

1° PARZIALE - FISICA I per SCIENZE GEOLOGICHE
A.A. 2022/2023, 15 Febbraio 2023

ESERCIZIO 1 – PREREQUISITI

Si considerino i vettori: $\vec{a} = \mathbf{i} + 5\mathbf{j}$; $\vec{b} = 3\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$; $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$; $\vec{d} = 3\vec{c}$. Determinare:

- a) le coordinate e il modulo dei vettori $\vec{c}$ e $\vec{d}$ e tracciarli sul piano cartesiano XY;

Il prodotto scalare $\vec{a} \cdot \vec{e} = 25$. Sapendo che l'angolo tra i due vettori è $\theta = 30^\circ$, determinare:

- b) il modulo del vettore $\vec{e}$.
-

ESERCIZIO 2 - CINEMATICA

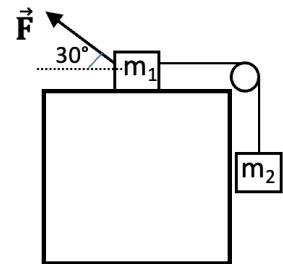
Una macchina parte da ferma su una strada rettilinea, accelera con accelerazione costante pari a $1.3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ fino a raggiungere una velocità di $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. A questo punto l'auto viaggia per 2.7km a velocità costante, per poi decelerare per 10s fino a fermarsi completamente. Determinare:

- a) quanto tempo l'auto rimane in movimento;
b) quanto spazio percorre in totale;
c) FACOLTATIVO: tracciare il grafico spazio-tempo e il grafico velocità-tempo.
-

ESERCIZIO 3 – DINAMICA

Due oggetti di massa $m_1 = 3 \text{ kg}$ e $m_2 = 4 \text{ kg}$ sono collegate tra loro da una fune di massa trascurabile, come illustrato in figura. Alla massa m_1 è applicata una forza $\vec{F}$ di modulo 12 N , inclinata di $\theta = 30^\circ$ rispetto all'orizzontale. Sapendo che m_1 poggia su un piano scabro con coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0.4$ e che m_1 si muove da sinistra verso destra:

- a) Tracciare il diagramma delle forze che agiscono sui singoli corpi m_1 e m_2 e determinare le componenti x e y della forza peso, della forza $\vec{F}$ e della forza di attrito dinamico che agiscono sul corpo 1;
b) Calcolare la tensione della fune e l'accelerazione del sistema.



ESERCIZIO 4 – LAVORO-ENERGIA

Si consideri un piano inclinato di $\theta = 45^\circ$ rispetto all'orizzontale, **liscio** e di lunghezza $l = 3\text{m}$. Una pallina di $m=5\text{kg}$ parte dalla sommità di questo con una velocità iniziale $v_i = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Dopo aver raggiunto la base del piano inclinato, la pallina percorre un tratto di piano scabro con coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0.2$. Determinare:

- a) la velocità della pallina alla base del piano inclinato;
b) quanto spazio percorre la pallina prima di fermarsi completamente;

SCRIVERE IN MODO CHIARO. GIUSTIFICARE I PROCEDIMENTI. SOSTITUIRE I VALORI NUMERICI SOLO ALLA FINE. NON SCORDARE LE UNITA' DI MISURA. Testi, soluzioni ed esiti alla pagina: www.mi.infn.it/~sleoni

SOLUZIONE 1 - PREREQUISITI

$$\vec{a} = i + 5j$$

$$\vec{b} = 3i - 4j$$

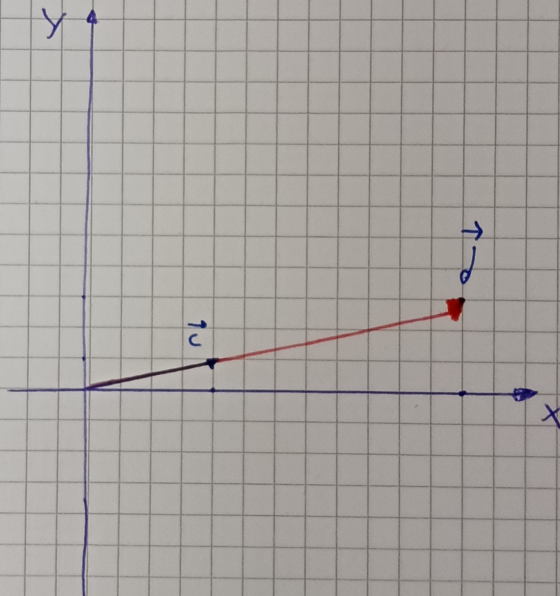
coordinate e modulo di $\vec{c}$ e $\vec{d}$

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = (1+3)i + (5-4)j = 4i + j$$

$$|\vec{c}| = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{16 + 1} = \sqrt{17}$$

$$\vec{d} = 3\vec{c} = 3(4i + j) = 12i + 3j$$

$$|\vec{d}| = \sqrt{12^2 + 3^2} = \sqrt{153}$$



Il prodotto scalare $\vec{a} \cdot \vec{e} = |\vec{a}| \cdot |\vec{e}| \cos \theta$

dove $\vec{a} \cdot \vec{e} = 25$, $\theta = 30^\circ$ e $|\vec{a}| = \sqrt{1^2 + 5^2} = \sqrt{26}$

Da qui segue

$$|\vec{e}| = \frac{\vec{a} \cdot \vec{e}}{|\vec{a}| \cos \theta} = \frac{25}{\sqrt{26} \cos(30^\circ)} = 5.7$$

SOLUZIONE 2 – CINEMATICA

Inizialmente l'auto si muove di moto uniformemente accelerato. Poiché sappiamo che la **velocità iniziale dell'auto è nulla** e che il valore dell'accelerazione è pari ad $a_1 = 1.3 \frac{m}{s^2}$, possiamo calcolare il tempo che la macchina impiega a raggiungere la velocità di $60 \frac{km}{h}$:

(ATTENZIONE: $60 \frac{km}{h} = 16.6 \frac{m}{s}$):

$$t_1 = \frac{v}{a_1} = \frac{16.6 \frac{m}{s}}{1.3 \frac{m}{s^2}} = 12.8 s$$

è possibile ora calcolare anche lo spazio percorso dall'auto in questo primo tratto caratterizzato da moto uniformemente accelerato:

$$x_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = \frac{1}{2} \left(1.3 \frac{m}{s^2} \right) (12.8 s)^2 = 106.5 m$$

A questo punto l'auto si muove di moto rettilineo uniforme viaggiando a **velocità costante di $60 \frac{km}{h}$** per $x_2 = 2.7 km$, impiegando:

$$t_2 = \frac{x_2}{v} = \frac{2700 m}{16.6 \frac{m}{s}} = 162.7 s$$

Nell'ultimo tratto la macchina decelera uniformemente per $t_3 = 10 s$ fino a fermarsi completamente. Utilizzando l'equazione

$$v = v_i + at$$

siamo in grado di calcolare l'accelerazione della macchina in questo ultimo tratto di strada. Infatti, considerando che la **velocità finale della macchina è nulla e che quella iniziale è $60 \frac{km}{h}$** ,

$$a_3 = \frac{v_f - v_i}{t_3} = \frac{-v_i}{t_3} = \frac{-16.6 \frac{m}{s}}{10 s} = -1.66 \frac{m}{s^2}$$

L'accelerazione è negativa poiché la macchina sta decelerando.

Ora è infine possibile calcolare lo spazio percorso in quest'ultimo tratto:

$$x_3 = v_i t_3 + \frac{1}{2} a_3 t_3^2 = 16.6 \frac{m}{s} (10 s) + \frac{1}{2} \left(-1.66 \frac{m}{s^2} \right) (10 s)^2 = 83 m$$

L'auto rimane in movimento per:

$$t_{tot} = t_1 + t_2 + t_3 = 12.8 s + 162.7 s + 10 s = 185.5 s$$

e percorre:

$$x_{tot} = x_1 + x_2 + x_3 = 106.5 m + 2700 m + 83 m = 2889.5 m$$

SOLUZIONE 3 DINAMICA

comp 1

$$F_p = m_1 g = 29.4 \text{ N}$$

$$F_x = F \cos \theta = 6\sqrt{3} \text{ N}$$

$$F_y = F \sin \theta = 6 \text{ N}$$

$$F_A = \mu \cdot N = \mu (m_1 g - F \sin \theta) = 9.4 \text{ N}$$

$$(N + F \sin \theta - m_1 g = 0 \rightarrow N = m_1 g - F \sin \theta)$$

$$b) \quad \begin{cases} F \cos \theta + F_A - T = -m_1 a \\ T - m_2 g = -m_2 a \end{cases}$$

$$\begin{cases} T = F \cos \theta + F_A + m_1 a \\ T = m_2 g - m_2 a \end{cases}$$

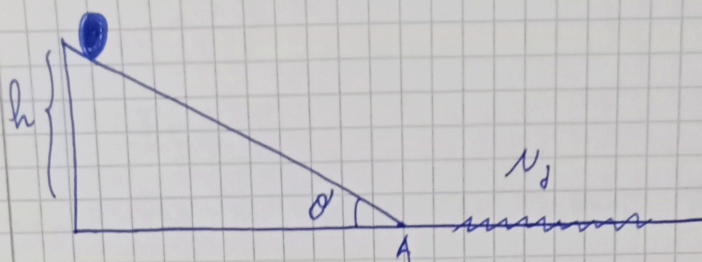
$$\rightarrow F \cos \theta + F_A + m_1 a = m_2 g - m_2 a$$

$$m_1 a + m_2 a = m_2 g - F \cos \theta - F_A$$

$$a = \frac{m_2 g - F \cos \theta - F_A}{m_1 + m_2} = 2.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$T = m_2 (g - a) = 28 \text{ N}$$

SOLUZIONE 4 - LAVORO ENERGIA



Il piano inclinato è liscio, quindi non presenta attrito.

Per calcolare la velocità della pallina alla base del piano inclinato (A) usiamo la conservazione dell'energia meccanica:

$$E_{m,f} = E_{m,i}$$

$$\frac{1}{2} m v_i^2 + mgh = \frac{1}{2} m v_A^2$$

$$\text{dove } h = l \sin \theta = 3 \text{ m} \cdot \sin(45^\circ) = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$v_A^2 = v_i^2 + 2gh$$

$$v_A = \sqrt{v_i^2 + 2gh} = \sqrt{v_i^2 + 2gl \sin \theta} = 6,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Per calcolare lo spazio percorso sul tratto di piano scabro, applichiamo il teorema dell'energia cinetica

$$\Delta K = L$$

Il lavoro sarà quello compiuto dalla forza d'attrito.

$$L_A = -\mu \cdot \frac{N \cdot d}{1} = -\mu \cdot mg \cdot d$$

Quindi

$$K_f - K_i = L_A$$

$$-\frac{1}{2} m v_A^2 = -\mu mg d$$

$$d = \frac{v_A^2}{2\mu g} = 11,8 \text{ m}$$