

2° PARZIALE - FISICA I per SCIENZE GEOLOGICHE
A.A. 2020/21, 26 marzo 2021

ESERCIZIO 1 – FLUIDI

Un corpo di volume $V = 50 \text{ cm}^3$ contiene al suo interno una cavità di volume pari a $v = 2 \text{ cm}^3$. Quando la cavità viene interamente riempita di piombo (di densità $\rho_{\text{Pb}} = 11.3 \text{ gr/cm}^3$) ed il corpo viene posto in acqua, esso resta in equilibrio senza sprofondare, rimanendo totalmente immerso.

- Determinare la spinta di Archimede e la massa M del corpo;
- Se la cavità viene interamente riempita d'acqua, determinare la percentuale α della parte immersa del corpo.

ESERCIZIO 2 – TEMPERATURA/CALORE

Un cubetto di ferro (Fe) di massa $m_{\text{Al}} = 0.1 \text{ kg}$ alla temperatura iniziale $T_{\text{Fe}} = 8^\circ \text{C}$ è immerso in 1 kg di acqua (H_2O) alla temperatura $T_{\text{H}_2\text{O}} = 60^\circ \text{C}$. Sapendo che il sistema è isolato, determinare

- la temperatura di equilibrio T_{eq} del sistema;
- il calore Q_{Fe} scambiato dal cubetto di ferro.

$[c_{\text{Fe}} = 450 \text{ J/(kg } ^\circ\text{C)}; c_{\text{H}_2\text{O}} = 4190 \text{ J/(kg } ^\circ\text{C)}]$

ESERCIZIO 3 – TRASFORMAZIONI TERMODINAMICHE

Si consideri una mole di gas ideale monoatomico inizialmente a volume $V_A = 1 \text{ l}$ e pressione $P_A = 2 \text{ atm}$. Il gas subisce un **raffreddamento isocoro** fino allo stato B, seguito da un'**espansione isobara** a pressione $P_B = 6.3 \cdot 10^4 \text{ Pa}$, fino al volume $V_C = 2 \text{ l}$. Infine, il gas torna allo stato A mediante una trasformazione **adiabatica**.

- Disegnare il grafico della trasformazione nel piano (P, V) e determinare le variabili termodinamiche (P, V, T) degli stati A, B e C.
- Determinare la variazione di energia interna, il lavoro ed il calore scambiato con l'ambiente per i tre rami di trasformazioni e per l'intero ciclo.

[Nota : $R = 8.31 \text{ J/moleK}$]

RECUPERO – PREREQUISITI

In un piano cartesiano ortogonale XY si considerino il vettore $\vec{v} = \mathbf{i} + \mathbf{j}$ e il vettore $\vec{w}$, simmetrico di $\vec{v}$ rispetto all'asse X. Dopo aver disegnato $\vec{v}$ e $\vec{w}$ nel piano cartesiano, determinare:

il vettore somma $\vec{v} + \vec{w}$ e il vettore differenza $\vec{v} - \vec{w}$ in modulo, direzione e verso e rappresentarli nel piano cartesiano;

RECUPERO - CINEMATICA

Una palla viene lanciata dal suolo verso l'alto con un angolo $\theta = 45^\circ$ rispetto all'orizzontale e velocità in modulo pari a $v_0 = 20 \text{ m/s}$.

Determinare il tempo impiegato per raggiungere la quota massima e la quota massima raggiunta.

RECUPERO - DINAMICA

Un corpo di massa $M = 10 \text{ kg}$ è posto su un piano scabro. I coefficienti di attrito, statico e dinamico rispettivamente, valgono $\mu_s = 0.25$ e $\mu_d = 0.2$.

Calcolare la forza minima per muovere il corpo e la forza minima per mantenerlo in moto.

Se sul corpo viene appoggiato un secondo corpo di massa M, come variano le forze precedenti?

RECUPERO ENERGIA-LAVORO

Un corpo di massa $M = 10 \text{ kg}$ è posto su un piano scabro con coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0.2$.

Se una forza orizzontale pari a $F = 100 \text{ N}$ spinge il corpo per un tratto $S = 10 \text{ m}$, calcolare il lavoro fatto dalla forza e la velocità finale del corpo.

SCRIVERE IN MODO CHIARO. GIUSTIFICARE I PROCEDIMENTI. SOSTITUIRE I VALORI NUMERICI SOLO ALLA FINE. NON SCORDARE LE UNITA' DI MISURA.

Testi, soluzioni ed esiti alla pagina: www.mi.infn.it/~sleoni

SOLUZIONE – FLUIDI

- a) All'equilibrio, il peso totale del sistema, uguale alla somma del peso del corpo cavo e di quello del materiale con cui è riempita la cavità, è uguale in modulo alla spinta di Archimede, pari al peso di un volume d'acqua uguale al volume immerso:

$$F_A = V \rho g = 5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 9.8 \text{ m/s}^2 = 0.49 \text{ N}$$

Detti V il volume del corpo, M la sua massa, v il volume della cavità e ρ la densità dell'acqua, si ha quindi

$$V \rho g = M g + v \rho_{\text{Pb}} g$$

da cui

$$M = V \rho - v \rho_{\text{Pb}} = 0.027 \text{ kg} = 27 \text{ gr}$$

- b) Detta α la frazione della parte immersa quando la cavità è riempita d'acqua, si ha

$$\alpha V \rho = M + v \rho$$

e quindi

$$\alpha = (M + v \rho) / (V \rho) = 0.58$$

SOLUZIONE – TEMPERATURA/CALORE

a) All'equilibrio abbiamo $Q_{\text{Fe}} = -Q_{\text{H}_2\text{O}}$, cioè

$$m_{\text{Fe}} \cdot c_{\text{Fe}} \cdot (T_{\text{eq}} - T_{\text{Fe}}) = -m_{\text{H}_2\text{O}} \cdot c_{\text{H}_2\text{O}} \cdot (T_{\text{eq}} - T_{\text{H}_2\text{O}})$$

da cui

$$T_{\text{eq}}(m_{\text{Fe}} \cdot c_{\text{Fe}} + m_{\text{H}_2\text{O}} \cdot c_{\text{H}_2\text{O}}) = m_{\text{Fe}} \cdot c_{\text{Fe}} \cdot T_{\text{Fe}} + m_{\text{H}_2\text{O}} \cdot c_{\text{H}_2\text{O}} \cdot T_{\text{H}_2\text{O}}$$

$$T_{\text{eq}} = \frac{m_{\text{Fe}} \cdot c_{\text{Fe}} \cdot T_{\text{Fe}} + m_{\text{H}_2\text{O}} \cdot c_{\text{H}_2\text{O}} \cdot T_{\text{H}_2\text{O}}}{m_{\text{Fe}} \cdot c_{\text{Fe}} + m_{\text{H}_2\text{O}} \cdot c_{\text{H}_2\text{O}}}$$

$$T_{\text{eq}} = \frac{0.1 \text{ kg} \cdot 450 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 8^\circ\text{C} + 1 \text{ kg} \cdot 4190 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 60^\circ\text{C}}{0.1 \text{ kg} \cdot 450 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} + 1 \text{ kg} \cdot 4190 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}} = 59.5^\circ\text{C}$$

b) Il calore scambiato dal cubetto di ferro sarà

$$Q_{\text{Fe}} = m_{\text{Fe}} \cdot c_{\text{Fe}} \cdot (T_{\text{eq}} - T_{\text{Fe}}) = 0.1 \text{ kg} \cdot 450 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot (59.5^\circ\text{C} - 8^\circ\text{C}) = 2317.5 \text{ J}$$

SOLUZIONE – TRASFORMAZIONI TERMODINAMICHE

a) Le coordinate termodinamiche degli stati A, B e C sono le seguenti:

Stato A

$$p_A = 2 \text{ atm} = 2 \times 1.013 \times 10^5 \text{ Pa} = 2.026 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$V_A = 1 \text{ l} = 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$T_A = p_A V_A / (nR) = 24.4 \text{ K}$$

Stato B

$$p_B = 6.3 \times 10^4 \text{ Pa}$$

$$V_B = V_A = 1 \text{ l} = 10^{-3} \text{ m}^3$$

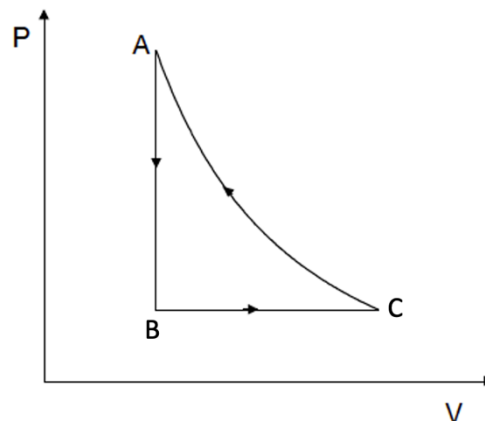
$$T_B = p_B V_B / (nR) = 7.6 \text{ K}$$

Stato C

$$p_C = p_B = 6.3 \times 10^4 \text{ Pa}$$

$$V_C = 2 \text{ l} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$T_C = p_C V_C / (nR) = 15.2 \text{ K}$$



b) Calcolo ΔE_{int} , L e Q per i tre rami di trasformazione

Trasformazione AB (isocora)

$$L_{AB} = 0$$

$$\Delta E_{\text{int}} = Q_{AB} = n c_V \Delta T = 3/2 R (T_B - T_A) = -209.4 \text{ J}$$

Trasformazione BC (isobara)

$$L_{BC} = p_B (V_C - V_B) = p_B V_B = 63 \text{ J}$$

$$Q_{BC} = n c_P \Delta T = 5/2 R (T_C - T_B) = 157.9 \text{ J}$$

$$\Delta E_{\text{int}} = Q_{BC} - L_{BC} = 94.9 \text{ J}$$

Trasformazione CA (adiabatica)

$$Q_{CA} = 0$$

$$\Delta E_{\text{int}} = n c_V \Delta T = 3/2 R (T_A - T_C) = 114.7 \text{ J}$$

$$L_{CA} = -\Delta E_{\text{int}} = -114.7 \text{ J}$$

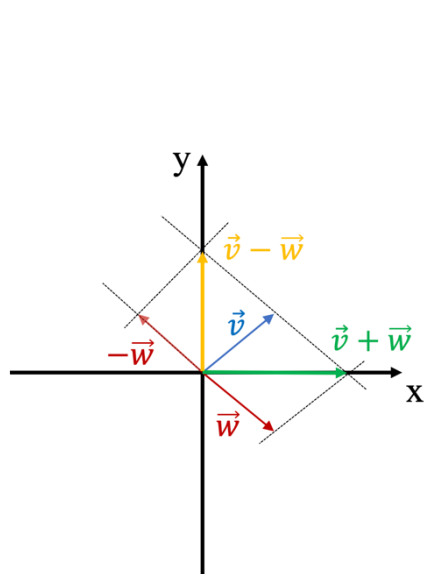
Per l'intero ciclo:

$$Q = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} = -51.5 \text{ J}$$

$$L = L_{AB} + L_{BC} + L_{CA} = -51.7 \text{ J}$$

$$\Delta E_{\text{int}} = \Delta E_{\text{int AB}} + \Delta E_{\text{int BC}} + \Delta E_{\text{int CA}} = 0 \quad (\text{entro le approssimazioni decimali})$$

SOLUZIONE RECUPERO – PREREQUISITI



Il vettore $\vec{w}$, simmetrico di $\vec{v}$ rispetto all'asse X ha coordinate

$$\vec{w} = \mathbf{i} - \mathbf{j}$$

quindi

$$\vec{v} + \vec{w} = (1 + 1)\mathbf{i} + (1 - 1)\mathbf{j} = 2\mathbf{i}$$

con direzione asse X, verso positivo e modulo 2 e

$$\vec{v} - \vec{w} = (1 - 1)\mathbf{i} + (1 + 1)\mathbf{j} = 2\mathbf{j}$$

con direzione asse Y, verso positivo e modulo 2.

SOLUZIONE RECUPERO – CINEMATICA

La palla raggiunge la massima quota quando la componente verticale v_y della velocità è nulla, cioè quando:

$$v_y = v_{0y} - gt = 0$$

da cui si ricava:

$$t = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0 \sin \theta}{g} = \frac{20 \times \sqrt{2} / 2 \text{ m/s}}{9.8 \text{ m/s}^2} = 1.4 \text{ s}$$

La quota massima si ottiene dalla legge del moto lungo y, per $t = v_{0y}/g$:

$$\begin{aligned} y &= y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \\ &= 0 + v_{0y} \frac{v_{0y}}{g} - \frac{1}{2}g \left(\frac{v_{0y}}{g} \right)^2 \\ &= \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g} \\ &= \frac{(20 \text{ m/s})^2 (\sqrt{2}/2)^2}{2 \times 9.8 \text{ m/s}^2} = 10.2 \text{ m} \end{aligned}$$

SOLUZIONE RECUPERO – DINAMICA

Per muovere il corpo è necessario applicare una forza pari o superiore alla forza di attrito statico, che nel nostro caso è pari a

$$F_s = \mu_s Mg = 24.5 \text{ N.}$$

Successivamente, per mantenere il corpo in moto è necessario applicare una forza pari o superiore alla forza di attrito dinamico, che nel nostro caso vale

$$F_d = \mu_d Mg = 19.6 \text{ N.}$$

Quando sul corpo viene appoggiato il secondo corpo la forza normale alla superficie corrisponde al peso totale dei due corpi, ovvero le forze minime precedenti raddoppiano, assumendo i valori

$$F_s = 49 \text{ N e } F_d = 39.2 \text{ N.}$$

SOLUZIONE RECUPERO – ENERGIA- LAVORO

- a) La forza F è parallela allo spostamento e dunque abbiamo $L = F \cdot S = 1000 \text{ J}$.

Il lavoro compiuto dalla forza F in parte si trasforma in energia cinetica del corpo ed in parte viene dissipato in calore, ovvero usato per fare lavoro contro la forza di attrito.

L'energia cinetica finale del corpo è quindi data da

$$T = \frac{1}{2} M v^2 = (F - F_d) S$$

e la sua velocità finale è pari a

$$v = [2T/M]^{1/2} = [2 (F - F_d)S/M]^{1/2} = 12.7 \text{ m/s}$$