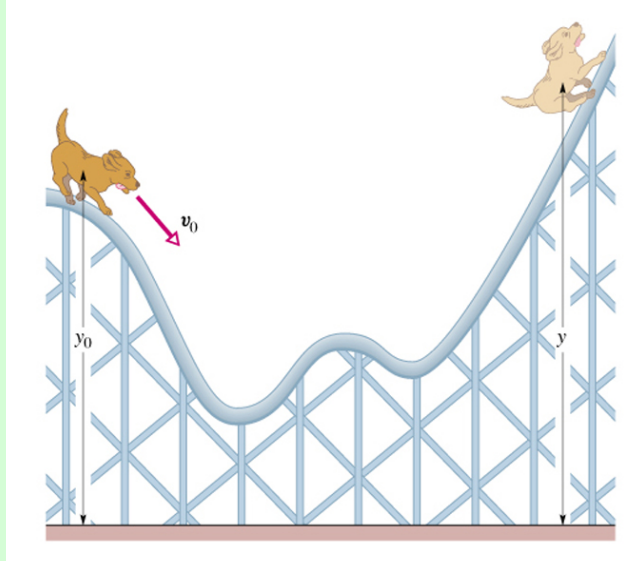


Lavoro ed Energia



esempio: corpo soggetto a forza variabile con la posizione
[forza di gravità, forza della molla]
oppure
traiettoria complicata

utilizzando la sola legge di Newton **$F = ma$**
non posso calcolare la **velocità** del corpo in fondo alla
pista, pur conoscendo la velocità iniziale:

devo conoscere nel dettaglio la traiettoria:
molto complicato!!!

Scorciatoia: concetto di **energia/lavoro**

energia: quantità *scalare* associata allo stato (condizione) di uno o più oggetti

forme di **energia** presenti nell' universo:

- ✗ energia meccanica
- ✗ energia elettromagnetica
- ✗ energia chimica
- ✗ energia termica
- ✗ energia nucleare

legge di *conservazione* dell' **energia**:
la quantità **totale** di energia rimane costante

energia cinetica:

energia associata
allo **stato di moto** del corpo

$$K \equiv \frac{1}{2}mv^2$$

[N.B. ✗ più un corpo è **veloce**, maggiore è la sua energia
✗ corpo a **riposo** ha energia cinetica nulla]

dimensioni e **unità** di **misura**:

$$[K] = [m][v]^2$$

$$1 \text{ joule} = 1 J = 1 kg \frac{m^2}{s^2}$$

ordini di grandezza

$$K \equiv \frac{1}{2}mv^2$$

proiettile	m= 4.2 g	v=950 m/s	K = 1895 J
giocatore di rugby	m=110 kg	v=8.1 m/s	K = 3609 J
portaerei	m= 91400 t	v=32 nodi	K = 12 10 ⁶ J

1 t = 10³ kg

1 nodo = 1 miglio marino/h=1852m/h=0.52 m/s

TABELLA 6.1

Energie cinetiche tipiche di vari corpi

Corpo	Energia cinetica (J)
Terra	3×10^{33}
Luna	4×10^{28}
Space shuttle in orbita	3×10^{12}
Velocista	4×10^3
Ape	6×10^{-1}
Lumaca	6×10^{-8}
Elettrone in un monitor	4×10^{-15}

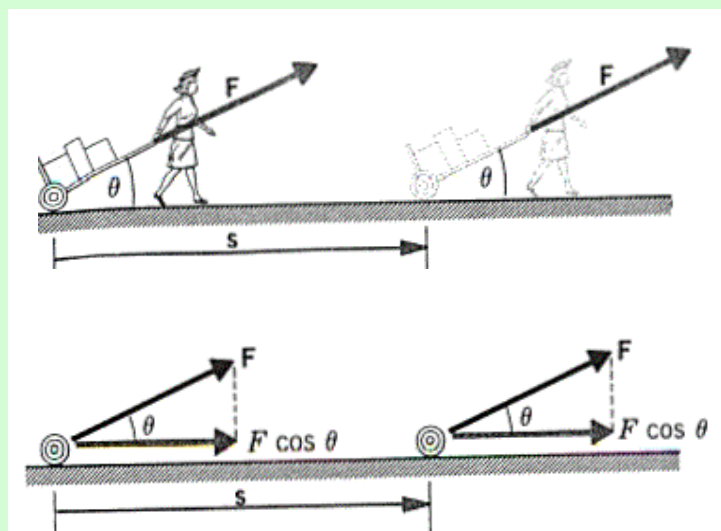
lavoro: energia *trasferita* a un corpo o da un corpo per mezzo di una **forza**

- ✗ lavoro > 0 cedo energia
- ✗ lavoro < 0 prelevo energia

il lavoro ha le **stesse unità** di misura dell' **energia**

$$[L] = [K] = [m][v]^2 \Rightarrow \text{joule}$$

espressione del lavoro [forza costante]:



corpo $\rightarrow$ puntiforme

$F \rightarrow$ **costante**

s = spostamento finale

θ = angolo forza-spostamento

v_0 = velocità iniziale

v = velocità finale

$$F_x = m a_x$$

seconda legge di Newton su **asse x**

$$v^2 = v_0^2 + 2a_x s \Rightarrow \frac{v^2 - v_0^2}{2s} = a_x$$

$$\frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = m a_x s$$

$$\Delta K = L = F_x s \Rightarrow L = F s \cos \theta = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

def

prodotto scalare

N.B. solo la componente della forza

parallela allo **spostamento** compie lavoro

proprietà del lavoro:

- ✗ è un **numero** (non necessita di direzione e verso)
- ✗ è **nullo** se la forza è nulla
- ✗ è **nullo** se lo spostamento è nullo
[spingere contro una cassa che rimane ferma non dà lavoro !!]
- ✗ è **nullo** se lo spostamento è **perpendicolare** alla forza
- ✗ è **positivo** se la forza è parallela e **concorde** allo spostamento
- ✗ è **negativo** se la forza è **opposta** allo spostamento

unità di misura del lavoro:

$$[L] = [K] = \text{joule}$$

$$[L] = [F][s] = [m][a][l] = \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{m} = \text{Newton} \cdot \text{m}$$

$$1 \text{ joule} = 1 \text{ Newton} \cdot \text{m}$$

Teorema dell'energia cinetica [o delle forze vive]

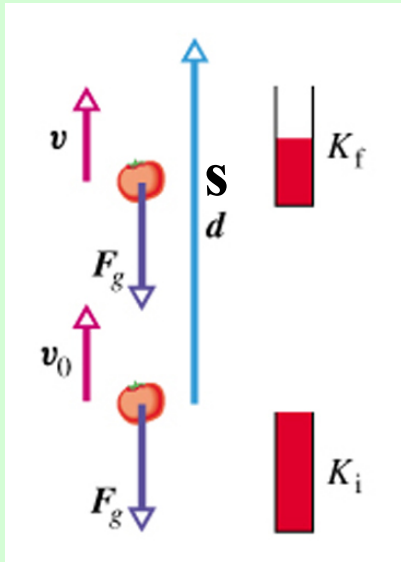
*il **lavoro** svolto da una forza costante
nello spostare un corpo puntiforme
è pari alla **variazione** di **energia cinetica** del corpo*

$$K_i = \frac{1}{2} m v_i^2, \quad K_f = \frac{1}{2} m v_f^2$$
$$L = F \cdot s = (ma) \cdot s$$



$$\Delta K = K_f - K_i = L$$
$$K_f = K_i + L$$

esempio: lavoro svolto della forza peso [forza costante]



× lancio in aria un **pomodoro** (particella di massa m)

× la velocità diminuisce ($v_0 \rightarrow v$) per effetto della forza peso

$$K_i = \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow K_i > K_f$$
$$K_f = \frac{1}{2}mv^2$$

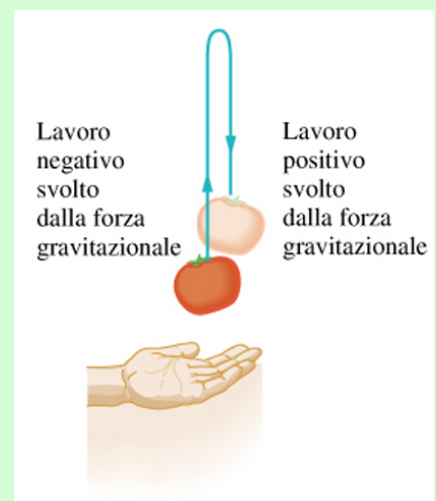
× **lavoro** fatto dalla forza peso [**in salita**]:

$$L_g = \vec{F}_g \cdot \vec{s} = mg s \cos(180^\circ) = -mg s$$

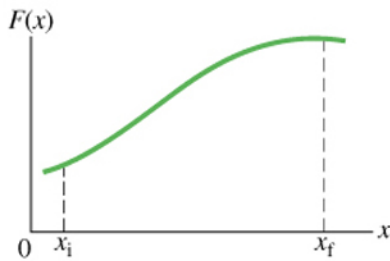
dopo avere raggiunto la **massima elevazione** il corpo cade:

× **lavoro** fatto dalla forza peso [**in discesa**]:

$$L_g = \vec{F}_g \cdot \vec{s} = mg s \cos(0^\circ) = +mg s$$

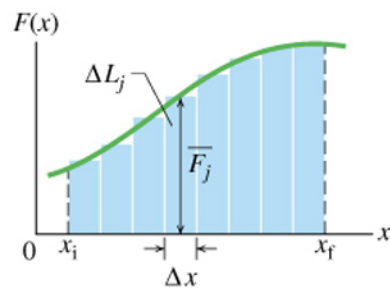


Lavoro svolto da Forza Variabile



(a)

× forza **F(x)** varia con la posizione x

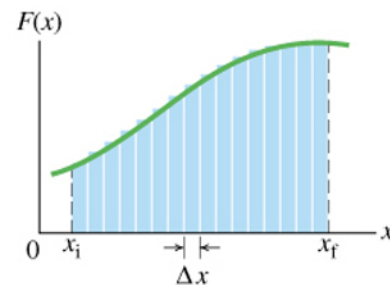


(b)

× **suddivido** il percorso in Δx piccoli, così che $F(x) = \text{costante in } \Delta x$

$\bar{F}_j$ = valore medio di $F(x)$ in Δx

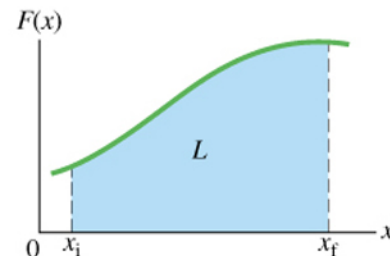
$$\Delta L_j = \bar{F}_j \Delta x$$



(c)

× espressione **approssimata** del lavoro:

$$L = \sum \Delta L_j = \sum \bar{F}_j \Delta x$$



(d)

× risultato **esatto**:

$$L = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum [\bar{F}_j \Delta x] = \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx$$

lavoro = ***area*** sottesa dalla curva $F(x)$ tra x_i e x_f

Teorema dell' energia cinetica

[forza variabile]

$$\begin{aligned} L &= \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx = \int_{x_i}^{x_f} ma dx \\ &= \int_{x_i}^{x_f} m \frac{dv}{dt} dx = \int_{x_i}^{x_f} m \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} dx = \int_{v_i}^{v_f} mv dv \end{aligned}$$

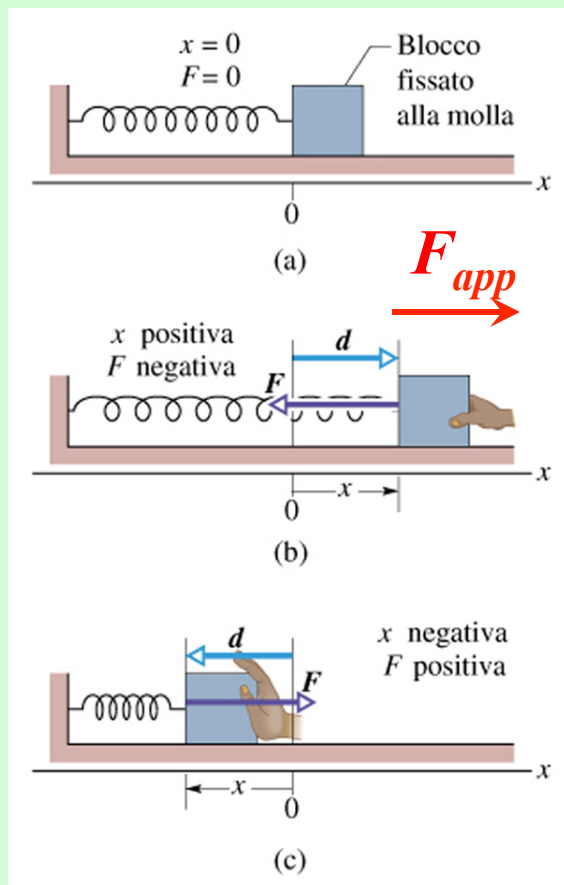
$$L = \frac{1}{2} mv_f^2 - \frac{1}{2} mv_i^2$$

*quando si svolge lavoro su un sistema e
la sola variazione del sistema è il modulo della velocità
il **lavoro totale** compiuto dalla forza risultante è pari alla
variazione di **energia cinetica** del corpo*

N.B. il teorema dell' energia cinetica
è correlato ad una variazione del **modulo della velocità**
non ad una variazione del vettore velocità

⇒ risolvo molti problemi maneggiando solo
grandezze scalari

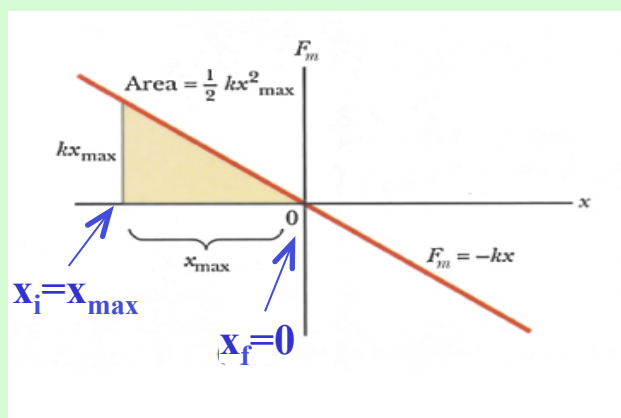
esempio: lavoro svolto da una molla [forza variabile]



forza di **richiamo**
[legge di Hooke]

$$\vec{F} = -k\vec{x}$$

forza variabile
con la posizione



lavoro fatto dalla molla tra le posizioni x_i ed x_f :

$$L_m = \int_{x_i}^{x_f} (-kx) dx = \frac{1}{2} kx_i^2 - \frac{1}{2} kx_f^2 \quad [\text{se } x_i = x_f \Rightarrow L_m = 0]$$

lavoro fatto da forza applicata $\mathbf{F}_{app}$ tra le posizioni 0 ed x_a :

$$\vec{F}_{app} = -\vec{F}_m = -(-kx) = kx$$

$$L_{app} = \int_0^{x_a} (kx) dx = \frac{1}{2} kx_a^2$$

lavoro **uguale e contrario**
alla molla !!!

Attenzione:

$$L_{tot} = \Delta K$$

$$\vec{F}_{ris} \cdot \vec{s} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$


forza risultante =
somma di tutte le forze agenti sull' oggetto

*Il teorema dell' energia cinetica è valido
solo se **L** è il **lavoro totale** compiuto sull' oggetto:*

*si deve considerare il lavoro compiuto
da tutte le forze*

$$\vec{F}_1 \Rightarrow L_1, \vec{F}_2 \Rightarrow L_2, \dots \vec{F}_n \Rightarrow L_n$$

$$L_{tot} = L_1 + L_2 + \dots L_n$$

$$= (\vec{F}_1 \cdot \vec{s} + \vec{F}_2 \cdot \vec{s} + \dots \vec{F}_n \cdot \vec{s})$$

$$= \vec{F}_{ris} \cdot \vec{s}$$

esercizi Lavoro-Energia Cinetica

Potenza

rapidità con cui viene svolto il **lavoro**:

✗ potenza **media**

$$\bar{P} = \frac{L}{\Delta t}$$

✗ potenza **istantanea**

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{L}{\Delta t} = \frac{dL}{dt}$$

rapidità con cui la **forza** sviluppa il **lavoro**:

$$P = \frac{dL}{dt} = \frac{d(\vec{F} \cdot \vec{s})}{dt} = \frac{F \cos \theta dx}{dt} = F \cos \theta \frac{dx}{dt} = Fv \cos \theta$$

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

dimensioni e unità di misura:

$$[P] = \frac{[L]}{[T]}$$

$$1 \text{ Watt} = 1 W = \frac{J}{s}$$

$$1 \text{ cavallo - vapore} = 1 CV = 735.5 W$$

$$1 \text{ Watt ora} = 1 W h = (1 W)(3600 s) = 3.6 \cdot 10^3 J = 3.6 kJ$$

Il wattora è una misura di energia!

in generale:

la **potenza** è definita per ogni trasferimento di **energia**

$$P = \frac{dE}{dt}$$

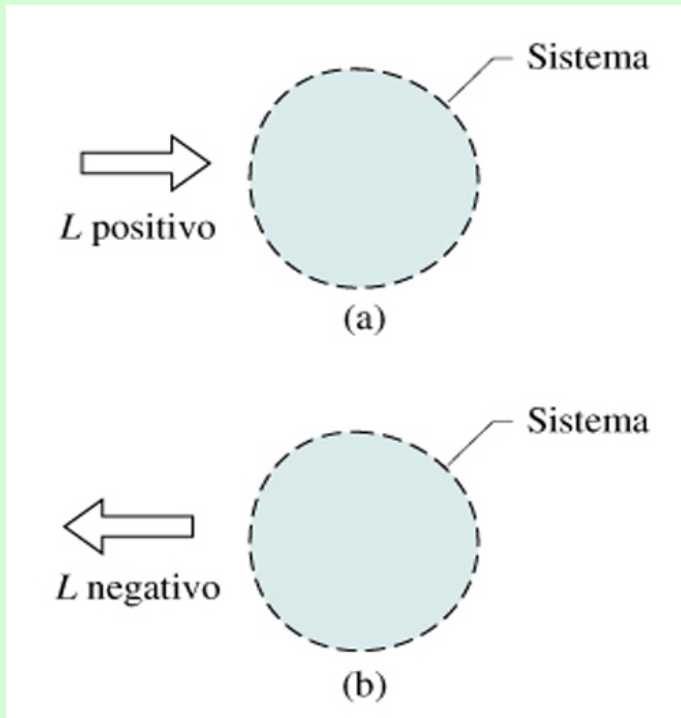
esercizi potenza

Lavoro svolto da Forza Esterna

[Sistema **NON** isolato]

lavoro :

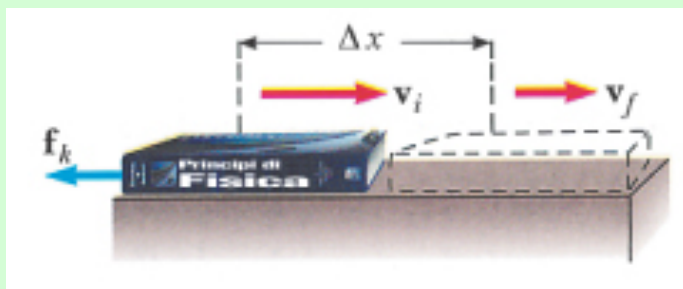
energia trasferita a o da un sistema
per mezzo di una forza esterna che agisce su di esso



$$L = ?$$

- ✗ sistema **semplice** [corpo puntiforme]: F modifica **solo K**
- ✗ sistema **complesso**: F modifica K ed **energia interna E_{int}**

esempio 1: corpo puntiforme (libro)



libro che scorre
su **superficie** con attrito
 v_i = velocità iniziale
 v_f = velocità finale

- ▶ il libro perde velocità per effetto della **forza di attrito**

$$L_{\text{attrito}} = \vec{f}_k \cdot \vec{\Delta x} = -f_k \Delta x = \Delta K$$

esempio 2: corpo esteso (superficie)

considero come sistema la **superficie**:

- ▶ la forza di attrito del blocco compie lavoro **sulla** superficie
- ▶ la **superficie non si muove** dopo che il libro si ferma
[violazione del teorema dell'energia cinetica
per sistemi complessi: entra in gioco **nuova forma di energia**]

CALORE

⇒ la superficie si riscalda

*lavoro svolto ha aumentato la **temperatura**
non la velocità del sistema*

energia interna [E_{int}] = energia associata a
def temperatura del sistema

$$L_{\text{attrito}} = \vec{f}_k \cdot \vec{\Delta x} = -f_k \Delta x = -\Delta E_{\text{int}}$$

N.B. lavoro svolto dal libro corrisponde a
trasferimento di energia al sistema
Tale energia appare come **energia interna** e **NON cinetica**

Metodi per Trasferire Energia

[Sistema NON isolato]

lavoro:

applico forza a sistema e
cambio suo punto di applicazione

[genera variazione
energia cinetica o energia interna]



onde meccaniche:

trasferisco energia mediante
perturbazione ondosa in aria o altro mezzo

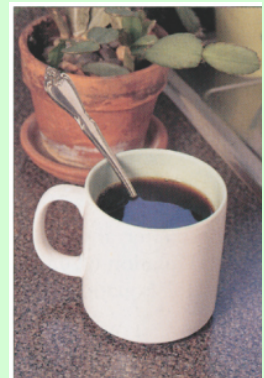
[esempio: suono, onde radio,
onde sismiche, onde marine]



calore:

trasferisco energia mediante
urti microscopici [conduzione termica]

[esempio: il manico del cucchiaino si riscalda
a causa del rapido movimento di elettroni
nella cavità del cucchiaino. Il moto si propaga]



trasferimento di materia:

materia attraversa il contorno del sistema trasportando con sé energia

[**esempio:** pieno delle auto, trasporto di energia nelle stanze per mezzo di aria calda]



trasmissione elettrica:

trasferimento di energia per mezzo di corrente elettrica

[**esempio:** modo di trasferimento di energia ad elettrodomestici]



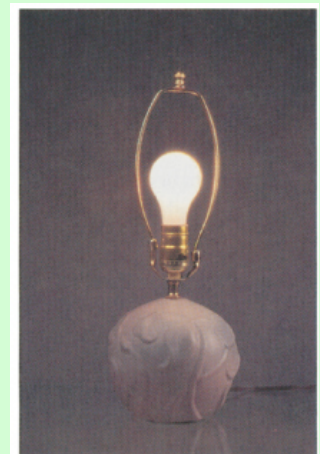
radiazione elettromagnetica:

trasferimento di energia per mezzo di onde elettromagnetiche come la luce, le microonde, le onde radio ...

NON necessita di molecole dell' ambiente circostante al sistema.

propagazione anche ne vuoto !!

[**esempio:** forno a microonde, energia luminosa]



Conservazione dell' energia in generale

*l' energia non si può né creare né distruggere
l' energia si conserva*

*l' energia **totale** di un sistema può variare
solo se viene **trasferita** energia
dal di fuori o al di fuori del sistema*

$$\Delta E_{\text{sistema}} = \sum E_{\text{trasferite}}$$

equazione di continuità

$$\Delta E_{\text{sistema}} = L + Q + E_{OM} + E_{TM} + E_{TE} + E_{RE}$$

- ▶ energia non può essere né creata né distrutta
- ▶ energia si può **trasformare** da una forma in un' altra,
- ▶ ma **$E_{\text{tot}} = \text{costante}$** , sempre
- ▶ energia dell' **Universo** è costante

equazione di continuità contiene
teorema energia cinetica

$$\Delta K = L$$