t$$

stesso impulso
impresso da
forza variabile

La **forza media** permette di calcolare l'**impulso**
senza descrivere in dettaglio
la variazione della **forza** in funzione del tempo

esempio:

la forza tra due oggetti che urtano ha spesso
un **andamento complicato** e **difficilmente descrivibile**



Il *concetto di impulso* è utile quando una delle forze agenti sulla particella agisce

- ▶ per **breve tempo**
- ▶ con **intensità elevata**

***Forza
impulsiva***

approssimazione impulsiva:

➡ trascuro gli effetti delle altre forze ⬅

[piccoli durante la breve durata di azione delle forze intense]

forze impulsive
sono tipiche dei processi di **urto**
[di durata brevissima]

esempio:

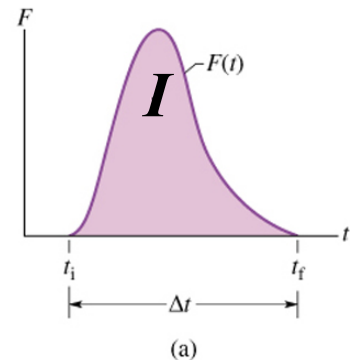
palla su mazza da baseball

$$\Delta t \approx 0.01 \text{ s}$$

$$\langle F \rangle \approx 10^3 \text{ N}$$

$$F_g = mg \approx (100 \text{ g}) (9.8 \text{ m/s}^2) = (0.1 \text{ kg}) (9.8 \text{ m/s}^2) \approx 1 \text{ N}$$

$\langle F \rangle \gg F_g \Rightarrow$ trascuro ogni variazione di velocità legata a forza di gravità



applicazione: **air bag**



$$\Delta p = \bar{F} \Delta t$$

variazione
quantità di moto
dell'auto

air-bag:

induce variazione quantità di moto
in **intervallo** di **tempo più lungo**

- ⇒ riduce **picco di intensità** della
forza
- ⇒ riduce **traumi**

applicazione: **guantoni da pugile**



$$\Delta p = \bar{F} \Delta t$$

i guantoni aumentano tempo
durante il quale la forza
è applicata alla testa

- ⇒ riduce **picco di intensità** della
forza
- ⇒ riduco **accelerazione** del **cranio**
- ⇒ riduco **traumi**

N.B. nel XIX secolo si combatteva a **pugni nudi** :
maggiori traumi

esempio: forza su auto durante un urto

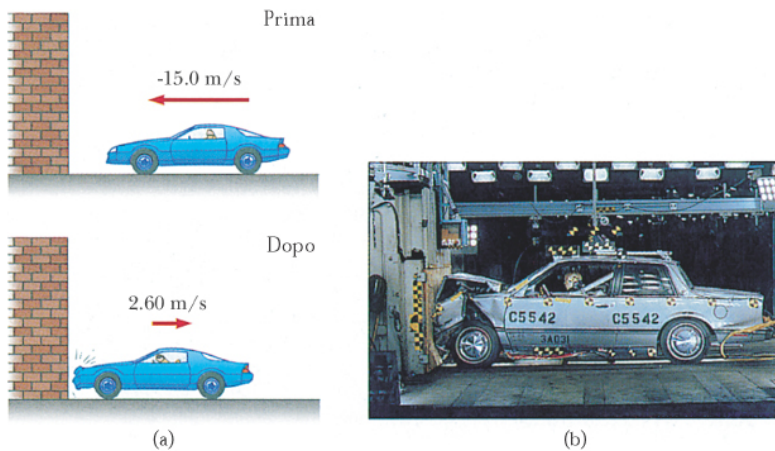
In un test d'urto, un'auto di massa $m=1500\text{ kg}$ urta contro un muro.

velocità iniziale è $\vec{v}_i = -15.0\text{ i m/s}$

velocità finale è $\vec{v}_f = 2.60\text{ i m/s}$.

durata urto $\Delta t = 0.150\text{ s}$

determinare **impulso** dovuto all'urto e **forza media** esercitata sull'auto



$$\vec{p}_i = m\vec{v}_i = (1500\text{ kg})(-15.0\text{ m/s})\vec{i} = -2.25 \cdot 10^4 \vec{i} \text{ kg m/s}$$

$$\vec{p}_f = m\vec{v}_f = (1500\text{ kg})(2.6\text{ m/s})\vec{i} = 0.39 \cdot 10^4 \vec{i} \text{ kg m/s}$$

$$\begin{aligned} I = \Delta \vec{p} &= \vec{p}_f - \vec{p}_i = (0.39 \cdot 10^4 \vec{i} \text{ kg m/s}) - (-2.25 \cdot 10^4 \vec{i} \text{ kg m/s}) \\ &= 2.64 \cdot 10^4 \vec{i} \text{ kg m/s} \end{aligned}$$

Forza media esercitata sull'auto:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{2.64 \cdot 10^4 \vec{i} \text{ kg m/s}}{0.150\text{ s}} = 1.76 \cdot 10^5 \vec{i} \text{ N}$$


esercizi quantità di moto