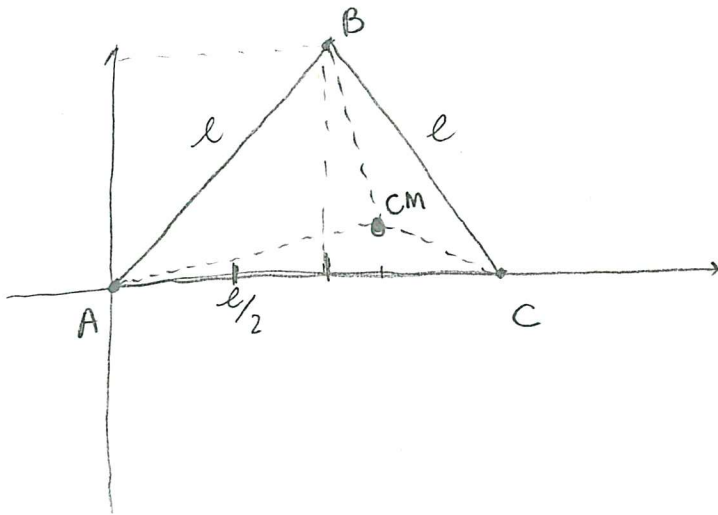


CENTRO DI MASSA

Siano dati $m_A = 1 \text{ kg}$, $m_B = 3 \text{ kg}$ e $m_C = 4 \text{ kg}$ posti ai vertici di un triangolo equilatero. Determinare la posizione del centro di massa.
 $l = 2$

Soluzione



$$y_B = \sqrt{l^2 - \frac{l^2}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}l^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}l$$

$$\begin{aligned} A(0,0) \\ B(1, \sqrt{3}) \\ C(2,0) \end{aligned}$$

$$M = \sum_i m_i = 1 + 3 + 4 = 8 \text{ kg}$$

$$X_{CM} = \frac{m_A x_A + m_B x_B + m_C x_C}{M} = \frac{0 + 3 + 8}{8} = \frac{11}{8} = 1.4$$

$$Y_{CM} = \frac{m_A y_A + m_B y_B + m_C y_C}{M} = \frac{0 + 3\sqrt{3} + 0}{8} = \frac{3}{8}\sqrt{3} = 0.7$$

MOTO DEL CENTRO DI MASSA

Una particella di $m_1 = 2 \text{ kg}$ ha una velocità $\vec{v}_1 = 2\hat{i} - 3\hat{j} \text{ m/s}$ e una particella di $m_2 = 3 \text{ kg}$ ha una velocità $\vec{v}_2 = \hat{i} + 6\hat{j} \text{ m/s}$. Trovare la velocità del centro di massa e la quantità di moto totale del sistema.

Soluzione

$$\vec{v}_{cm} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2} =$$

$$= \frac{2 \text{ kg} [2\hat{i} - 3\hat{j} \text{ m/s}] + 3 \text{ kg} [\hat{i} + 6\hat{j} \text{ m/s}]}{2 \text{ kg} + 3 \text{ kg}} =$$

$$= \frac{(4\hat{i} - 6\hat{j}) \cancel{\text{kg}} \text{ m/s} + (3\hat{i} + 18\hat{j}) \cancel{\text{kg}} \text{ m/s}}{5 \cancel{\text{kg}}} =$$

$$= \frac{7\hat{i} + 12\hat{j}}{5} \text{ m/s} = 1.4\hat{i} + 2.4\hat{j} \text{ m/s}$$

$$|\vec{v}_{cm}| = \sqrt{(1.4)^2 + (2.4)^2} = 2.8 \text{ m/s}$$

$$\begin{aligned} \vec{p}_{cm} &= (m_1 + m_2) \vec{v}_{cm} = (2 + 3) \text{ kg} \cdot (1.4\hat{i} + 2.4\hat{j}) \text{ m/s} = \\ &= 5 \cdot (1.4\hat{i} + 2.4\hat{j}) \text{ kg m/s} = 7\hat{i} + 12\hat{j} \text{ kg m/s} \end{aligned}$$

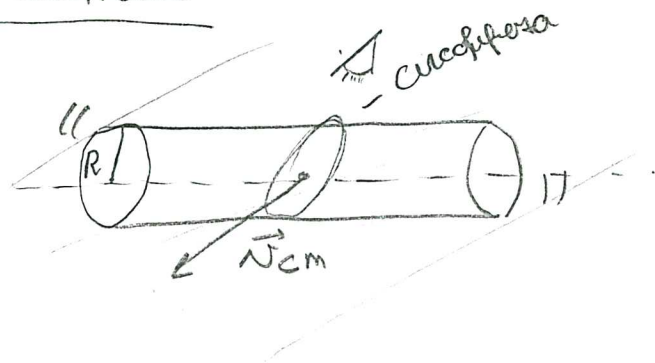
$$|\vec{p}_{cm}| = \sqrt{7^2 + 12^2} = 13.9 \text{ kg m/s}$$

ROTAZIONE CORPO RIGIDO

Un cilindro di massa $M = 10 \text{ kg}$ rotola senza strisciare su una superficie orizzontale. Ad un certo istante il suo centro di massa ha una velocità di 10 m/s . Determinare:

- L'energia cinetica traslazionale del centro di massa
- L'energia cinetica rotazionale rispetto al CM
- L'energia cinetica totale.

Soluzione



$$K_{\text{trans}} = \frac{1}{2} M |\vec{v}_{\text{cm}}|^2 = 0.5 \cdot 10 \text{ kg} \cdot 100 \text{ m}^2/\text{s}^2 = 500 \text{ J}$$

$$\omega = \frac{v_{\text{cm}}}{R} \quad ; \quad I_{\text{cm}} = \frac{1}{2} M R^2$$

$$\begin{aligned} K_{\text{rot}} &= \frac{1}{2} I_{\text{cm}} \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} M \cancel{R^2} \cdot \frac{v_{\text{cm}}^2}{\cancel{R^2}} = \\ &= M v_{\text{cm}}^2 = \frac{1}{4} 10 \text{ kg} \cdot 100 \text{ m}^2/\text{s}^2 = 250 \text{ J} \end{aligned}$$

$$K_{\text{TOT}} = K_{\text{tra}} + K_{\text{rot}} = 500 \text{ J} + 250 \text{ J} = 750 \text{ J}$$