

Fisica per SCIENZE GEOLOGICHE

Lezione (24 ore)/ Esercitazione (36 ore)

Testo:

Serway

Principi di Fisica

Eserciziario

EdiSES (48 €)

Silvia Leoni

Dip. di Fisica, Via Celoria 16

Silvia.leoni@mi.infn.it

Programma:

- ▶ Unità di misura – Vettori (cap. 1)
- ▶ Meccanica e Fluidi (cap. 2-8,15)
- ▶ Moto rotazionale, Gravitazione (cenni cap. 10-12)
- ▶ Termodinamica (cap. 16-18)

Presentazione essenziale di concetti e metodi
usati nella descrizione della natura intorno a noi

OBBIETTIVO del corso:

acquisire la capacità di risolvere semplici problemi
anche dal punto di vista numerico

Pre-requisiti: conoscenza e manualità
nell' analisi matematica (App. B)

Testo: Davidson

Metodi Matematici

per un corso introduttivo di fisica

Edises (9 €)

SITO WEB del CORSO:

<http://www.mi.infn.it/~sleoni>

Testi alternativi

1. Giancoli

Fisica
CEA

2. J.S.Walker

Fondamenti di Fisica
Zanchelli

3. D. Halliday, R. Resnick, J. Walker

Fondamenti di Fisica
CEA

*Sono fortemente **SCONSIGLIATI***
libri di testo delle Scuole superiori !!!!

ATTIVITA' di TUTORATO:

Esercitazioni integrative in aula
e ricevimento a sportello su appuntamento

Eugenio Gamba

Eugenio.Gamba@mi.infn.it

Modalità Esame

Riservato agli studenti del 1° anno:

2 prove scritte in itinere

- Febbraio: Meccanica

- Marzo/Aprile: fluidi, termodinamica (+ recupero 1° prova)

3-4 esercizi per prova

→ se sufficienti (≥ 18) si può concludere l'esame

→ se quasi-sufficienti (≥ 15 e < 18)
si può concludere l'esame con *orale integrativo mirato*

1° PROVA in ITINERE: 14 Febbraio 2022

2° PROVA in ITINERE: 04 Aprile 2022

Per tutti:

Appelli su tutto il programma

- 4 in sessione estiva: giugno-settembre

- 3 in sessione autunnale: gennaio-febbraio

→ esame scritto

→ esame orale (su tutto il programma, a partire dallo scritto)

Pre-requisiti

1. Rudimenti di matematica:

- **frazioni, percentuali, numeri decimali**
- **equazioni di 1° e 2° grado**
- **potenze e loro proprietà:** $2^2 \times 2^3$, $(2^2)^3$, ..., 10^3 , 10^{-2} , ...
- **geometria di base:**
perimetro, area,
superficie delle principali forme geometriche
(quadrato, triangolo, trapezio, cerchio, sfera, cubo, cono, ...)
- **angoli** (retto, piatto, giro, ...)
- **trigonometria di base:** seno, coseno, tangente
- **funzioni analitiche elementari:**
retta, parabola, iperbole
e loro rappresentazione grafica
($y=ax+b$, $y=ax^2+bx+c$, $y=a/x$, ...)
- **derivate ed integrali elementari:**
 x , x^n , $\sin x$, $\cos x$, $\ln x$

→ STUDIARE il corso di matematica del I semestre !!!!

Pre-requisiti

2. Rudimenti di calcolo scientifico:

- dimensioni delle grandezze fisiche:

lunghezza, superficie, volume, massa, tempo, ..

- unità di misura, prefissi e conversioni:

lunghezza: $1 \text{ m} = 100 \text{ cm} = 10^2 \text{ cm} = 1000 \text{ mm} = 0.001 \text{ km}$

massa: $1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$

tempo: $1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3600 \text{ s}$

- ordini di grandezza:

valori numerici ragionevoli per grandezze fisiche

- operazioni algebriche con grandezze fisiche:

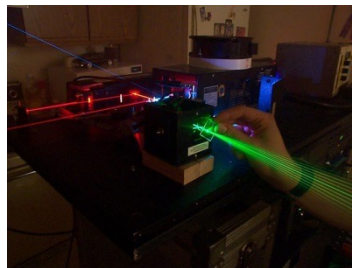
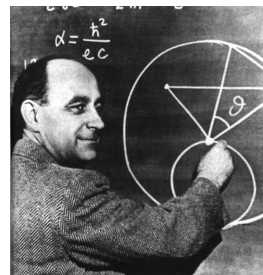
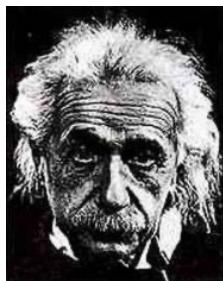
somma, prodotto, ...

dimestichezza nella soluzione di piccole equazioni,

anche numeriche ...

Che cos'è la Fisica ?

- **È il tentativo dell'essere umano di descrivere in maniera quantitativa i fenomeni che osserviamo**
 - L'osservazione inizia attraverso i sensi e da essi è limitata.
 - La fisica ci ha dato strumenti per estendere le osservazioni al di là dei nostri sensi, dal quark (10^{-19} m), all'universo (10^{26} m).
- **La Fisica non può affrontare il problema ontologico**
 - Significato della fisica quantistica: “zitto e calcola”
(Richard Feynman / D. Mermin).



La Matematica in Fisica

FISICA: tentativo dell'essere umano di **descrivere** in maniera **quantitativa** la **natura** ed il mondo che abbiamo attorno

La descrizione viene fatta per mezzo di relazioni tra oggetti utilizzando le strutture logiche date dalla **matematica**

ATTENZIONE

la fisica NON coincide con la matematica

ogni variabile o oggetto che entra in gioco in una equazione della fisica è una entità reale che è possibile **osservare** e **misurare**

Matematica

$$F = -Kx$$

$x \Rightarrow$ variabile indipendente $\in \mathbb{R}$

$K \Rightarrow$ costante $\in \mathbb{R}$

$F \Rightarrow$ variabile dipendente $\in \mathbb{R}$

Fisica

$$F = -Kx$$

$x \Rightarrow$ allungamento della molla

$K \Rightarrow$ costante elastica della molla

$F \Rightarrow$ Forza esercitata dalla molla

La fisica parte dalla **realtà** e per mezzo del formalismo matematico descrive e/o prevede dei fenomeni **reali**



***forza** esercitata dalla molla è direttamente **proporzionale** ad **allungamento** coefficiente di proporzionalità K si dice costante elastica*

Indagine fisica

* Osservazione del fenomeno [in natura o in laboratorio]

▸ Analisi e Misura

- delle sue caratteristiche
- delle circostanze che lo producono
- dei fattori che lo influenzano

* Il fenomeno deve essere ripetibile

- posso fare e rifare la misura (aumentando la precisione)
- posso variare le condizioni ed i parametri iniziali

* Ricerca di leggi matematiche [modelli/teorie]

capaci di interpretare il maggior numero di fatti sperimentali
col minor numero di **ipotesi** possibili

modello/teoria devono avere un certo **potere predittivo**,
devono essere cioè in grado di prevedere
come si comporterà la natura in una certa situazione
sulla base dei dati sperimentali ottenuti in un' altra situazione

* Verifica sperimentale

qualsiasi risultato ottenuto
DEVE essere
verificabile sperimentalmente
OBBLIGATORIAMENTE



Requisiti delle Informazioni fisiche

* Comunicabilità dell'informazione

- Unità di Misura - Sistema Internazionale (S.I.)

* Attendibilità dell'informazione

- Cifre significative

* Coerenza dell'informazione

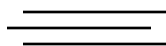
- Calcolo Dimensionale

* Completezza dell'informazione

- Grandezze Scalari e Vettoriali
- Calcolo vettoriale



Peso = 57.3 kg



Velocità ??

Unità di Misura

Sistema Internazionale

[S.I. o M.K.S.]

- **Lunghezza** **Metro** **m**
- **Massa (peso)** **Chilogrammo** **kg**
- **Tempo** **Secondo** **s**
- **Temperatura** **Kelvin** **K**
- **Corrente elettrica** **Ampere** **A**

Tutte le altre grandezze (**grandezze derivate**) si misurano per mezzo di queste Unità, derivano cioè dalla combinazione di queste grandezze fondamentali

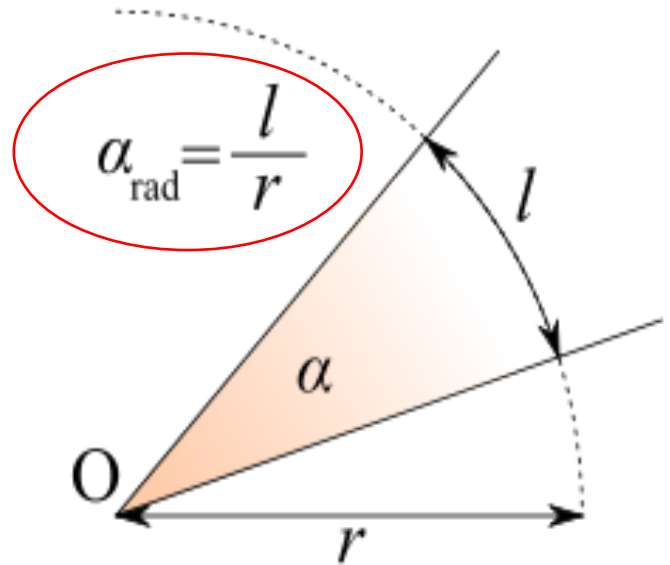
- Velocità $\mapsto$ m/s
- Accelerazione $\mapsto$ m/s²
- Volume $\mapsto$ m³
- Forza (Newton) $\mapsto$ kg m / s²

Attenzione:

è possibile **sommare** e **sottrarre**
SOLO ed **ESCLUSIVAMENTE**
quantità dello stesso tipo

MISURE DI ANGOLI: il radiante (grandezza adimensionale)

- **definizione**: data una circonferenza di raggio r , l'angolo che sottende un arco lungo l misura l/r radianti



- **Conversione**:

$$\alpha_{\text{rad}} : \alpha_{\text{deg}} = 2\pi : 360^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha_{\text{rad}} = (\alpha_{\text{deg}} / 180^\circ) \pi$$

- Un angolo di 90° , 180° e 360° corrisponde rispettivamente a $\pi/2$, π e 2π radianti.
- $1 \text{ radiante} = 57,29578^\circ = 57^\circ 17' 44,8''$
segue da $(2\pi \text{ rad}) = 360^\circ$

***Nota: l'angolo è quasi sempre espresso in radianti:
rad [m/m] = adimensionale.***

Il valore di una grandezza fisica è talvolta un **numero molto grande** o **molto piccolo**

Introduco **multipli** o **sottomultipli**
delle unità di misura secondo **potenze di dieci**

Prefissi del Sistema Internazionale

▶	10^{18}	Exa-	E	
▶	10^{15}	Peta-	P	
▶	10^{12}	Tera-	T	
▶	10^9	Giga-	G	- Gigabyte 10^9 bytes
▶	10^6	Mega-	M	- Megabyte 10^6 bytes
▶	10^3	Kilo-	k	
▶	10^2	Etto-	h	
▶	10^1	Deca-	D	
▶	10^{-1}	Deci-	d	- decimetro - 10^{-1} m
▶	10^{-2}	Centi-	c	
▶	10^{-3}	Milli-	m	- millimetro 10^{-3} m
▶	10^{-6}	Micro-	μ	
▶	10^{-9}	Nano-	n	- nanosecondo 10^{-9} s
▶	10^{-12}	Pico-	p	- picosecondo 10^{-12} s
▶	10^{-15}	Femto-	f	
▶	10^{-18}	Atto-	a	

esempio: velocità luce nel vuoto

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s} = 2.9 \cdot 10^8 \text{ m/s} \approx 3 \cdot 10^{10} \text{ cm/s} \approx 3 \cdot 10^5 \text{ km/s}$$

Lunghezze, ordini di grandezza

Quark	10^{-19} m
Elettrone	10^{-18} m
Protone/Neutrone	10^{-15} m = 1 fm
Atomo	10^{-10} m = 1 Å
Cellula	10^{-8} - 10^{-3} m
Essere umano	10^0 m
Terra	10^7 m
Sole	10^9 m = 1 Gm
Sistema solare	10^{13} m = 10 Tm
Via lattea	10^{21} m
Universo	10^{26} m

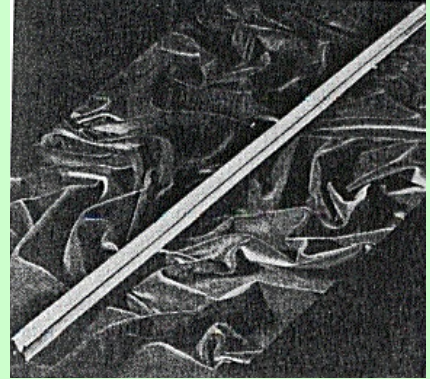
Lunghezza

Per misurare una lunghezza è necessario un **metro campione**:

1799: **metro** è la 10^{-7} parte della distanza tra il Polo Nord e l' Equatore

→ 1960: **metro campione** è una sbarra di Platino Iridio a Parigi

- Ma .. Parigi è lontana dai laboratori del mondo
- Ma .. la sbarra di Parigi non è proprio $1/10^7$ la distanza Polo Nord Equatore (è sbagliata dello 0.023%)



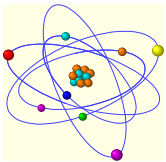
Nuova definizione:

→1983: 1 m = 1 650 763.73 volte la lunghezza d' onda della luce rosso-arancione emessa dal ^{86}Kr

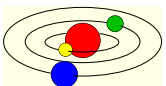
1983: 1 m = distanza percorsa dalla luce nel vuoto in un intervallo di tempo pari a $1/299792458$ di secondo

Limiti sperimentali:

- ▶ Direttamente è possibile misurare lunghezze fino a 10 nm
- ▶ In fisica entrano in gioco circa **40** ordini di grandezza



10^{-15} m Dimensione di un nucleo (Idrogeno/Protone)



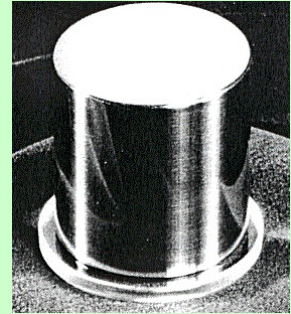
$1.4 \cdot 10^{26}$ m Distanza tra la Terra e la Quasar più lontana

Massa

Per misurare una massa è necessario una **massa campione**:

Il Campione di massa è un **cilindro di platino iridio** depositato a Parigi

- Ma .. Parigi è lontana dai laboratori del mondo
- Bisogna fare delle copie
la precisione è $\sim 10^{-8}$ kg... troppo poco



Nuova definizione:.... Non c'è ancora !

In **fisica atomica/nucleare/particelle** si usa **unità di massa atomica u**

$$1 \text{ u} = 1/12 \text{ del peso di un atomo di } ^{12}\text{C}$$

La Relazione u - kg non è però nota con estrema precisione

$$1 \text{ u} = 1.6605402 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \text{ (troppo imprecisa)}$$

- ▶ in fisica entrano in gioco circa **83** ordini di grandezza:

$$m_{\text{elettrone}} \sim 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \rightarrow m_{\text{universo}} \sim 10^{53} \text{ kg}$$

- ▶ la massa ha una definizione **dinamica** (massa inerziale)
ed una definizione **gravitazionale** (massa gravitazionale)

$$\overline{F} = m_{in} \overline{a} \quad m_{in} \Rightarrow \text{massa inerziale}$$

$$\overline{F} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r} \quad m_1, m_2 \Rightarrow \text{massa gravitazionale}$$

La teoria della relatività generale ha come **ipotesi** di partenza che la massa inerziale e quella gravitazionali siano esattamente la stessa cosa

Tempo

- Ciò che si misura non è il tempo ma piuttosto un **intervallo di tempo**
- Per misurare un tempo è necessario un orologio, cioè un oggetto che conta qualcosa, p.e. le oscillazioni di un fenomeno periodico
 - ▶ pendolo (l'errore è circa di un secondo per anno)
 - ▶ rotazione della terra (l'errore è circa di 1 ms ogni giorno)
 - ▶ un quarzo (l'errore è circa di 1 s ogni 10 anni)

Nuova definizione:

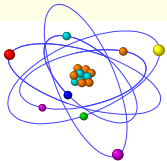
orologio atomico Cs (errore circa 1 s ogni 300000 anni)

1 secondo = 9 192 631 770 oscillazioni
della radiazione emessa dal cesio

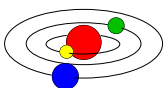
Maser a idrogeno (errore 1 s ogni $30 \cdot 10^6$ anni)

Limiti sperimentali:

- Direttamente è possibile misurare intervalli di tempo fino a 10 ps
- In fisica entrano in gioco circa **60** ordini di grandezza

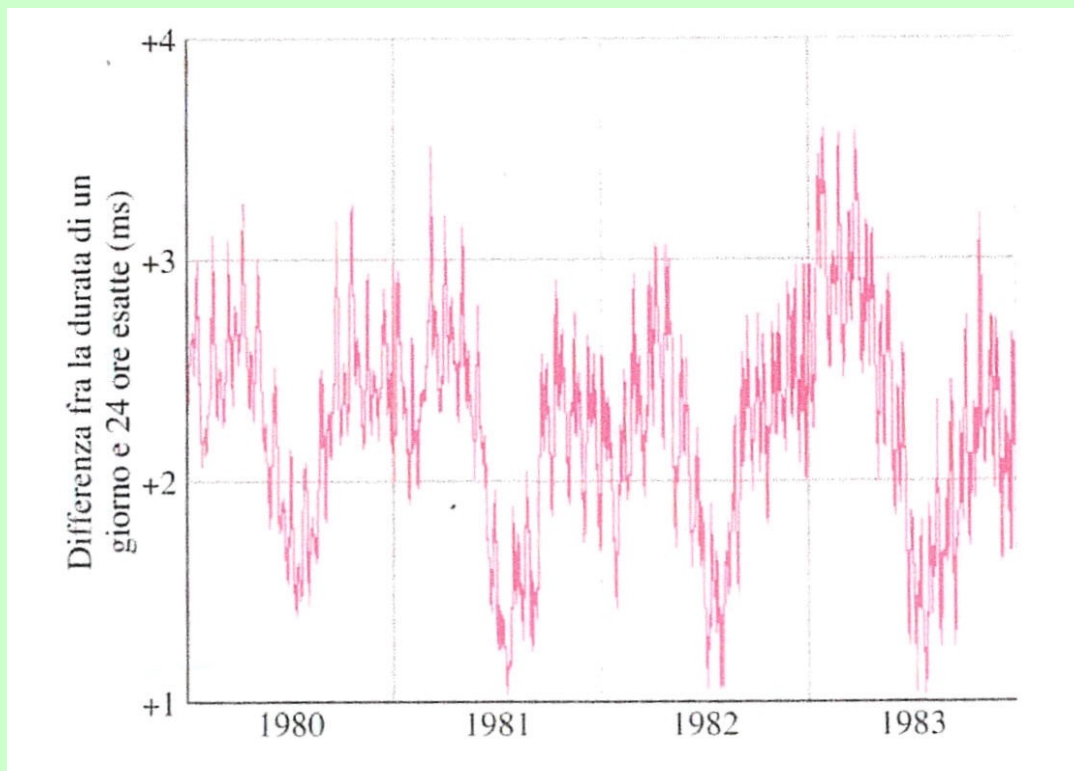


$10^{-23} - 10^{27}$ s Fenomeni nucleari



$5 \cdot 10^{17}$ s Vita dell'universo

variazioni della lunghezza del giorno [sulla base della rotazione terrestre]



scarto giornaliero $\approx 3 \text{ ms}$
[rispetto alla media]

$$\text{errore} = 3 \text{ ms} / 24 \text{ ore} = 3.5 \cdot 10^{-8}$$

Densità

massa per
unità di
volume

$$\rho \equiv \frac{m}{V}$$

In fisica entrano in gioco
circa **40** ordini di grandezza

Sostanza od oggetto	Massa volumica (kg/m ³)
Spazio interstellare	10 ⁻²⁰
Massimo «vuoto» raggiungibile in laboratorio	10 ⁻¹⁷
Aria: a 20 °C e 1 bar	1.21
a 20 °C e 50 bar	60.5
Polistirolo espanso	3 · 10 ¹
<u>Acqua</u> : a 20 °C e 1 bar	0.998 · 10 ³
a 20 °C e 50 bar	1.000 · 10 ³ ←
Acqua del mare: a 20 °C e 1 bar	1.024 · 10 ³
Sangue	1.060 · 10 ³
<u>Ghiaccio</u>	0.917 · 10 ³ ←
Ferro	7.9 · 10 ³
Mercurio	13.6 · 10 ³
Terra: valor medio	5.5 · 10 ³
nucleo	9.5 · 10 ³
crosta	2.8 · 10 ³
Sole: valor medio	1.4 · 10 ³
nucleo	1.6 · 10 ⁵
Stella nana bianca (nucleo centrale)	10 ¹⁰
Nucleo dell'uranio	3 · 10 ¹⁷
Stella di neutroni (nucleo centrale)	10 ¹⁸
Buco nero (1 massa solare)	10 ¹⁹

massa atomica = (N+Z) u = A u

$$A_{\text{Al}} = 27 \Rightarrow (m \text{ atomica})_{\text{Al}} = 27 \text{ u}$$

$$A_{\text{Pb}} = 207 \Rightarrow (m \text{ atomica})_{\text{Pb}} = 207 \text{ u} \Rightarrow m_{\text{Pb}} / m_{\text{Al}} = 7.67$$

$$\rho_{\text{Al}} = 2.7 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \Rightarrow \rho_{\text{Pb}} / \rho_{\text{Al}} = 4.19$$

$$\rho_{\text{Pb}} = 11.3 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

**discrepanza dovuta a
distanze fra atomi e
a struttura cristallina**

mole = quantità di sostanza che contiene
numero di atomi/molecole pari al
numero di Avogadro $N_A = 6.022 \cdot 10^{23}$

*il Numero di Avogadro è definito tale che
1 mole ¹²C abbia massa pari a 12 g*

mole = quantità di sostanza che contiene
numero di atomi/molecole pari al
numero di Avogadro $N_A = 6.022 \cdot 10^{23}$

*il Numero di Avogadro è definito tale che
1 mole ^{12}C abbia massa pari a 12 g*

Calcolo del **numero di moli** di una sostanza di massa M_{camp} :

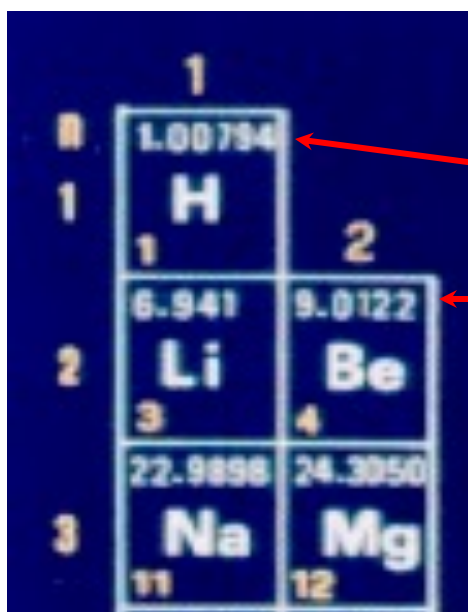
$$n = \frac{M_{\text{camp}}}{M}$$

M_{camp} = peso sostanza
 M = peso di una mole
[peso molare]

$$M = m N_A$$

m = peso di una molecola

Il **peso M** di una mole di una sostanza si ricava dalla
tabella periodica degli elementi



	1	
1	1.00794 H	
2	6.941 Li	9.0122 Be
3	22.9898 Na	24.3050 Mg

$$M_{\text{H}} = 1.00794 \text{ g}$$

$$M_{\text{H}}^2 = 2 \cdot 1.00794 \text{ g}$$

$$M_{\text{Be}} = 9.0122 \text{ g}$$

$$M_{\text{C}}^{12} = 12 \text{ g}_{\text{def}}$$

Tavola periodica degli elementi

[Tavola di Mendeleev]

[illegible]

elementi con simili **proprietà chimico-fisiche**
appaiono nella **stessa colonna**

Analisi Dimensionale

dimensione $\mapsto$ denota la **natura** fisica di una grandezza;
ad ogni grandezza associo una **unità di misura**

- ▶ le **dimensioni** possono essere trattate come **grandezze algebriche**:

posso sommare e sottrarre solo grandezze con le stesse dimensioni

esempio: i **metri** si possono sommare solo ai **metri**
non posso sommare m con km o con s !

- ▶ ogni **equazione deve** essere **dimensionalmente** corretta:

ciascun membro di un'equazione deve avere le **stesse** dimensioni

Lunghezza $\mapsto [L] \mapsto m$

Massa $\mapsto [M] \mapsto Kg$

Tempo $\mapsto [T] \mapsto s$

esempio:

legge oraria $x = \frac{1}{2} a t^2$

Dimensioni $[L] = [L/T^2][T^2]$

unità di misura $m = m/s^2 \cdot s^2 = m$

Attenzione

Numero Puro = Numero senza dimensione

gli argomenti di esponenziali, seni, coseni, logaritmi ..
sono sempre numeri puri !

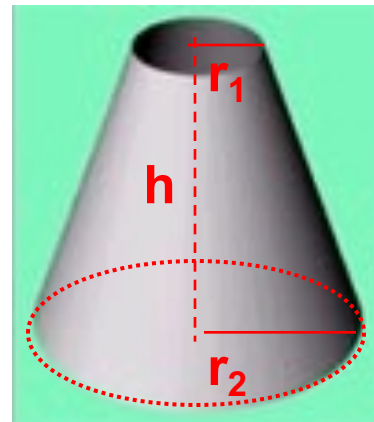
Esempio 1:

Dato un tronco di cono di raggi r_1 ed r_2 , ed altezza h ,
quali delle seguenti espressioni

- i) $\pi(r_1+r_2)[h^2+(r_1-r_2)^2]^{1/2}$
- ii) $2\pi (r_1+r_2)$
- iii) $\pi h(r_1^2+r_2^2+r_1r_2)$

misura

- a) la circonferenza delle facce piane di base
- b) il volume
- c) l'area delle superficie curva ?



Soluzione:

- a) la circonferenza ha dimensione L;
- b) il volume ha dimensioni L^3 ;
- c) l'area ha dimensioni L^2 .

Dato che:

Espressione i) ha dimensioni $L(L^2)^{1/2} = L^2 \Rightarrow$ i) deve essere un'area

Espressione ii) ha dimensioni $L \Rightarrow$ ii) deve essere una linea

Espressione iii) ha dimensioni $L(L^2) = L^3 \Rightarrow$ iii) deve essere un volume

Esempio 2:

Supponiamo di NON conoscere una legge fisica.

Immaginiamo che una grandezza fisica IGNOTA sia esprimibile come un MONOMIO dato da quantità note, elevate ad opportuna potenza.

Determiniamo le corrette potenze.

L'esempio del pendolo

Possono intervenire solo le quantità

$$m, l, g$$
$$m \text{ [kg]}, l \text{ [m]}, g \text{ [ms}^{-2}\text{]}$$

La formula monomia è:

$$g^x l^y m^z = \text{periodo del pendolo} = T \text{ [s]}$$

N.B: le dimensioni a destra e sinistra devono essere coerenti !

Impongo la coerenza dimensionale:

$$(m s^{-2})^x m^y kg^z = s = m^0 s^1 kg^0$$

$$m^{x+y} s^{-2x} kg^z = m^0 s^1 kg^0$$

Equaglio gli esponenti a destra e sinistra:

$$\begin{aligned} x + y &= 0, & -2x &= 1, & z &= 0 \\ \Rightarrow x &= -1/2, & y &= 1/2, & z &= 0 \end{aligned}$$

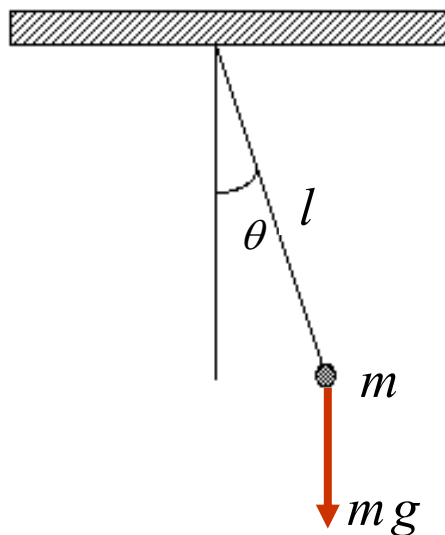
$$T = (l/g)^{1/2}$$

N.B. si è ottenuta una relazione di proporzionalità

l'analisi dimensionale non può determinare le eventuali costanti

La legge è infatti la seguente: $T = 2\pi (l/g)^{1/2}$.

[la costante adimensionale (2π) si può determinare sperimentalmente]



Coerenza delle unità di misura

Ogni equazione è scritta presumendo che si usi uno specifico sistema di unità di misura come il sistema SI (Sistema Internazionale).

→ Equazioni scritte nel sistema SI:

tutte le lunghezze dovranno essere espresse in metri, i tempi in secondi, ecc.

→ Se certe grandezze sono riferite ad altre unità di misura, la prima operazione da fare è la loro conversione nelle unità SI

prima di fare i calcoli si devono convertire le grandezze non espresse secondo SI

Esempio:

- $1 \text{ litro} = 1 \text{ dm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$
- $1 \text{ ora} = 60 \text{ minuti} = 3.6 \cdot 10^3 \text{ s}$
- $1 \text{ pollice} \equiv 25.4 \text{ mm} = 2.54 \cdot 10^{-2} \text{ m}$
- $100 \text{ km/ora} = 10^5 \text{ m} / 3.6 \cdot 10^3 \text{ s} = 27.8 \text{ m/s} = 27.8 \text{ m s}^{-1}$
- $50^\circ \text{ C} = 50 + 273.15 \text{ K} = 323.15 \text{ K}$

Conversione delle unità di misura

Le *unità di misura* si trattano come *grandezze algebriche*

esempio 1

Se un serbatoio di automobile contiene inizialmente 8.01 litri di benzina e viene introdotta benzina alla rapidità di 28.00 litri/minuto, quanta benzina contiene il serbatoio dopo 96 secondi ?

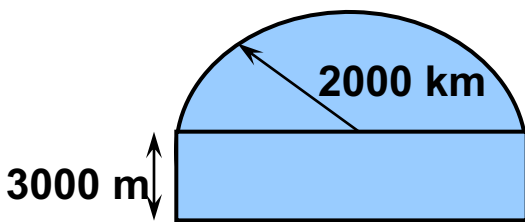
Benzina finale = Benzina iniziale + **Benzina aggiunta**

$$\begin{aligned}\text{Benzina aggiunta} &= \left(28.00 \frac{\text{litri}}{\text{minuto}}\right) \times (96 \text{ secondi}) = 2688 \frac{\text{litri}}{\text{minuto}} \times \text{secondi} \\ &= 2688 \frac{\text{litri}}{60 \text{ secondi}} \text{ secondi} = 44.8 \frac{\text{litri}}{\cancel{\text{secondi}}} \cancel{\text{secondi}}\end{aligned}$$

$$\text{Benzina finale} = 8.01 \text{ litri} + 44.8 \text{ litri} = 52.81 \text{ litri}$$

esempio 2

antartide



quanti centimetri cubi
di ghiaccio contiene l' antartide?

$$\begin{aligned}r &= 2000 \text{ km} = 2 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \text{ m} = 2 \cdot 10^6 \text{ m} \\ h &= 3000 \text{ m} = 3 \cdot 10^3 \text{ m}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Volume} &= \frac{1}{2} (\pi r^2 \cdot h) \\ &= \frac{1}{2} (\pi (2 \cdot 10^6)^2 \cdot 3 \cdot 10^3) \text{ m}^3 \\ &\approx 1.9 \cdot 10^{16} \text{ m}^3 = 1.9 \cdot 10^{16} (10^2 \text{ cm})^3 \\ &= 1.9 \cdot 10^{22} \text{ cm}^3\end{aligned}$$

Misura

*espressione quantitativa del rapporto
fra una grandezza ed un'altra ad essa omogenea
scelta come **unità***

A priori non si conosce il valore di ciò che si misura, al più, si avrà una idea dell' **ordine di grandezza**.

È necessario fornire un **errore**, una stima cioè della possibile differenza tra il valore della misura e quello reale (che non conosciamo).

Caratteristiche di una misura:

1. espressione **quantitativa**;
2. necessita di una **grandezza di riferimento**;
[metro, kg, secondo, Newton ...]
3. necessita di una **stima dell' errore**

Il risultato di una misura **non** consiste **solo** nel valore fornito dallo strumento, ma anche di un **errore** e di una **unità di misura**
[la mancanza di uno di questi termini rende gli altri inutili]

una misura **DEVE** dare una informazione **COMPLETA**
una misura **DEVE** essere ripetibile

massa = $0.23 \pm 0.001 \cdot 10^{-5} \text{ kg}$ [informazione completa]
massa = $0.230 \cdot 10^{-5} \text{ kg}$ [informazione **non** completa]

Esempi:

Misura di una **MASSA** con una bilancia
(precisione di 1 g)

$$\text{Massa} = 874 \pm 1 \text{ [g]}$$

$$= 8.74 \pm 0.01 \text{ [hg]}$$

$$= 0.874 \pm 0.001 \text{ [kg]} \text{ nel Sistema Internazionale}$$

Misura di un **TAVOLO** con un metro a nastro
(precisione del millimetro)

$$\text{Lunghezza} = 181 \pm 0.1 \text{ [cm]}$$

$$= 1810 \pm 1 \text{ [mm]}$$

$$= 1.81 \pm 0.001 \text{ [m]} \text{ nel Sistema Internazionale}$$

Esempio:

voglio calcolare il **peso** di una **fetta di torta**

uso una normale pesa di cucina, precisa al grammo:

310 g di farina	310+
5 uova (1 uova pesa 75 grammi)	375+
150 g di zucchero	150+
15 grammi di lievito	15=
	850 g

Se il peso della torta è 850 g e la divido in **6 fette** ogni fetta peserà (uso la calcolatrice)

$$850 : 6 = 141.6666667 \text{ g}$$

In altre parole secondo questo calcolo dovrei conoscere il peso della fetta di torta al **milionesimo di grammo** !!!!!

C'è qualcosa che non va !

[ovviamente la calcolatrice funziona perfettamente!]

Siamo noi che abbiamo sbagliato a scrivere le **cifre significative** del peso della fetta di torta

Le cifre che utilizziamo per esprimere un risultato devono essere limitate a quelle di cui abbiamo certezza: **cifre significative**

Precisione e Cifre Significative

Un numero (una misura) è una informazione !

E' necessario conoscere la **precisione** e l' **accuratezza** dell' informazione.

La **precisione** di una misura è contenuta nel **numero di cifre significative** fornite o, se presente, nell' **errore** di misura.

Una **manipolazione numerica** non può nè aumentare nè diminuire la precisione di una informazione !

Il **numero** di cifre significative si calcola contando le cifre, a partire dalla prima cifra non nulla, **da sinistra verso destra**.

esempio:

⇒ 187.3 = 1.873 10 ²	4 cifre significative
⇒ 10.0000	6 cifre significative
⇒ 10.0101	6 cifre significative
⇒ 1	1 cifra significativa
⇒ 1234.584	7 cifre significative
⇒ 0.00001	1 cifra significativa

Attenzione: non confondere il n. di cifre significative con il n. di cifre decimali!!!

- Una **manipolazione numerica** non può nè aumentare nè diminuire la precisione di una informazione !
 - **moltiplicando** o **dividendo** due numeri il risultato non può avere più cifre significative del fattore **meno** preciso
 - **addizioni** e **sottrazioni**:
l'ultima cifra significativa del risultato occupa la stessa posizione decimale relativa all'ultima cifra significativa degli addendi
- [$\Rightarrow$ nella somma non è importante il numero delle cifre significative ma la **posizione decimale** di queste]

esempi:

esempio torta

$$850 : 6 = 142 \text{ g}$$

altri esempi

$$123.450 * 12.3 = 1.52 * 10^3$$

$$123.450 * 12.30 = 1.518 * 10^3$$

$$187.3 + 1234.584 = 1421.9$$

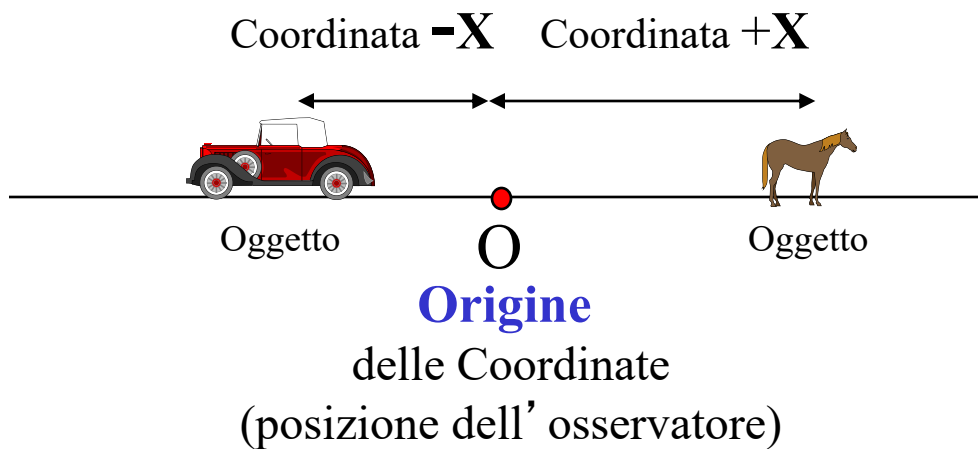
187. <u>3</u>	+	
1234.58 <u>4</u>	=	
1421.884	$\Rightarrow$	1421. <u>9</u>

Sistemi di coordinate

[collocazione di un punto nello spazio]

- **origine O** = punto di riferimento fisso
- **insieme di assi** o direzioni specifiche
- **istruzioni** su come rappresentare un punto rispetto ad origine e assi

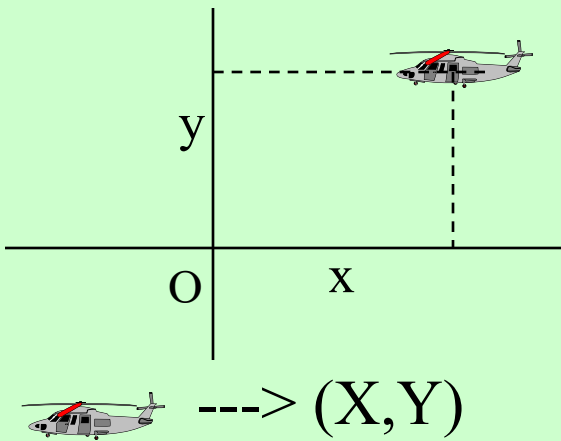
1 Dimensione:



2 Dimensioni:

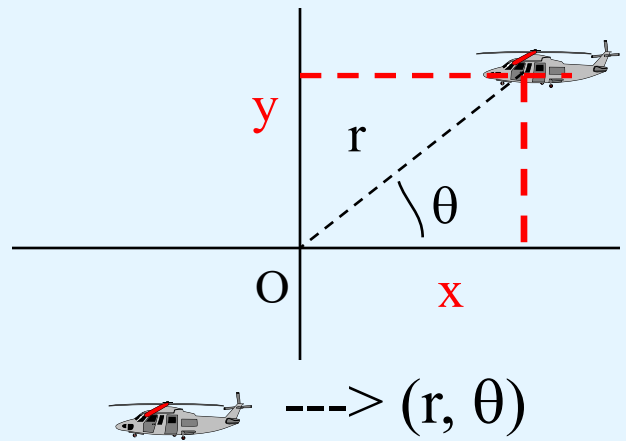
Coordinate Cartesiane

- Ascissa **X**
- Ordinata **Y**



Coordinate Polari

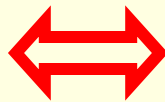
- Distanza Radiale **r**
- Angolo **θ**



È possibile trasformare
le coordinate cartesiane in polari e viceversa

$$x = r \cos(\theta)$$

$$y = r \sin(\theta)$$

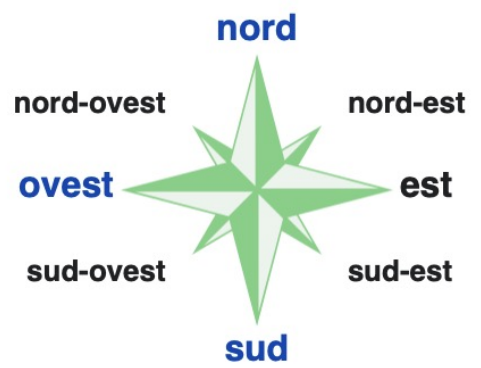


$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\text{tg} \theta = \frac{y}{x}$$

$$y/x = (r \sin(\theta))/(r \cos(\theta)) = \text{tg}(\theta)$$

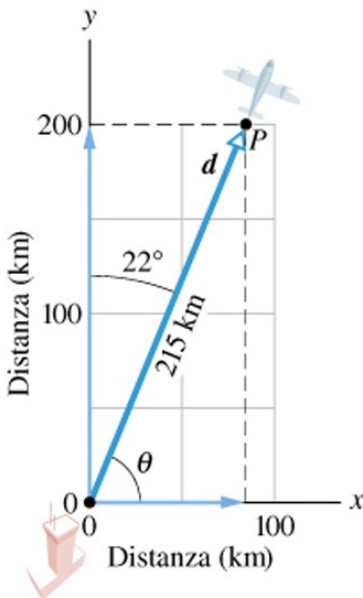
$$\theta = \text{artg} (y/x)$$



Esempio:

Un piccolo aereo decolla da un aeroporto in una giornata nuvolosa e viene avvistato più tardi a distanza $d = 215 \text{ km}$, in una direzione che forma un angolo di 22° verso est rispetto al nord.

A che distanze verso **NORD** e verso **EST** si trova l'aereo quando viene avvistato?



Per trovare le componenti di d considero l'angolo $\theta = 90^\circ - 22^\circ = 68^\circ$

da cui si ottiene:

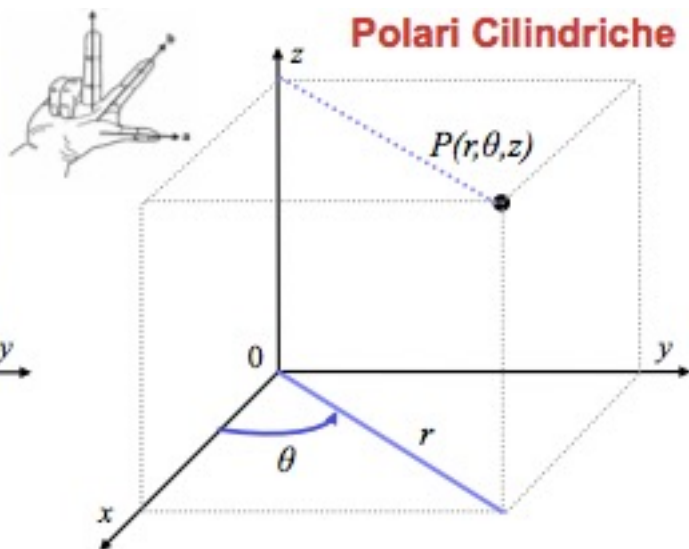
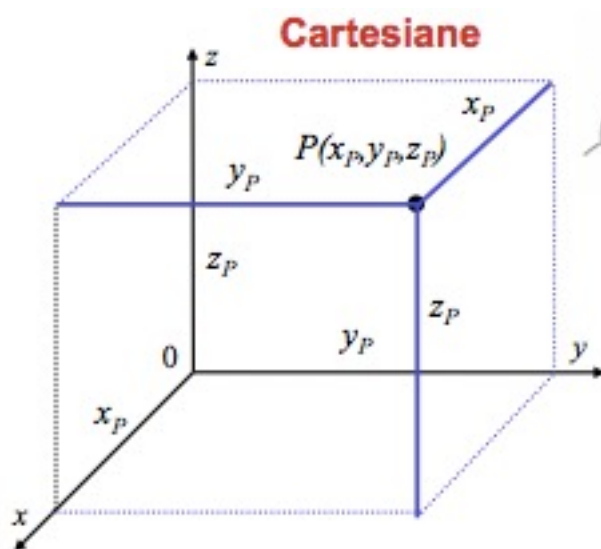
$$d_x = d \cos \theta = (215 \text{ km}) \cos 68^\circ = 81 \text{ km}$$

$$d_y = d \sin \theta = (215 \text{ km}) \sin 68^\circ = 199 \text{ km}$$

L'aereo è quindi localizzato 199 km verso nord e 81 km verso est, rispetto all'aeroporto.

sono passato da
coordinate polari a coordinate cartesiane

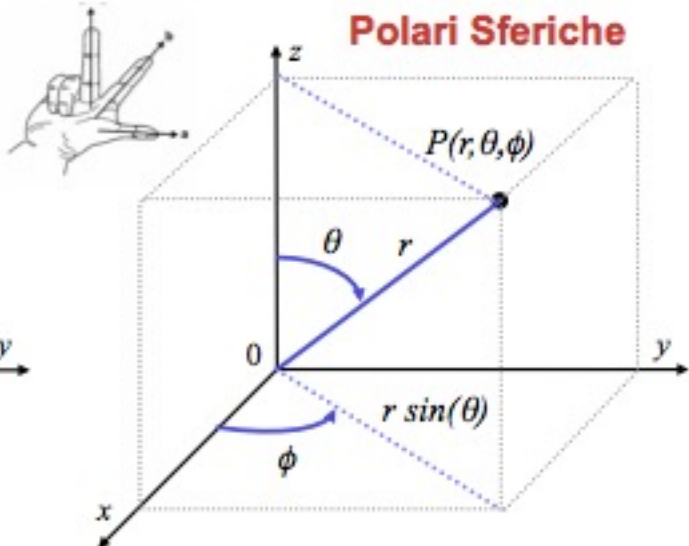
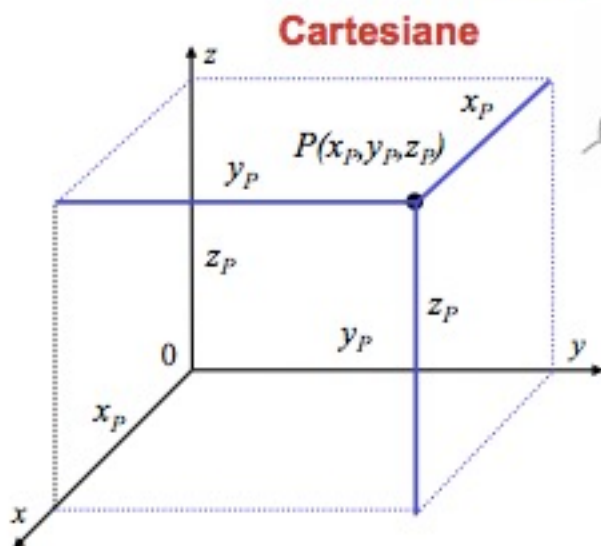
3 Dimensioni: Posizione di un punto



$$P(x_p, y_p, z_p) = P(x, y, z) = P(r, \theta, z)$$

- $x = r \cos(\theta)$
- $y = r \sin(\theta)$
- $z = z$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$
$$z = z$$
$$\theta = \arctan(y/x)$$

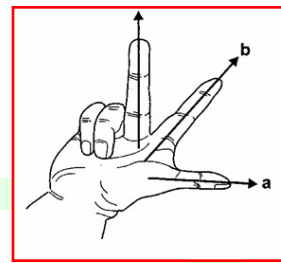


$$P(x_p, y_p, z_p) = P(x, y, z) = P(r, \theta, \phi)$$

- $x = r \sin(\theta) \cos(\phi)$
- $y = r \sin(\theta) \sin(\phi)$
- $z = r \cos(\theta)$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$
$$\theta = \arccos(z/r)$$
$$\phi = \arctan(y/x)$$

3 Dimensioni:

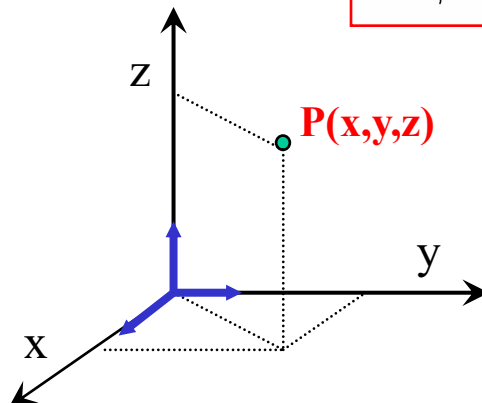


• Coordinate Cartesiane

x

y

z

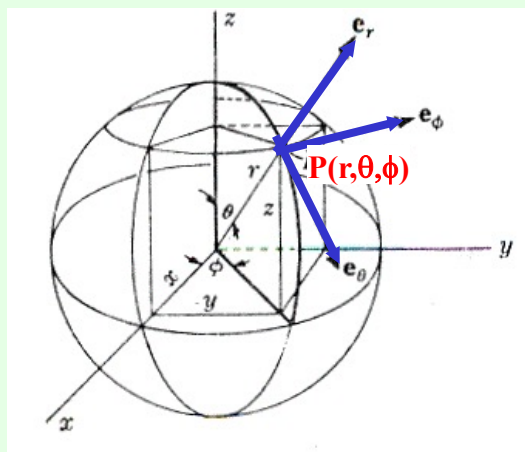


• Coordinate Sferiche

$$x = r \sin(\theta) \cos(\varphi)$$

$$y = r \sin(\theta) \sin(\varphi)$$

$$z = r \cos(\theta)$$

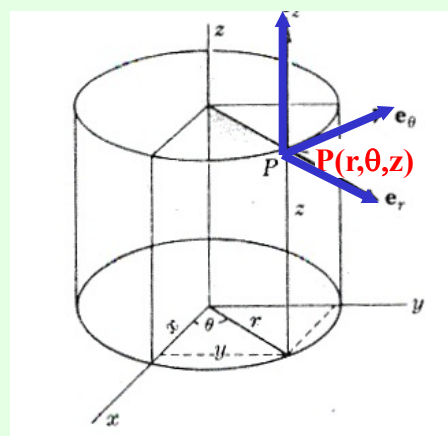


• Coordinate Cilindriche

$$x = r \cos(\theta)$$

$$y = r \sin(\theta)$$

$$z = z$$



Vettori e Scalari

In Fisica esistono **2 tipi di grandezze**:

Scalari: solo valore numerico (modulo)
[massa, temperatura ...]

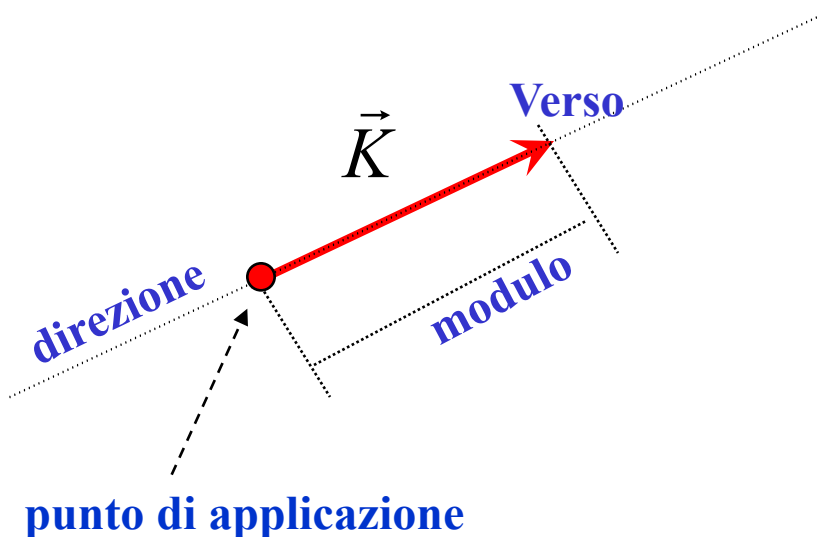
Vettoriali: valore numerico (modulo) e
direzione orientata (direzione e verso)
[spostamento, forza, velocità, ...]



quanto veloce $\mapsto$ modulo
in che direzione $\mapsto$ direzione
con che verso $\mapsto$ verso

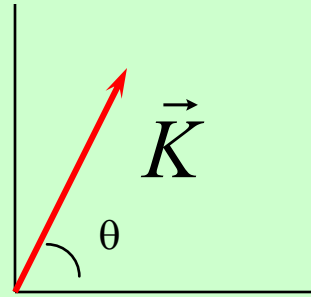
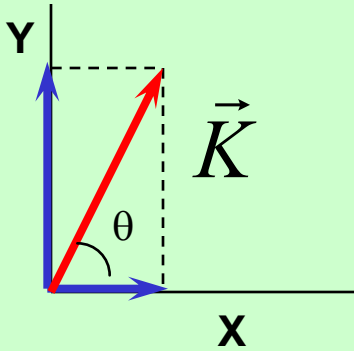
La grandezza vettoriale si rappresenta graficamente con una **freccia**:

lunghezza freccia	= modulo grandezza vettoriale
direzione freccia	= direzione grandezza vettoriale
orientamento freccia	= verso



Rappresentazione numerica

In 2 Dimensioni:



Coordinate **cartesiane**

$$\mathbf{K} = (K_x, K_y)$$

$$K_x = |\mathbf{K}| \cos(\theta)$$

$$K_y = |\mathbf{K}| \sin(\theta)$$

Rappresentazione **polare**

$$\mathbf{K} = (|\mathbf{K}|, \theta)$$

$$|\mathbf{K}| = (K_x^2 + K_y^2)^{1/2}$$

$$\theta = \text{Atan}(K_y/K_x)$$



$$\text{Modulo} = |\mathbf{K}| = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$$

Analogo ragionamento in 3 Dimensioni:

$$\vec{K} = (K_x, K_y, K_z)$$

$$\vec{K} = (K_R, K_\theta, K_\varphi)$$

Versori

[vettori unitari]

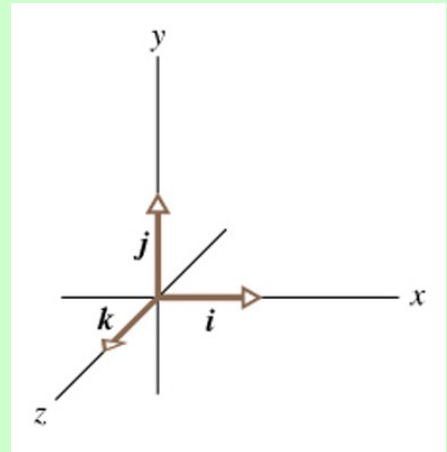
- lunghezza **unitaria** (modulo = 1)
- **privo** di dimensioni (e di unità di misura)
- indica una **direzione**

In coordinate cartesiane:

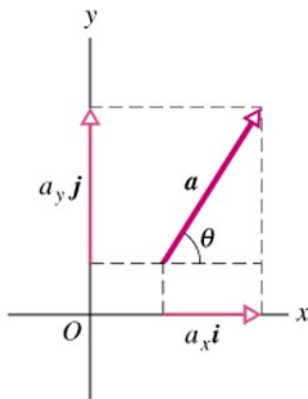
$\vec{i}$ direzione asse $x > 0$

$\vec{j}$ direzione asse $y > 0$

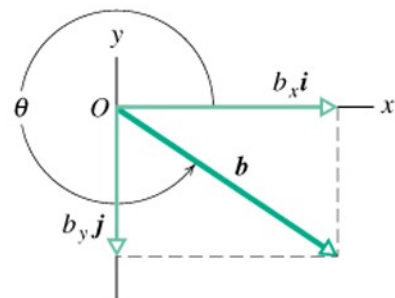
$\vec{k}$ direzione asse $z > 0$



Permettono la **descrizione** dei **vettori**:



$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j}$$



$$\vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j}$$

$$\begin{aligned} \vec{R} &= \vec{a} + \vec{b} = (a_x + b_x) \vec{i} + (a_y + b_y) \vec{j} && \text{vettore} \\ &= a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + b_x \vec{i} + b_y \vec{j} && \text{risultante} \end{aligned}$$

VETTORI in 3 Dimensioni

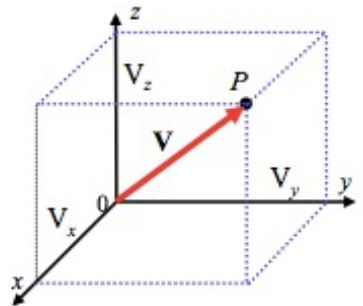
E' tutto uguale ma ..

- le componenti del vettore sono 3
- la posizione di un punto P è definita da 3 coordinate
- i sistemi di coordinate sono a 3 dimensioni

I 3 sistemi di coordinate più importanti

• Cartesiane: x, y, z

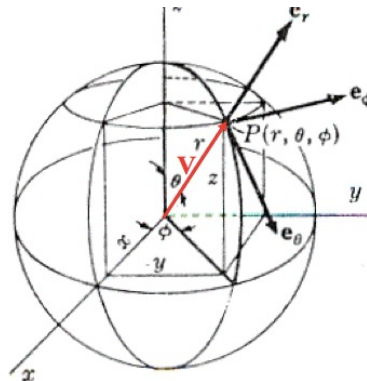
x = distanza dal piano yz
 y = distanza dal piano xz
 z = distanza dal piano xy



$P(x, y, z)$
 $V(V_x, V_y, V_z)$

• Polari Sferiche: r, θ, ϕ

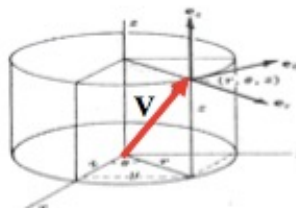
$x = r \sin(\theta) \cos(\phi)$
 $y = r \sin(\theta) \sin(\phi)$
 $z = r \cos(\theta)$



$P(r, \theta, \phi)$
 $V(|V|, \theta, \phi)$

• Polari Cilindriche: r, θ, z

$x = r \cos(\theta)$
 $y = r \sin(\theta)$
 $z = z$



$P(r, \theta, z)$
 $V(|V|, \theta, V_z)$

Operazioni con i vettori

posso **sommare/sottrarre/moltiplicare** le grandezze vettoriali
(rappresentate da vettori)

un vettore è un elemento di un **campo vettoriale**:
le operazioni tra i vettori sono quelle definite dalla matematica
per i campi vettoriali.

somma

Vettore + Vettore $\mapsto$ Vettore

prodotto

1) **Prodotto semplice**

Scalare * Vettore $\mapsto$ Vettore

2) **Prodotto scalare**

Vettore • Vettore $\mapsto$ Scalare

3) **Prodotto vettoriale** Fuori Programma

Vettore $\wedge$ Vettore $\mapsto$ Vettore

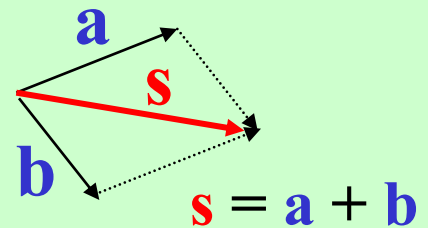
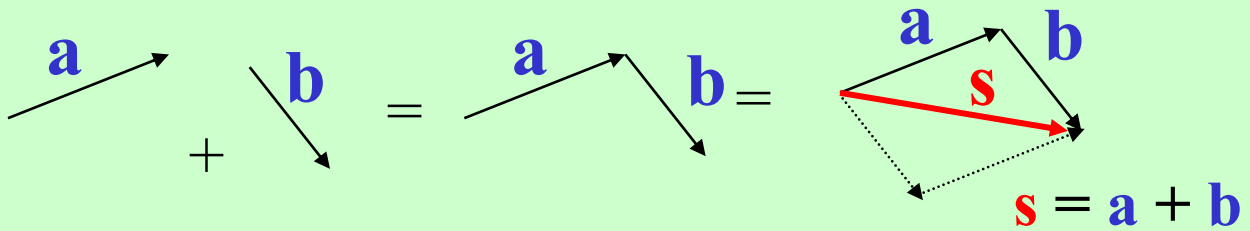
4) **Prodotto tensoriale** Fuori Programma

Vettore $\otimes$ Vettore $\mapsto$ Matrice

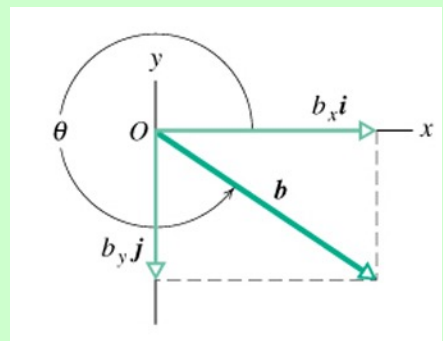
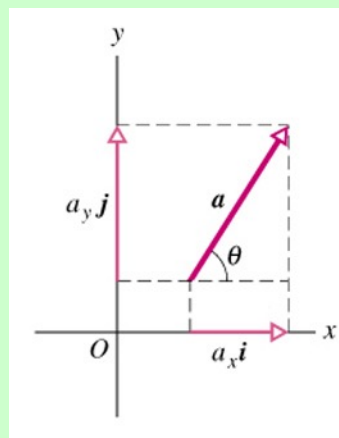
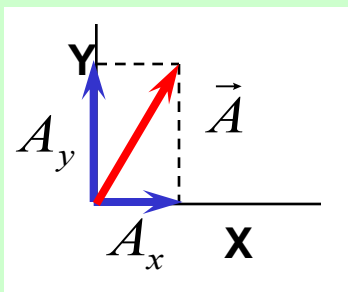
Somma di vettori

■ metodo grafico:

[regola del parallelogramma]



$$\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j}$$



attenzione agli angoli !!!

■ metodo algebrico:

La somma di vettori può essere fatta

componente per componente (se in rappresentazione cartesiana)

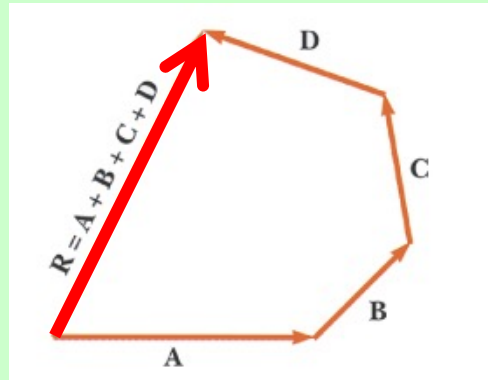
$$\begin{aligned}\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} &= (a_x + b_x)\vec{i} + (a_y + b_y)\vec{j} \\ &= (a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j}) + (b_x \mathbf{i} + b_y \mathbf{j})\end{aligned}$$

esempio:

$$A(3,2) + B(2,-3) = C(3+2, 2-3) = C(5,-1)$$

Somma di più vettori

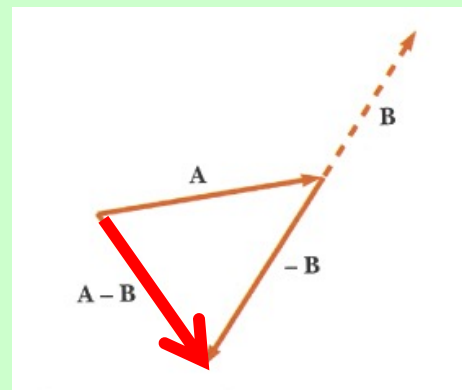
$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D} = ?$$



- vettore risultante **R**: completa poligono formato da vettori che si sommano
- **R** è disegnato da coda primo vettore a punta ultimo vettore

Sottrazione di vettori

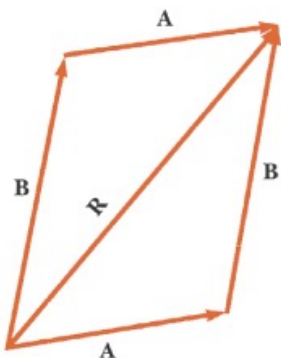
$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$



Proprietà somma di vettori

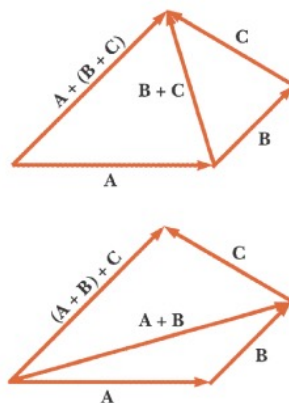
commutativa:

$$A + B = B + A$$



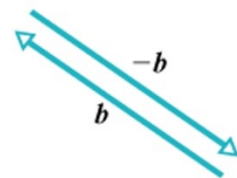
associativa:

$$A + (B + C) = (A + B) + C$$



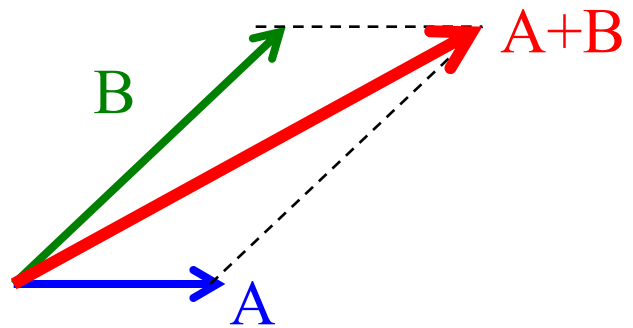
opposto:

$$B + (-B) = 0$$

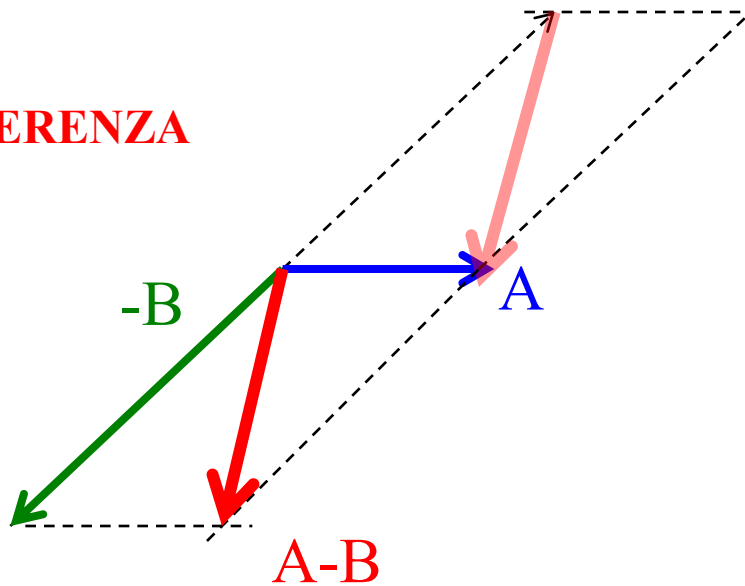


Attenzione alle diagonali del parallelogrammo !!!

SOMMA



DIFFERENZA



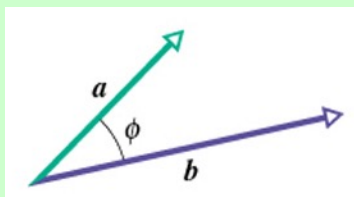
Prodotto semplice $\Rightarrow$ ha come risultato un **vettore**

In coordinate cartesiane o polari:

- $V(a, b)$ oppure $V(|V|, \theta)$

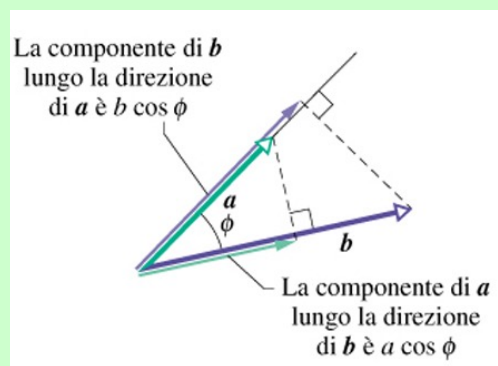
- $\alpha V = V'(\alpha a, \alpha b) = V'(\alpha |V|, \theta) \quad \alpha = \text{numero reale}$

Prodotto scalare $\Rightarrow$ ha come risultato uno **scalare**



$$c = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = ab \cos \phi$$

geometricamente è il prodotto tra modulo del primo vettore e proiezione del secondo lungo la direzione del primo



N.B. $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$ tra due vettori **ortogonali** ($\phi = 90^\circ$)

$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = ab$ tra due vettori **paralleli** concordi ($\theta = 0^\circ$)

$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = -ab$ tra due vettori **paralleli** discordi ($\theta = 180^\circ$)

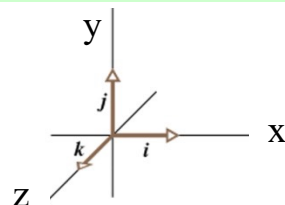
proprietà commutativa $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$

proprietà distributiva $\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{C}$

versori coordinati

$$\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{j} = \vec{k} \cdot \vec{k} = 1$$

$$\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{i} \cdot \vec{k} = \vec{j} \cdot \vec{k} = 0$$



$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

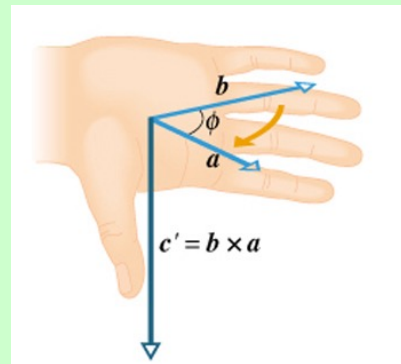
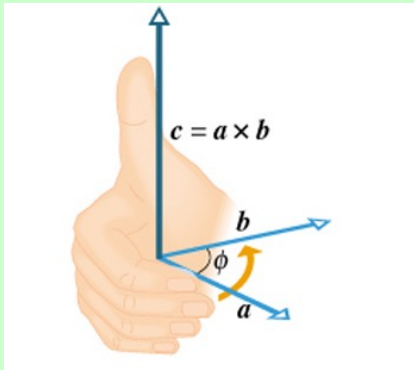
$$\vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = a_x a_x + a_y a_y + a_z a_z = a^2$$

Prodotto vettoriale $\Rightarrow$ ha come risultato un **vettore**

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B} = \mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$$

Modulo	$\mapsto$	$ \mathbf{C} = \mathbf{A}\mathbf{B} \sin \phi $
Direzione	$\mapsto$	ortogonale al piano individuato da $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$
Verso	$\mapsto$	regola mano destra



con le dita della mano destra si fa girare il vettore $\mathbf{A}$ verso il vettore $\mathbf{B}$

$\Rightarrow$ il pollice indica la direzione del vettore $\mathbf{C}$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -\mathbf{B} \times \mathbf{A}$$

N.B. $|\mathbf{A} \times \mathbf{B}| = AB$ tra due vettori **ortogonali** ($\phi=90^\circ$)

$|\mathbf{A} \times \mathbf{B}| = 0$ tra due vettori **paralleli** ($\theta=0^\circ, 180^\circ$)

$$\Rightarrow |\mathbf{A} \times \mathbf{A}| = 0$$

versori coordinati

$$\vec{i} \times \vec{i} = \vec{j} \times \vec{j} = \vec{k} \times \vec{k} = 0$$

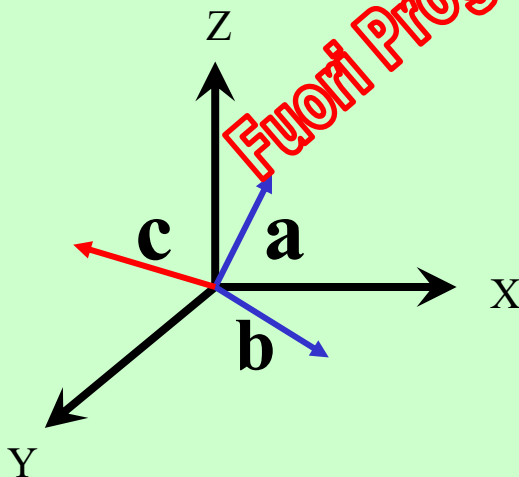
$$\vec{i} \times \vec{j} = -\vec{j} \times \vec{i} = \vec{k}$$

$$\vec{k} \times \vec{i} = -\vec{i} \times \vec{k} = \vec{j}$$

prodotto vettoriale in 3 dimensioni:

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

$$\vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}$$



$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}) \times (b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k})$$

$$= a_x \vec{i} \times b_x \vec{i} + a_x \vec{i} \times b_y \vec{j} + a_x \vec{i} \times b_z \vec{k} + \dots$$

**proprietà
distributiva**

$$= (a_y b_z - b_y a_z) \vec{i} + (a_z b_x - b_z a_x) \vec{j} + (a_x b_y - b_x a_y) \vec{k}$$

posso sfruttare la regola del **determinante**:

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

proprietà del prodotto vettoriale:

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) \quad \text{ciclo i termini}$$

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c}) \vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b}) \vec{c}$$

