

Energia Potenziale

forme di energia

sistema semplice

[particella o corpo puntiforme]

energia **cinetica** K → associata al **moto**

sistema complesso

[due o più oggetti interagenti mediante forza interna]

energia **cinetica** K → associata al **moto**

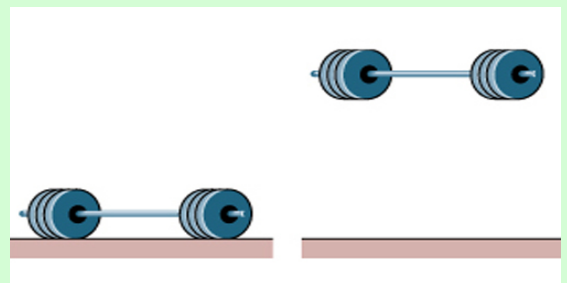
energia **potenziale** U → associata alla **configurazione**
[**posizione**] del sistema

energia **interna** E_{int} → associata alla **temperatura**

⇒ un oggetto può compiere **lavoro** utilizzando:



energia **cinetica**



energia derivante dalla **posizione**

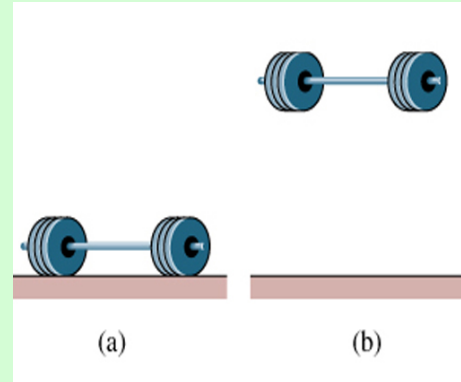
energia potenziale: energia *immagazzinata* dal **sistema** che può essere convertita in energia cinetica o altre forme di energia

✗ energia potenziale gravitazionale

*energia associata allo stato di **separazione** tra i corpi che si attirano reciprocamente per effetto della **forza di gravità***

esempio:

sollevando dei pesi
modifico le posizioni
relative del sistema Terra-pesi.
Il lavoro svolto aumenta
**energia potenziale
gravitazionale**

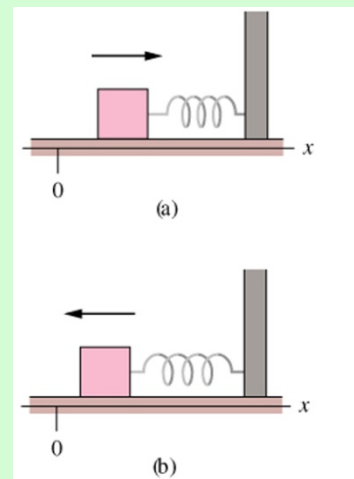


✗ energia potenziale elastica

*energia associata allo stato di **compressione** o **decompressione** di un sistema elastico [tipo **molla**].
La **forza** in gioco è quella della **molla**.*

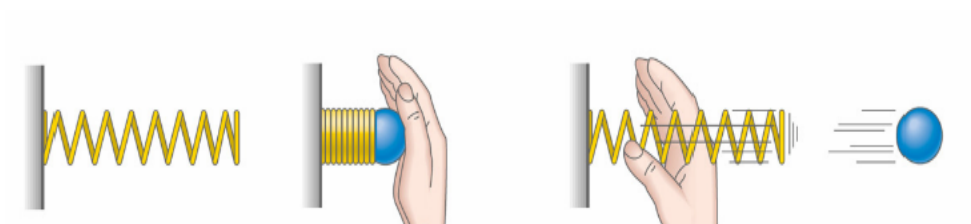
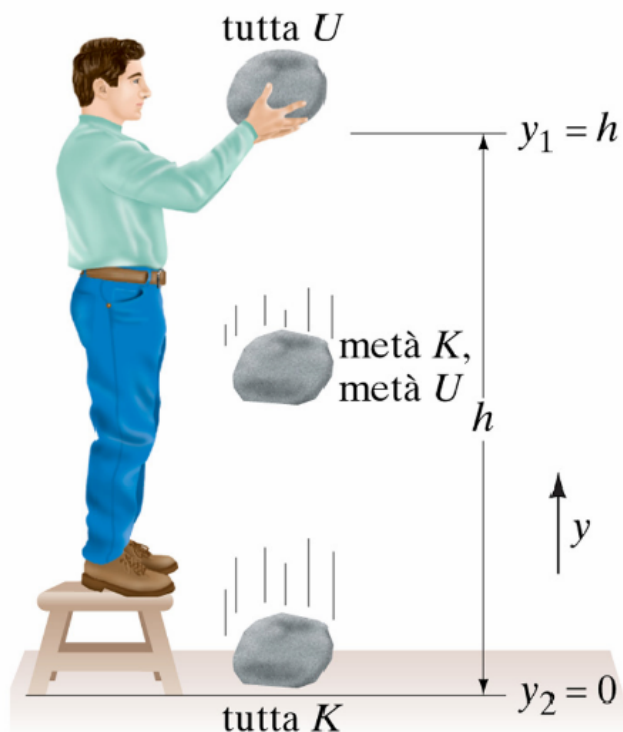
esempio:

stirando o comprimendo
una molla cambio le
posizioni relative delle spire
della molla.
Il lavoro svolto aumenta
**energia potenziale
elastica** della molla



Come si calcola l'energia potenziale ?

(energia immagazzinata
a seguito di un cambiamento di posizione)



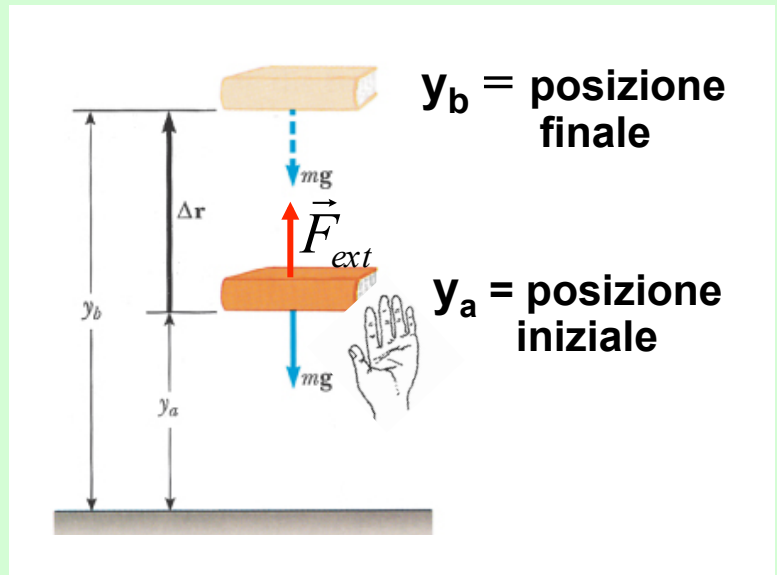
Energia Potenziale di un Sistema

sistema:

Terra-libro

interazione:

forza gravitazionale



agente esterno (mano) solleva il libro di $\Delta y \Rightarrow$ compie lavoro L

equazione di continuità

$$L_{ext} = \Delta E_{sistema} = \cancel{\Delta K} + \cancel{\Delta E_{int}} + \Delta U$$

libro
fermo

libro e Terra
NON si scaldano

energia potenziale
[energia immagazzinata]

energia potenziale:

se rilascio il libro da y_b , libro cade con energia cinetica
origine energia cinetica $\rightarrow$ lavoro fatto per sollevarlo

in y_b energia del sistema ha **potenziale capacità**
di diventare energia cinetica

deduzione espressione per energia potenziale gravitazionale

$$\begin{aligned} L_{ext} &= \vec{F}_{ext} \cdot \Delta\vec{r} = -m\vec{g} \cdot \Delta\vec{r} \\ &= mg \vec{j} \cdot (y_b - y_a) \vec{j} = mg y_b - mg y_a = \Delta U_g \end{aligned}$$

$$U_g = mg y$$

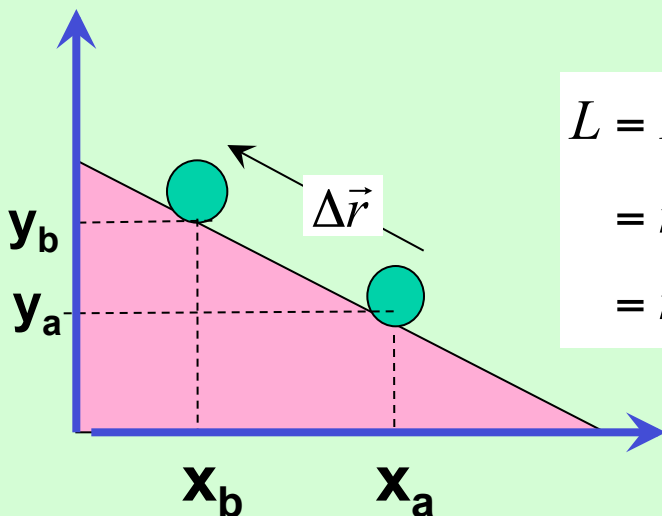
energia potenziale gravitazionale

[si sceglie come riferimento $y_i=0$ e quindi $U_i=0$]

→ **N.B.** vale solo per **g=cost**
(vicini alla superficie della Terra)

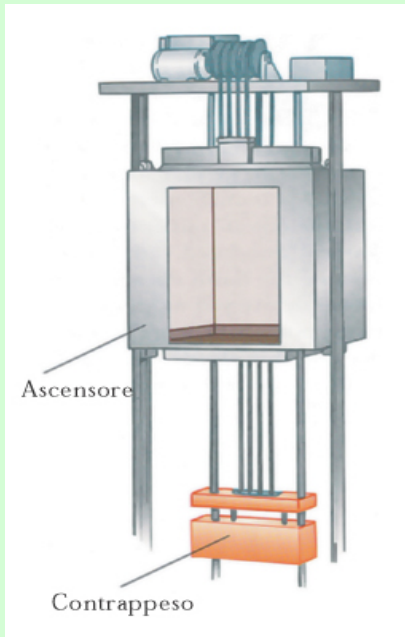
energia potenziale gravitazionale:

- × dipende da posizione verticale y [quota], rispetto a posizione di riferimento ($y = 0$)
- × non dipende dalla posizione orizzontale



$$\begin{aligned} L &= \vec{F}_{ext} \cdot \Delta\vec{r} = -m\vec{g} \cdot \Delta\vec{r} \\ &= mg \vec{j} \cdot [(x_b - x_a) \vec{i} + (y_b - y_a) \vec{j}] \\ &= mg y_b - mg y_a = \Delta U_g \end{aligned}$$

esempio: contrappeso di un ascensore



quale è la funzione
dei **contrappesi**
di un **ascensore** ?

lavoro svolto dal **motore**:

$$L_{ext} = \vec{F}_{ext} \cdot \Delta \vec{r} = \Delta U_g$$

senza contrappeso:

- ▶ motore deve sollevare peso ascensore e suoi occupanti
- ▶ grande aumento energia potenziale ascensore-Terra
- ▶ **grande spesa** di energia dal motore

con contrappeso:

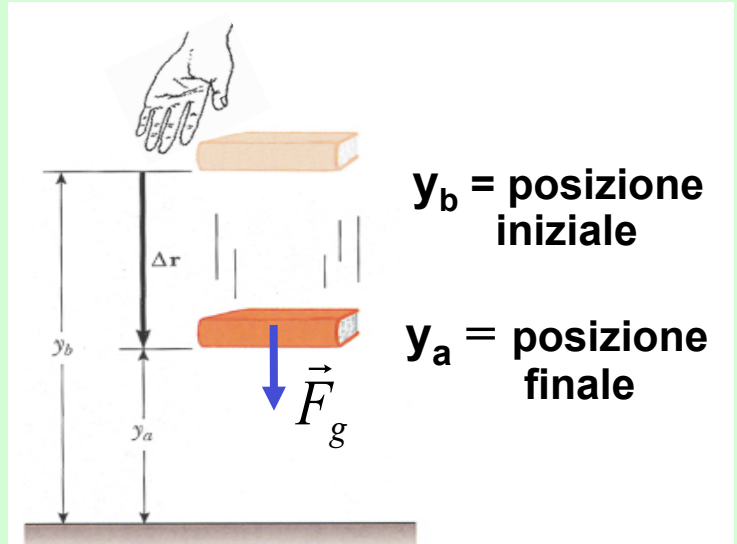
- ▶ minore variazione **netta** della distanza (ascensore+contrappesi) – Terra
- ▶ minore variazione energia potenziale
- ▶ **minore lavoro** del motore

Sistema Isolato

[sistema **senza** trasferimento di energia attraverso il contorno]

studio lavoro
svolto **sul libro**
(dalla forza peso)
quando cade:

$$\begin{aligned}L_{\text{gravità}} &= \vec{F}_g \cdot \Delta \vec{r} = m \vec{g} \cdot \Delta \vec{r} \\&= -mg \vec{j} \cdot (y_a - y_b) \vec{j} \\&= mg y_b - mg y_a\end{aligned}$$



$$L_{\text{gravità}} = \Delta K_{\text{libro}} = \Delta K \quad \text{teorema **energia cinetica**}$$

$$mg y_b - mg y_a = -(mg y_a - mg y_b) = -(U_f - U_i) = -\Delta U_g$$

$$L_{\text{gravità}} = \Delta K = -\Delta U_g$$

$$\Delta K + \Delta U_g = 0 \quad \text{nella forma **equazione continuità**}$$

$$(K_f - K_i) + (U_f - U_i) = 0 \quad \longrightarrow \quad K_f + U_f = K_i + U_i$$

$$\frac{1}{2} m v_f^2 + mg y_f = \frac{1}{2} m v_i^2 + mg y_i$$

$$E_{\text{mecc}}^{\text{def}} = K + U_g = \text{costante}$$

*l'energia meccanica
per un sistema **isolato**
si conserva*

Conservazione Energia Meccanica

energia cinetica ed **energia potenziale**:

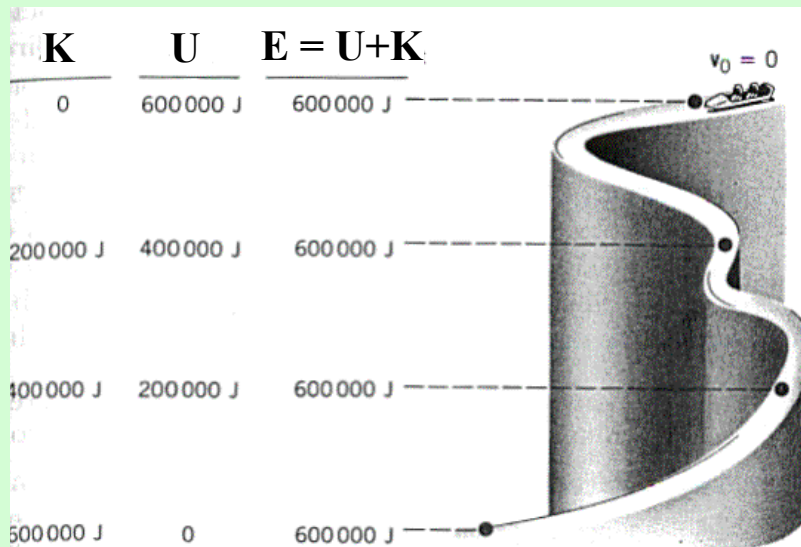
- ✗ quantità molto legate tra loro
- ✗ entrambe esprimono il **lavoro** fatto per andare tra due punti A e B

$$L(A \rightarrow B) = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = K_B - K_A$$

$$L(A \rightarrow B) = -(U(B) - U(A)) = U(A) - U(B)$$

$$K_B - K_A = U(A) - U(B)$$

$$K_B + U(B) = U(A) + K_A$$



corpo in caduta:

a mano a mano che diminuisce di quota

- ✗ aumenta **velocità**
- ✗ diminuisce **energia potenziale**

è come se l'energia potenziale si trasformasse in energia cinetica

$$E_{mecc} = K + U$$

def

energia meccanica

in un sistema **isolato** in cui agiscono solo **forze conservative**
l'**energia meccanica** di un corpo si **conserva**
in ogni punto della traiettoria

[**N.B.** da qui nasce il termine **forze conservative**]

Sistema Isolato:

3 differenti tecniche per calcolare il lavoro

1 definizione

$$L = \int_{l(A,B)} \overline{F} \cdot \overline{ds}$$

processo di integrazione in più dimensioni
(spesso complesso o
non risolvibile analiticamente)

2 teorema **lavoro - energia cinetica**

(per corpo puntiforme)

$$L = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

banale se si conoscono
velocità iniziale e finale

3 mediante **energia potenziale** (per forze conservative)

$$L = -(U(B) - U(A))$$

devo sapere **solo** ed **esclusivamente**
il valore dell'energia potenziale
nei due punti A e B

esempi: conservazione energia meccanica

in una cascata:



← energia potenziale
gravitazionale
del sistema acqua – Terra

si converte in

← energia cinetica acqua

in un salto:

in **salita:**

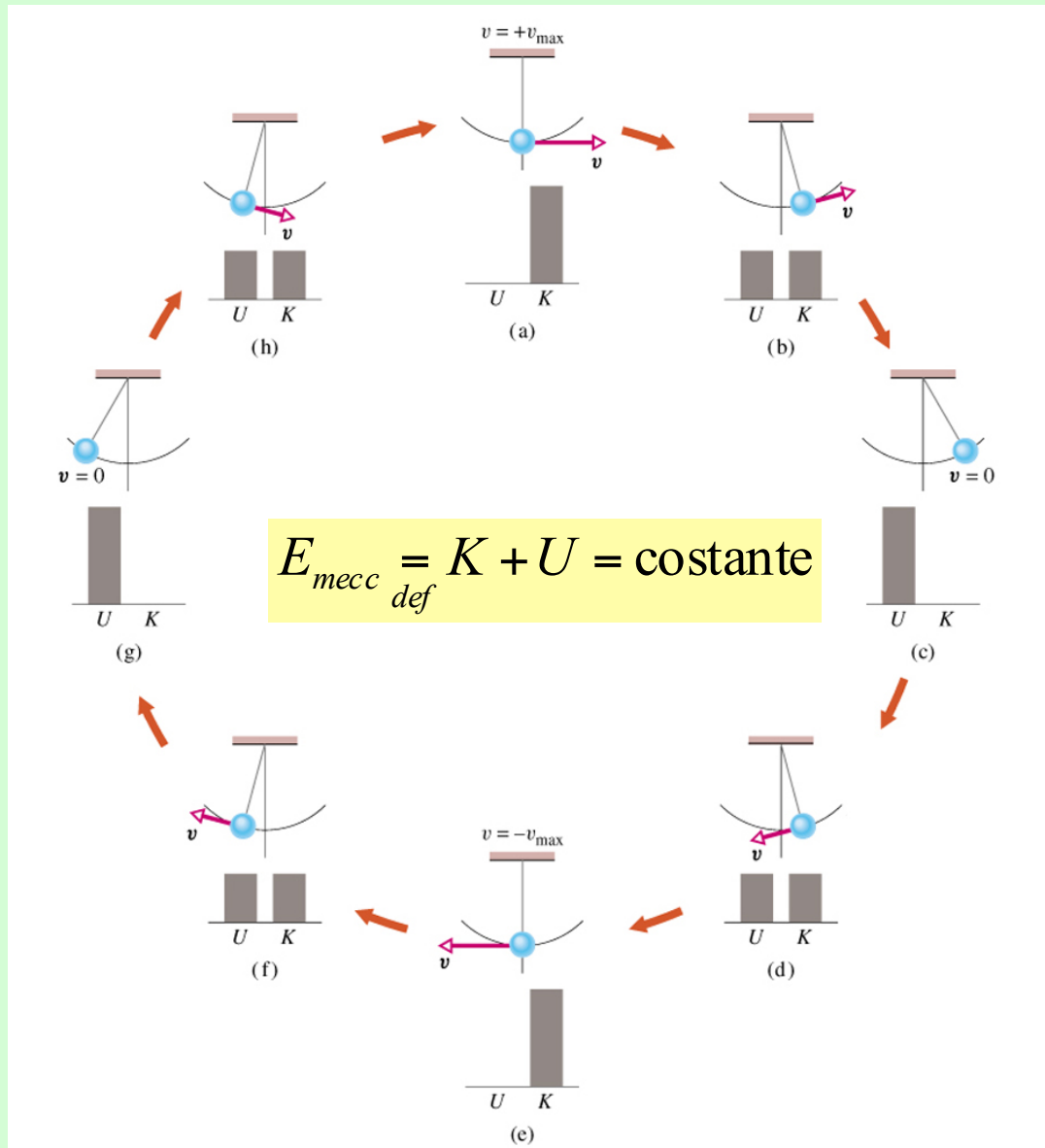
converto
energia cinetica in
energia potenziale



in **discesa:**

converto
energia potenziale in
energia cinetica

esempio: ciclo completo di oscillazioni del pendolo



[**N.B.** in presenza di forze di **attrito** (resistenza dell'aria, ...)

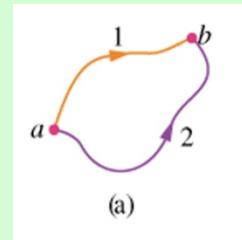
E_{mecc} è **dissipata** $\Rightarrow$ il pendolo si **ferma**]

Definizione/Proprietà forza conservativa

Definizione 1: una **forza** è **conservativa** se

- ✗ il lavoro svolto su una particella dalla forza è **indipendente** dalla **trattoria**
- ✗ dipende solo dal **punto iniziale** e **finale** del percorso

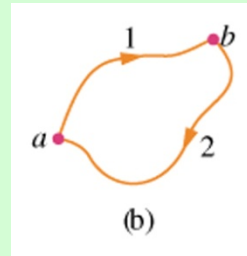
$$L_{ab,1} = L_{ab,2}$$



Definizione 2: una **forza** è **conservativa** se

- ✗ il lavoro svolto su una particella che si muove lungo un **percorso chiuso** è **nullo**

$$L_{ab,1} + L_{ba,2} = 0$$



$$\Rightarrow L_{ab,1} = -L_{ba,2} = L_{ab,2}$$

[**N.B.** mi permette di risolvere problemi complessi, utilizzando percorsi semplici a piacere]

- una forza **conservativa** conserva *energia meccanica*
- non causa trasformazione di energia meccanica in energia interna del sistema

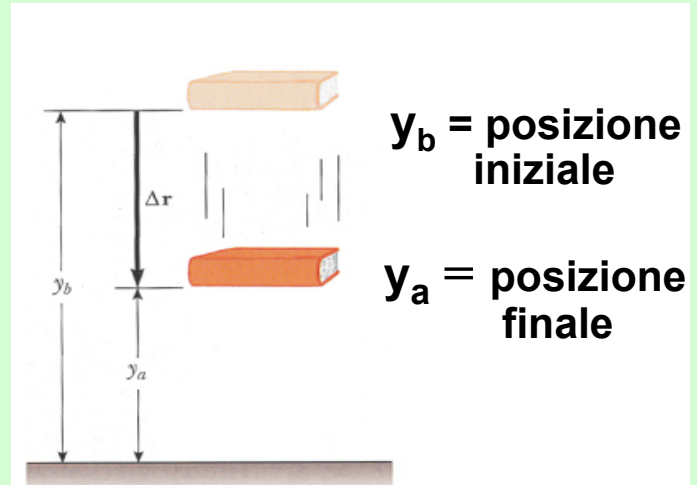
forza di gravità

$$L = mg y_b - mg y_a$$

il lavoro dipende solo da
punto iniziale e punto finale
non dal percorso
[vedi piano inclinato]

$$L = 0 \quad \text{per un percorso chiuso}$$

$$U_g = mg y$$



forza elastica

$$L_m = \int_{x_i}^{x_f} (-k x) dx = \frac{1}{2} k x_i^2 - \frac{1}{2} k x_f^2$$

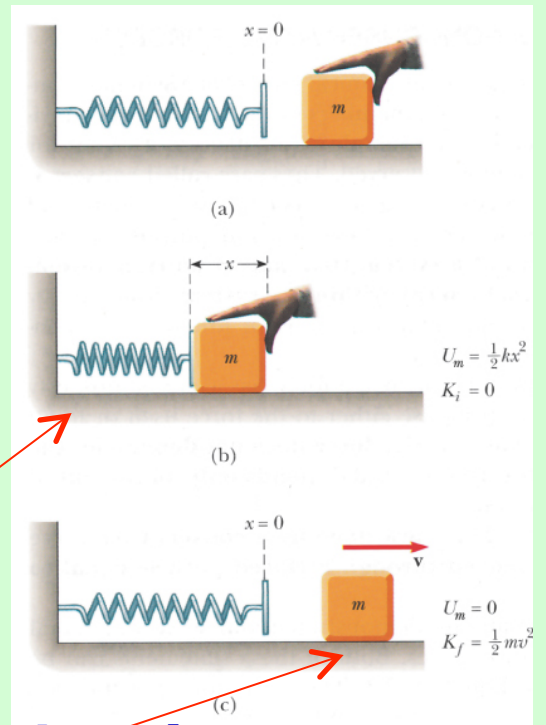
il lavoro dipende solo da
punto iniziale e punto finale
non dal percorso

$$L = 0 \quad \text{per un percorso chiuso}$$

$$U_m = \frac{1}{2} k x^2$$

energia immagazzinata

[viene riconvertita in lavoro]



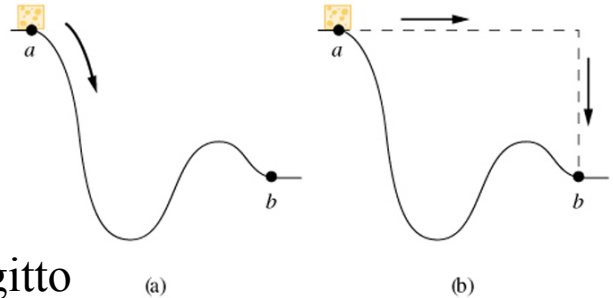
sono forze conservative

applicazione: calcolo del lavoro utilizzando percorsi opportuni

corpo che scivola
su superficie senza attrito
da **a** a **b**.

percorre 2.0 m lungo tutto il tragitto
e copre dislivello verticale di 0.80 m.

quanto lavoro compie $\mathbf{F_g}$ sul corpo?



NON posso utilizzare $L = \mathbf{F_g} \cdot \mathbf{s} = F_g s \cos\theta$,
infatti θ cambia continuamente

$\mathbf{F_g}$ è **conservativa** $\Rightarrow$ calcolo L lungo un percorso opportuno
tra **a** e **b**, facilitando i calcoli

scelgo il **percorso tratteggiato**

$$L_{\text{orizzontale}} = mgd \cos(90^\circ) = 0$$

$$L_{\text{verticale}} = mgd \cos(0^\circ) = (2.0\text{kg})(9.8\text{m/s}^2)(0.80\text{m}) = 15.7\text{J}$$

$$L = L_{\text{orizzontale}} + L_{\text{verticale}} = 0 + 15.7\text{J} \approx 16\text{J}$$

Determinazione energia potenziale

[forze conservative]

Cerco **espressione generale** per energia potenziale

$$L = \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx$$

$F(x)$ **conservativa**

x_i, x_f punto iniziale e finale percorso

$$L = -\Delta U = U_i - U_f$$

il lavoro **non** dipende dal percorso, ma solo da punto iniziale e finale.

⇒ definisco

funzione energia potenziale U

[vedi considerazioni su forza di gravità]

*il **lavoro** compiuto da una forza conservativa è uguale alla **variazione**, cambiata di segno, di **energia potenziale** associata alla forza*

$$\Delta U = U_f - U_i = -\int_{x_i}^{x_f} F(x) dx$$

relazione **generale**

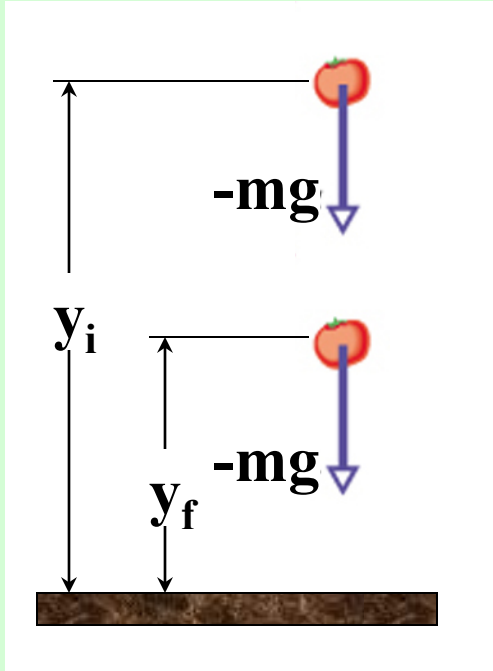
N.B. sono importanti solo le variazioni ΔU

$$U_f = U_i - \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx$$

↓
riferimento

energia associata ad una **configurazione** del sistema

esempio 1: energia potenziale gravitazionale



$$\begin{aligned}\Delta U &= -\int_{y_i}^{y_f} F(y) dy \\ &= -\int_{y_i}^{y_f} (-mg) dy \\ &= mg \int_{y_i}^{y_f} dy \\ &= mg[y]_{y_i}^{y_f}\end{aligned}$$

$$\Delta U = mg(y_f - y_i) = mg\Delta y$$

per una **generica posizione** y del corpo:

$$U - U_i = mg(y - y_i) = mg(y - y_i)$$

$$U = mg y$$

energia potenziale gravitazionale

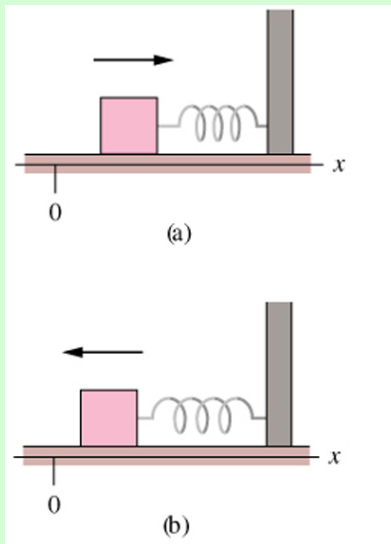
[se scelgo come riferimento $y_i=0$ e quindi $U_i=0$]

→ **N.B.** vale solo per **$g = \text{cost}$**
(vicini alla superficie della Terra)

energia potenziale gravitazionale:

- × dipende da posizione verticale y (quota), rispetto a posizione di riferimento ($y = 0$)
- × non dipende dalla posizione orizzontale

esempio 2: energia potenziale elastica



$$\begin{aligned}\Delta U &= -\int_{x_i}^{x_f} F(x) dx \\ &= -\int_{x_i}^{x_f} (-kx) dx \\ &= k \int_{x_i}^{x_f} x dx \\ &= \frac{1}{2} k [x^2]_{x_i}^{x_f}\end{aligned}$$

$$\Delta U = \frac{1}{2} k x_f^2 - \frac{1}{2} k x_i^2$$

per una **generica posizione** x del corpo:

$$U - 0 = \frac{1}{2} k x^2 - 0 \quad \text{[se scelgo come riferimento } x_i=0 \text{ e quindi } U_i=0 \text{]}$$

$$U = \frac{1}{2} k x^2$$

energia potenziale elastica:

energia immagazzinata nella molla deformata
può essere rilasciata in
energia cinetica del blocco

Ricerca Analitica di una Forza

Il lavoro fatto da una **forza conservativa** è pari alla **variazione** di **energia potenziale** fra punto iniziale e finale del percorso

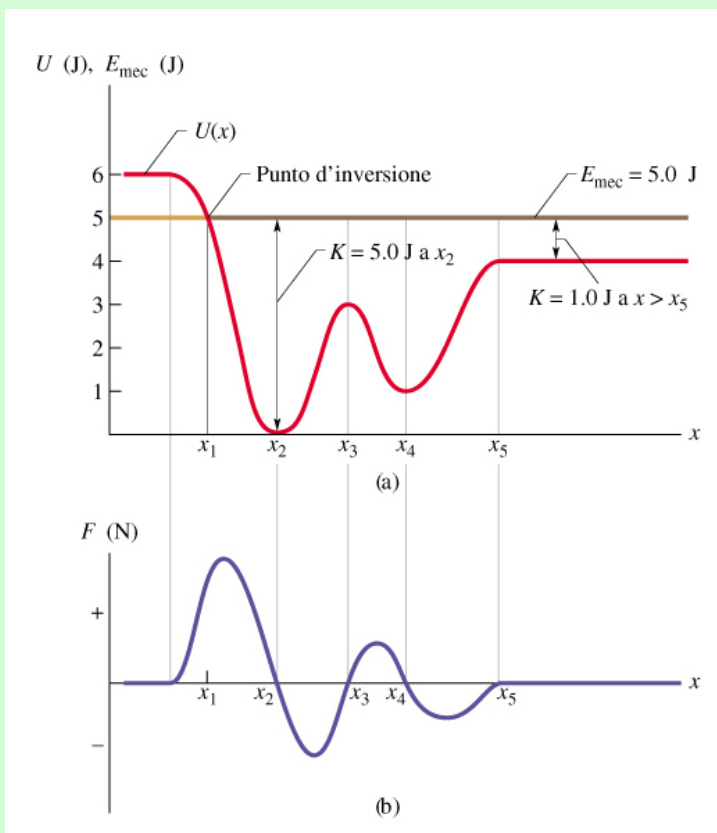
$$L = -(U(B) - U(A)) = -\Delta U$$

$$L = F(x) \Delta x$$

$$F(x) = -\frac{\Delta U}{\Delta x}$$

$$F(x) = -\frac{dU}{dx}$$

una **forza conservativa** è uguale alla **derivata** cambiata di segno dell'**energia potenziale**



$$E_{mecc} = K(x) + U(x) \\ = \text{costante}$$

$$K(x) = E_{mecc} - U(x)$$

sistema in **equilibrio**:

$$F(x) = 0$$

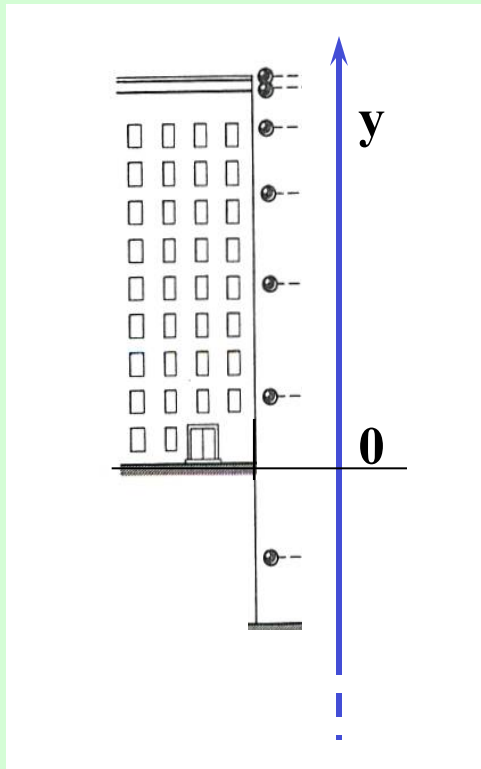
$x > x_5$ eq. **indifferente** (U cost)

$x = x_2$ eq. **stabile** (U min)

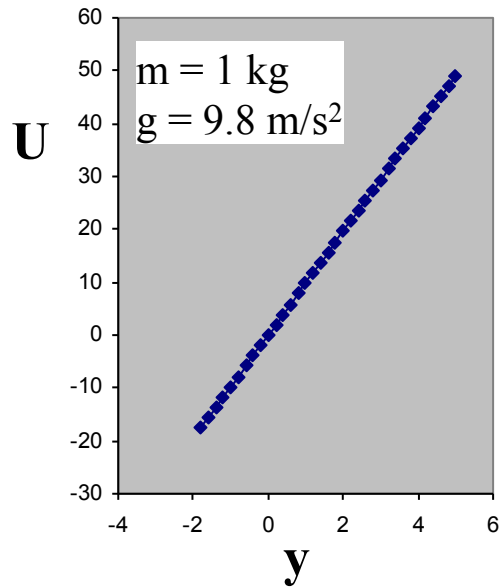
$x = x_4$ eq. **stabile** (U min)

$x = x_3$ eq. **instabile** (U max)

Forza Peso



$$U(y) = mg y$$



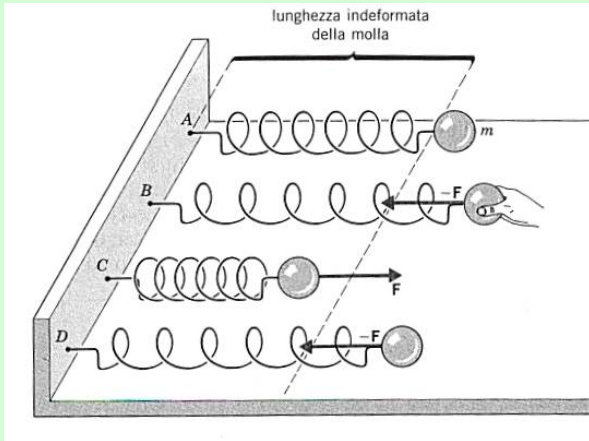
$$F(y) = -\frac{dU(y)}{dy} = -mg$$

energia potenziale della forza peso è
funzione lineare dell'altezza:

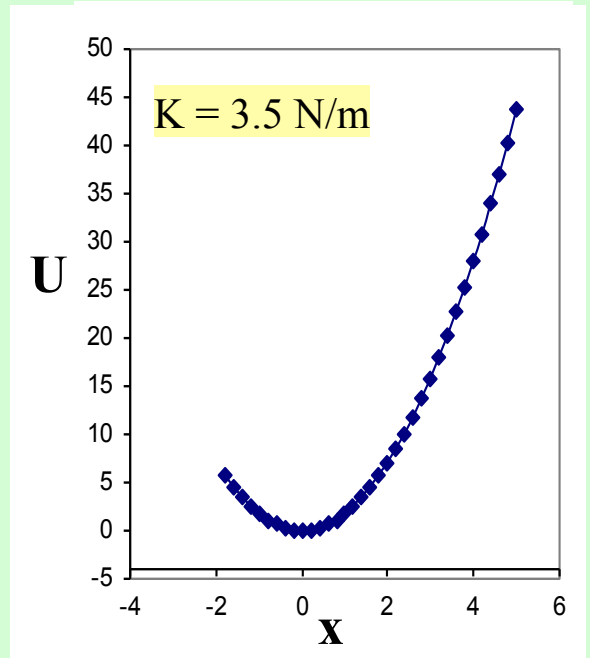
- ✗ maggiore è l'altezza maggiore è l'energia potenziale
- ✗ la forza peso **non** ha punti di **equilibrio**

Forza Elastica

$$U(x) = \frac{1}{2} k x^2$$



$$F(x) = -\frac{dU(x)}{dx} = -k x$$



energia potenziale della forza elastica è
una **parabola** con un **minimo**
nel punto ad allungamento **zero**

N.B. un minimo di potenziale (anche relativo)
indica un punto di equilibrio **stabile** del sistema,
ossia un punto dove il corpo **non** è soggetto a forze

Esempi di forze conservative

Forza peso

$$\vec{F} = -mg \vec{j} \quad U(P) = mgh_p$$

Forza elastica

$$\vec{F} = -kx \vec{i} \quad U(P) = \frac{1}{2} kx_p^2$$

Forza gravitazionale

$$\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r} \quad U(P) = G \frac{m_1 m_2}{r_p}$$

Forza elettrostatica

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r} \quad U(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_p}$$

non tutte le forze sono conservative:

una forza è **NON conservativa** se il lavoro che compie su un corpo dipende dal cammino percorso

[**esempio:** forza di attrito

forza di resistenza del mezzo]

Esercizi conservazione energia meccanica

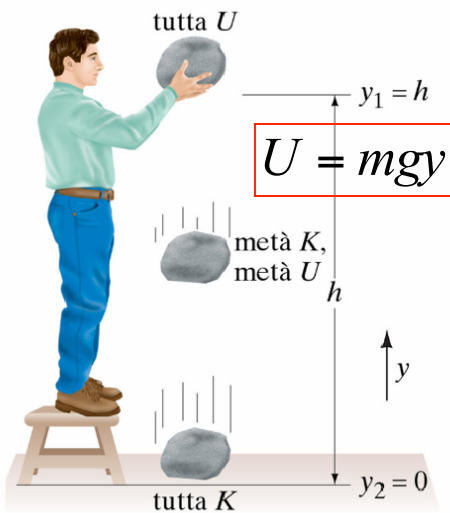
**NON tutte le forze
conservano l'energia meccanica !!!**



Forze Conservative e NON

➤ **forze conservative:**

lavoro compiuto è immagazzinato in forma di energia
(detta potenziale) che può essere liberata successivamente



- posso definire energia potenziale U

$$U = f(y) \quad L = -\Delta U$$

- si conserva energia meccanica

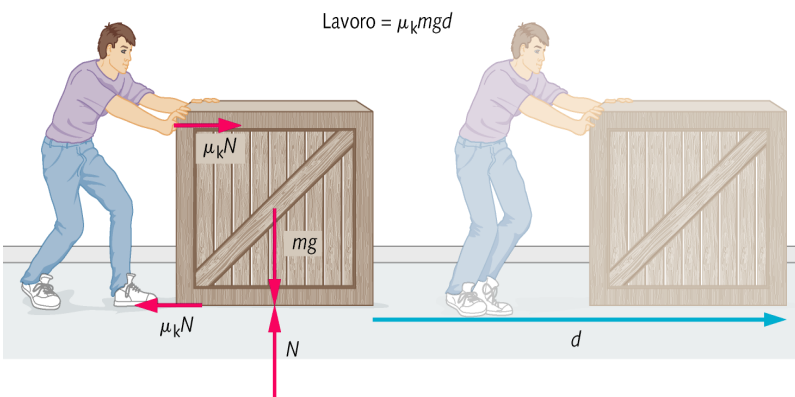
$$E_{mecc} = K + U = costante$$

$$L_{cons} = -\Delta U = \Delta K$$

$$\Delta(K + U) = \Delta E_{mecc} = 0$$

➤ **forze NON conservative:**

lavoro compiuto NON può essere recuperato come energia
cinetica ma è trasformato in altra forma di energia
(esempio: calore, rumore, ...)



- **NON** posso definire
energia potenziale U

- **NON** si conserva
energia meccanica

Forze NON Conservative

una forza è *non conservativa* se
il lavoro che compie su un corpo
dipende dal cammino percorso

o equivalentemente

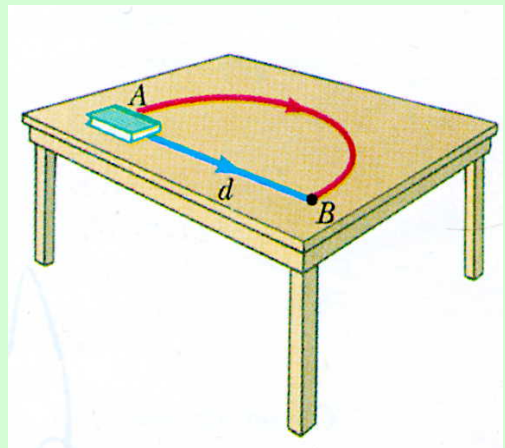
una forza è *non conservativa* se
dissipa energia meccanica
in *energia interna* al sistema

esempio:

la forza di **attrito** è **dissipativa**:

- ✗ trasforma energia meccanica in energia termica
[**NON** recupero mai l'energia trasformata in calore]
- ✗ il lavoro fatto dipende dal percorso

$$\begin{aligned} L_{AB} &= \int_A^B \vec{f}_d \cdot d\vec{x} \\ &= \int_A^B (-f_d) dx = -f_d \int_A^B dx \\ &= -f_d d \quad \text{—} \\ &= -f_d \pi \frac{d}{2} \quad \text{—} \end{aligned}$$



N.B. quando il libro viene lasciato, si ferma subito dopo:
NON recupero il lavoro fatto dalla forza attrito in energia cinetica !!

Conservazione dell' energia TOTALE

[sistema isolato]

in presenza di forze **NON** conservative:

- ✗ diminuzione **energia cinetica** $\Rightarrow$ aumento energia interna
[esempio: forza d' attrito trasforma energia cinetica in energia termica]

$$L_{attrito} = -\int_d \Delta x = -\Delta E_{int}$$

- ✗ generalizzazione **teorema lavoro-energia cinetica**:

$$\begin{aligned} \rightarrow L_{tot} &= \sum_i L_i = L_{cons} + L_{NON\ cons} = \Delta K \leftarrow \\ &\quad - \Delta U + L_{NON\ cons} = \Delta K \\ L_{NON\ cons} &= \Delta K + \Delta U = \Delta E_{mecc} \end{aligned}$$

$$L_{attrito} = -\Delta E_{int} = \Delta K + \Delta U$$

$$\Delta K + \Delta U + \Delta E_{int} = 0$$

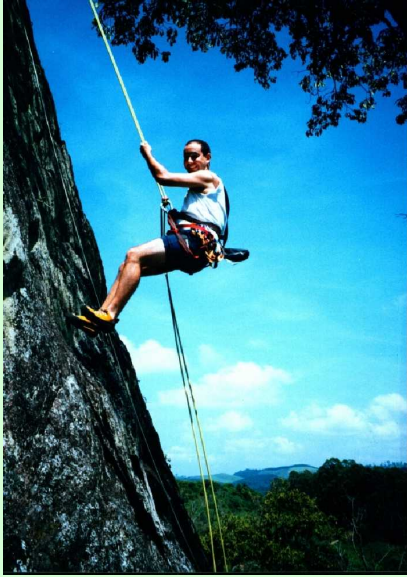
$$K + U + E_{int} = E_{mecc} + E_{int} = E_{sistema} = costante$$

non si è mai osservata alcuna violazione di tale principio di conservazione

se considero **Universo** come **sistema isolato**:

- quantità di energia presente nell' Universo è **costante**
- tutti i processi dell' Universo sono **trasformazioni di energia**

esempio: durante una discesa di montagna



sistema:

scalatore+attrezzatura+Terra

$$K + U + E_{\text{int}} = E_{\text{sistema}} = \text{costante}$$

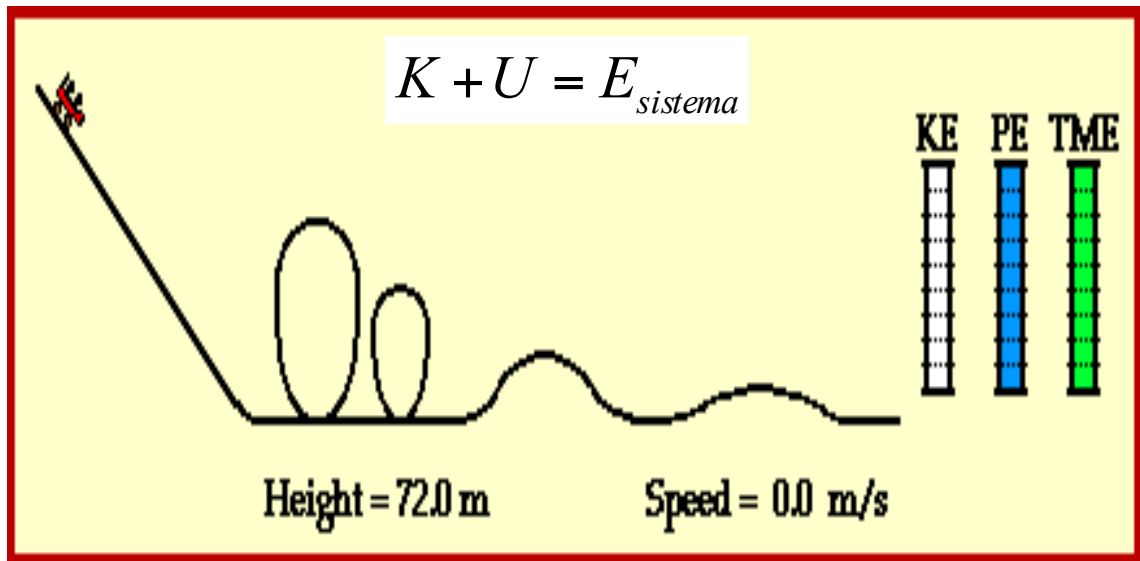
lo scalatore scende lungo la parete e cambia la configurazione del sistema

lo scalatore deve **trasferire energia**
da **energia potenziale gravitazionale** del sistema
ad **energia cinetica** (legata alla sua velocità) senza che
questa diventi eccessiva

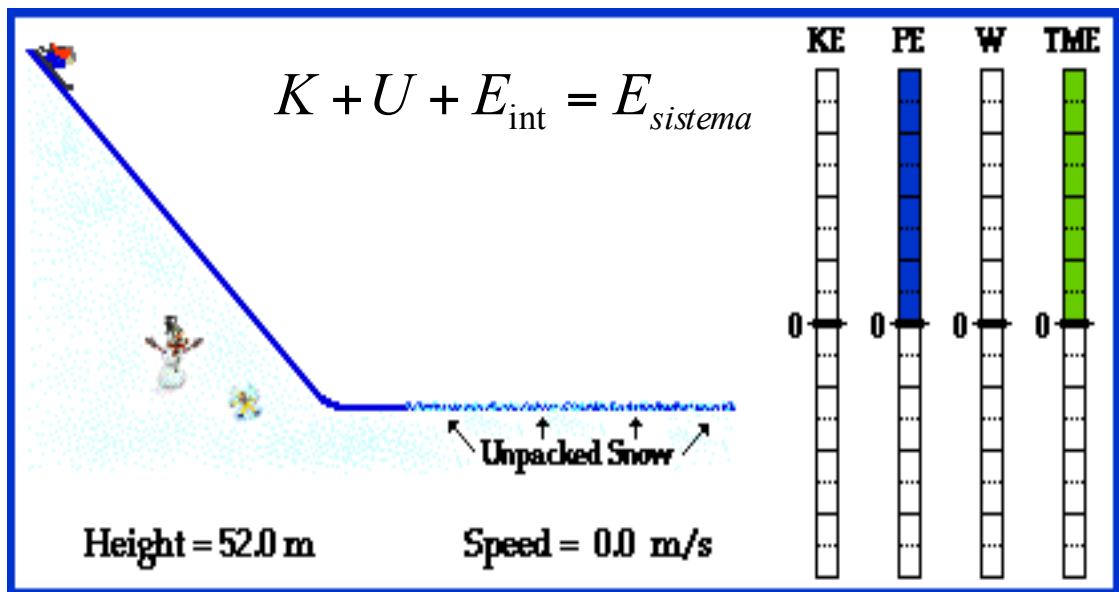
la corda fa **attrito** sui moschettoni

⇒ trasferisce maggior parte di energia potenziale
in **energia termica** di corda e metallo,
piuttosto che in energia cinetica

Conversione energia meccanica energia cinetica ↔ energia potenziale



Conversione energia totale energia cinetica ↔ energia potenziale energia cinetica ↔ energia termica



F di attrito
compie lavoro **negativo!!!**

STRATEGIA per risolvere i problemi

Il teorema delle forze vive vale sempre !!!

$$L_{tot} = \sum_i L_i = L_{cons} + L_{NON\ cons} = \Delta K$$

1. in ASSENZA di forze NON conservative:

$$L_{tot} = L_{cons} = \Delta K$$

$$-\Delta U = \Delta K$$

$$\Delta K + \Delta U = 0$$

$$E_{mecc,i} = E_{mecc,f}$$

Il teorema delle forze vive
(lavoro-energia cinetica)
equivale alla conservazione
dell'energia meccanica

2. in PRESENZA di forze NON conservative:

$$L_{tot} = L_{cons} + L_{NON\ cons} = \Delta K$$

$$-\Delta U + L_{NON\ cons} = \Delta K$$

Si risolve il problema calcolando esplicitamente
il lavoro delle forze NON conservative.

si evitano banali errori di segni nel calcolo della
conservazione dell'energia totale:

$$L_{NON\ cons} = -\Delta E_{int} = \Delta K + \Delta U$$

$$\Delta K + \Delta U + \Delta E_{int} = 0$$

Esercizi forze non conservative

Forza Gravitazionale e Potenziale

forza **gravitazionale**:

forza di attrazione **reciproca**
fra **due corpi** qualsiasi
nell'universo

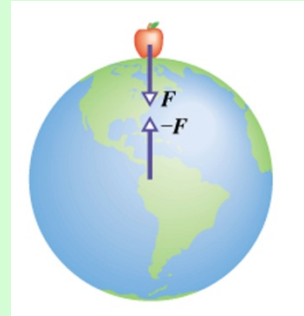
- × esempio di **azione e reazione**
- × **intensa** fra corpi **macroscopici**
- × la **più debole** fra le forze

esempio:

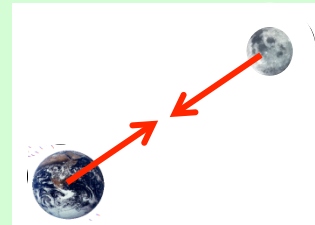
sistema **protone-neutrone**:

$$F_g \text{ (p-e)} \sim 10^{-47} \text{ N}$$

$$F_{em} \text{ (p-e)} \sim 10^{-7} \text{ N}$$



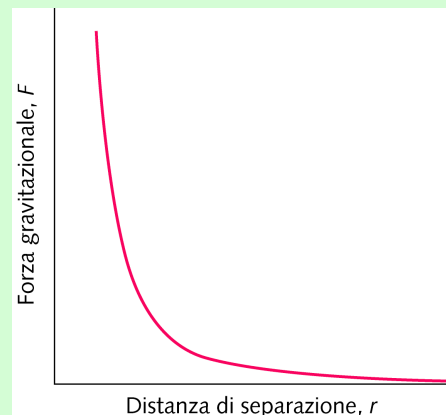
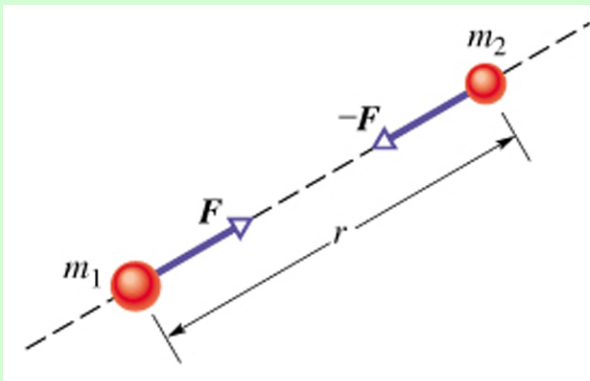
Terra attira mela
mela attira Terra

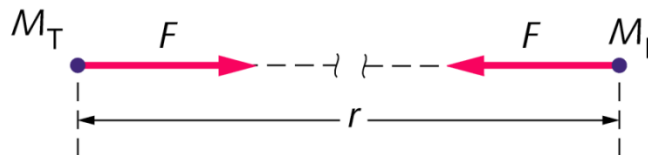
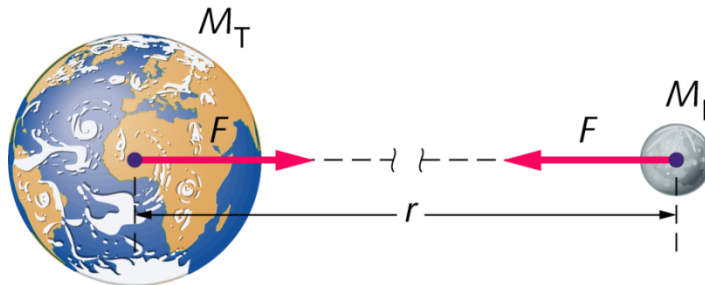
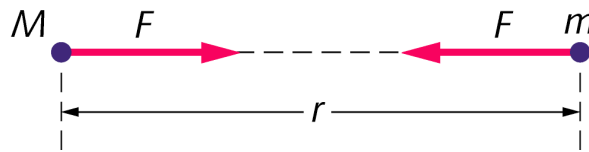
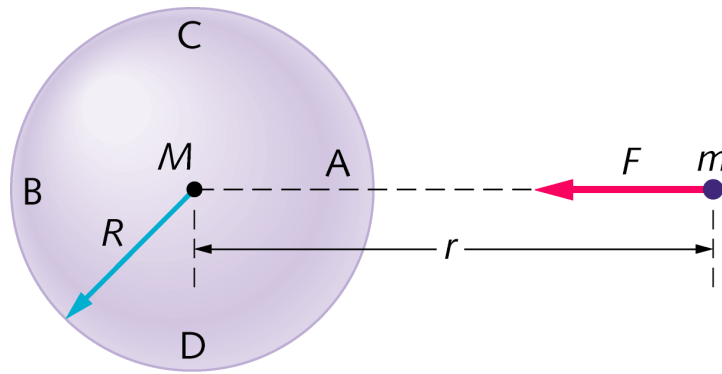


Terra attira Luna
Luna attira Terra

$$|\vec{F}_g| = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 / \text{kg}^2$$





Legge della Gravitazione Universale:

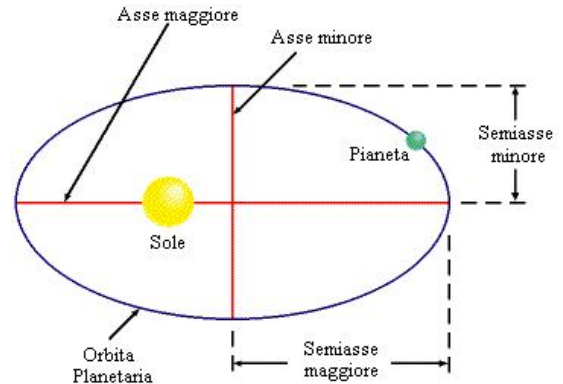
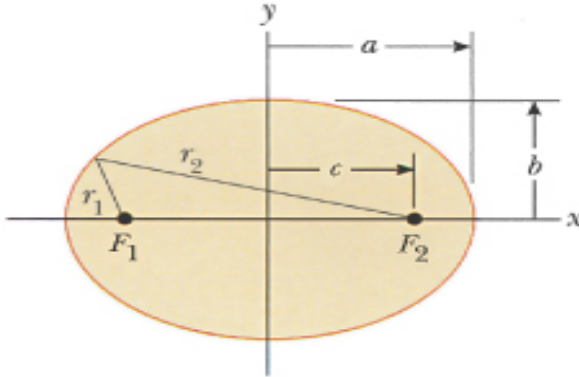
- Ricavata da Newton (1686)
[sulla base delle leggi di Keplero del moto dei pianeti (1608-1619)];
- Vale per due masse qualsiasi
[masse concentrate in un punto; sviluppo del calcolo integrale]
- Base per completa descrizione matematica moto dei pianeti

Leggi di Keplero (1571-1630)

[basate sulle osservazioni astronomiche
di Tycho Brahe (1546-1601)]

Prima Legge

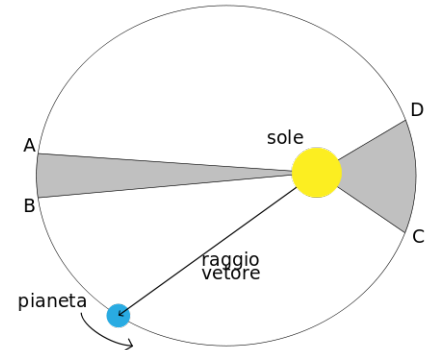
*L'orbita descritta da un pianeta è un'ellisse,
di cui il Sole occupa uno dei due fuochi*



Seconda Legge

*Il segmento (raggio vettore) che unisce
il centro del Sole con il centro del pianeta
descrive aree uguali in tempi uguali*

- *Velocità areolare costante*
- *La velocità orbitale non è costante,
ma varia lungo l'orbita*

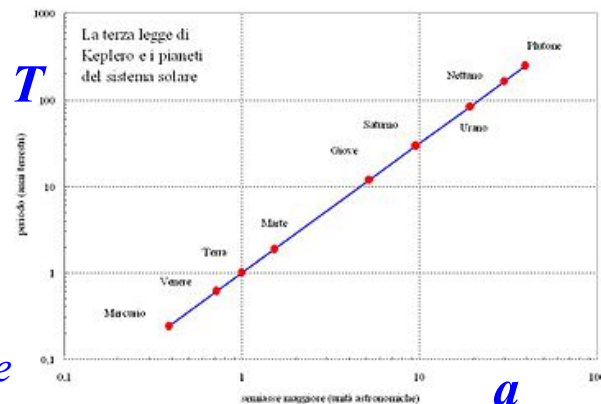


Terza Legge

*I quadrati dei periodi di rivoluzione
dei pianeti sono proporzionali ai cubi
dei semiassi maggiori delle loro orbite*

$$K = \frac{a^3}{T^2}$$

- *Pianeti lontani hanno periodo di rivoluzione
maggiore*

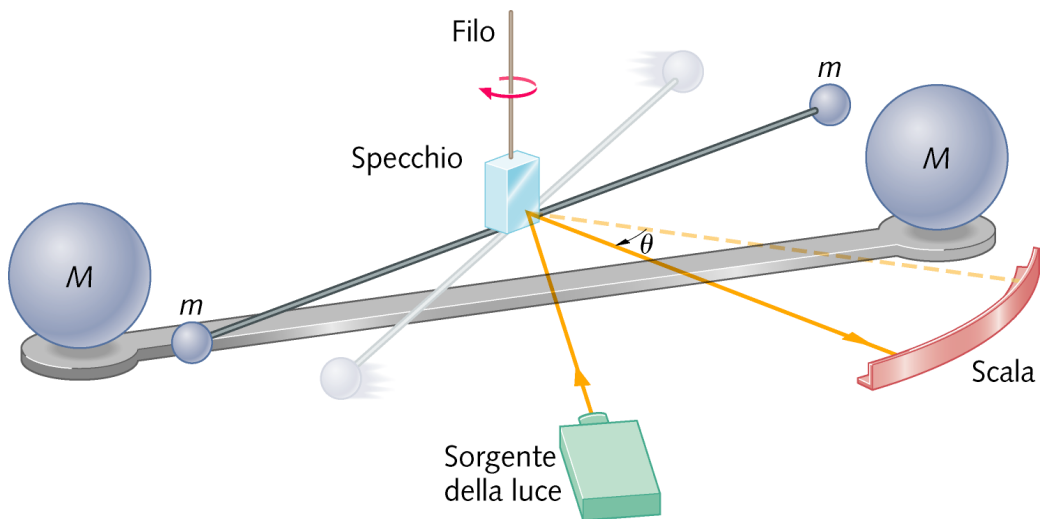


Limiti di validità delle leggi di Keplero:

- massa del pianeta trascurabile rispetto al Sole;
- Nessuna interazione fra diversi pianeti (perturbazioni delle orbite)

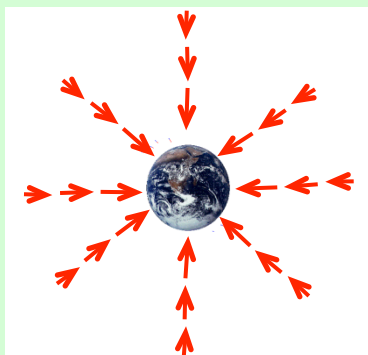
Bilancia di Cavendish (1798) per la misura della costante G

[Simile a experimento di Coulomb]

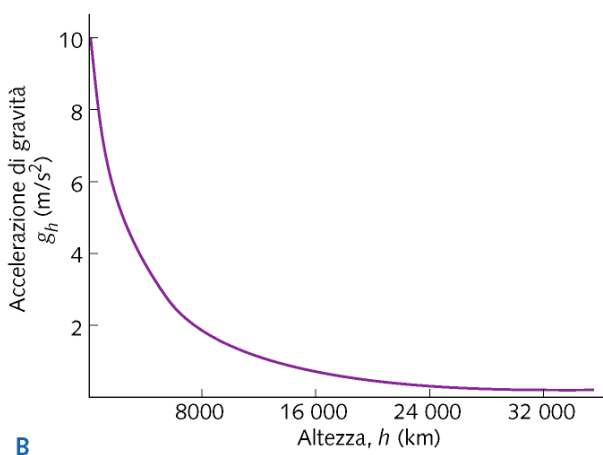
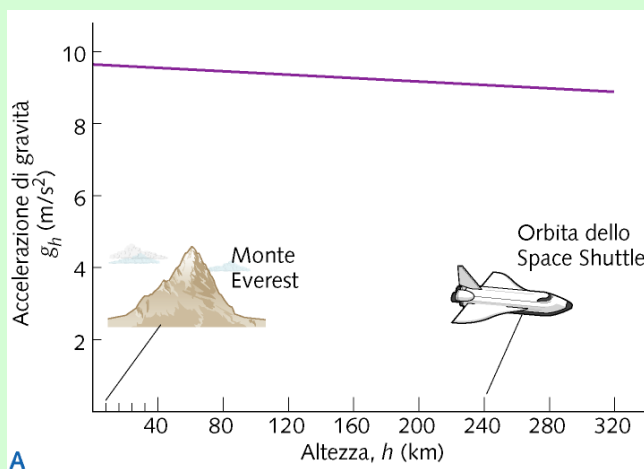


✗ accelerazione gravitazionale terrestre

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}_g}{m}$$
$$= -G \frac{M_T}{r^2} \hat{r}$$



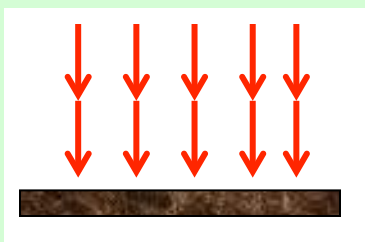
distribuzione
radiale



in **prossimità** della **superficie**:

$$r = R_T = 6370 \text{ km}$$

$$g = G \frac{M_T}{R_T^2}$$
$$= 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{5.98 \cdot 10^{24}}{(6370000)^2}$$
$$= 9.8 \text{ m/s}^2$$



distribuzione
uniforme

✗ potenziale gravitazionale

$$\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r} \approx -\frac{1}{r^2} \quad \text{è conservativa} \Rightarrow \text{ammette potenziale}$$

$$U_f - U_i = -\int_{r_i}^{r_f} F(r) dr = Gm_1 m_2 \int_{r_i}^{r_f} \frac{1}{r^2} dr = Gm_1 m_2 \left[-\frac{1}{r} \right]_{r_i}^{r_f}$$

$$U_f - U_i = -Gm_1 m_2 \left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i} \right)$$

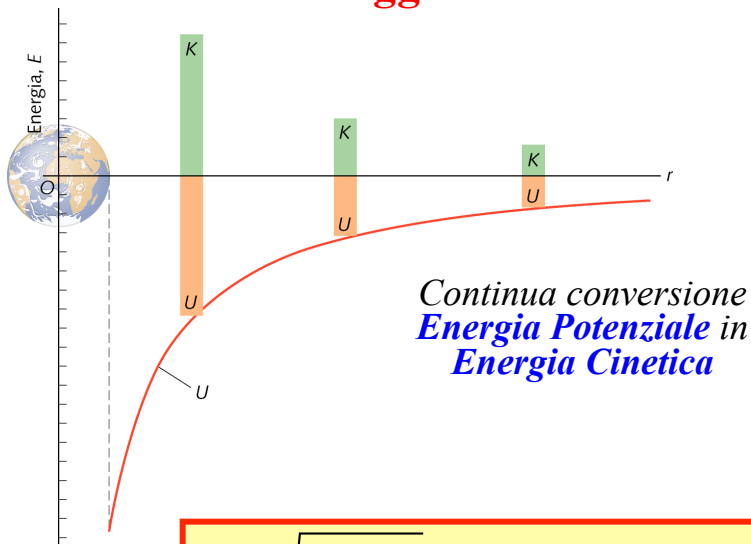
se scelgo come riferimento $r_i = \infty$ e quindi $U_i = 0$

$$U(r) = -\frac{Gm_1 m_2}{r} \approx -\frac{1}{r} \quad \text{è negativo (forza attrattiva)}$$

N.B. in **prossimità della superficie terrestre:**

$$\Delta U_g = -GM_T m \left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i} \right) = GM_T m \left(\frac{r_f - r_i}{r_f r_i} \right) = GM_T m \frac{\Delta y}{R_T^2} = mg \Delta y$$

Applicazione: Energia Potenziale e Cinetica
di oggetto che cade verso la Terra [$v_i = 0$, r_i molto grande]



$$E_{mecc,i} = E_{mecc,f}$$

$$-\frac{GM_T m}{r_i} = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{GM_T m}{R_T}$$

$$0 = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{GM_T m}{R_T}$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}} = 11200 \text{ m/s} = 11.2 \text{ km/s}$$

Velocità di **caduta** sulla Terra:
 - **16** volte proiettile di fucile
 - **NON** dipende da **m**
 (asteroidi, ...)

applicazioni: velocità di fuga

$$E_{mecc} = K + U = costante$$

in generale il proiettile:

- ▶ **rallenta** (converte K in U , h aumenta)
- ▶ **si arresta** ($K = 0$, $E_{mecc} = U$)
- ▶ **ricade** (converte U in K , h diminuisce)

esiste un valore **minimo** di v_i
per cui il proiettile **non** torna indietro

$$E_{mecc,i} = E_{mecc,f}$$
$$\frac{1}{2}mv_i^2 - \frac{GM_T m}{R_T} = -\frac{GM_T m}{r_{max}}$$



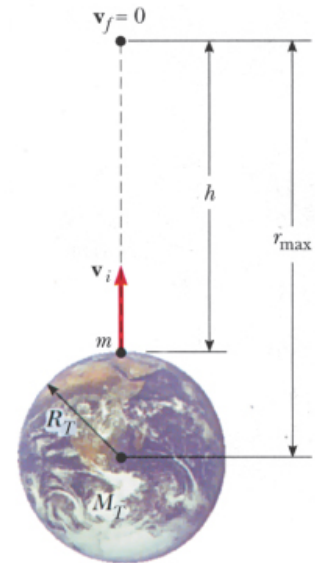
$$v_i^2 = 2GM_T \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{r_{max}} \right)$$

$v_{fuga} \stackrel{def}{=} \text{velocità minima che il corpo deve avere per continuare a muoversi allontanandosi sempre}$

$$v_i \xrightarrow{r_{max} \rightarrow \infty} v_{fuga}$$

$$v_{fuga} = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}$$

proiettile lanciato in aria
massa m , velocità v_i



Pianeta	v_f (km/s)
Terra	11.2
Luna	2.3
Sole	618
Marte	5.0
Giove	60

NON dipende da **massa oggetto!!**
[è la stessa per **molecola** o **navicella spaziale**]

Link: Teoria cinetica dei gas, composizione atmosfera

applicazione:

composizione atmosfera terrestre

atmosfera terrestre:

involucro di gas
che circondano la terra
trattenuti da
attrazione gravitazionale



Perché H, He, gli elementi allo stato libero
più abbondanti (4%) nell' universo,
sono presenti in quantità minime ?

molecole **leggere** (come idrogeno ed elio)
hanno velocità traslazionali vicine (≥ 1 km/s)
a velocità di fuga terrestre (≈ 11 km/s)

$$v_{rqm} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}$$

⇒ molecole leggere si diffondono nello spazio

Giove:

$$v_{fuga} = 60 \text{ km/s}$$

⇒ trattiene più facilmente **H, He**
costituenti principale sua atmosfera

Luna:

$$v_{fuga} = 2.3 \text{ km/s}$$

⇒ NON c'è atmosfera

