

I° PARZIALE - FISICA I per SCIENZE GEOLOGICHE
A.A. 2019/2020, 13 Febbraio 2020

ESERCIZIO 1 – PREREQUISITI

- a) Disegnare nel piano cartesiano (x,y) un quadrato con centro nell'origine e $L = 2 \text{ m}$ e definire le componenti (x,y) dei vettori **a** dal centro al vertice del quadrato nel 1° quadrante, **b** dal centro al vertice del quadrato nel 4° quadrante, **c** dal centro al punto medio del lato che attraversa il 2° e il 3° quadrante;
- b) Calcolare il vettore somma $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$;
- c) Calcolare il prodotto scalare $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ e l'angolo tra i vettori **a** e **b**.

ESERCIZIO 2 – CINEMATICA

Una freccia viene tirata orizzontalmente in direzione del centro **P** del bersaglio, con velocità $\mathbf{v} = 10 \text{ m/s}$. Dopo $t = 0.3 \text{ s}$, la freccia colpisce il punto **Q** che si trova sul bordo del bersaglio, sulla verticale che passa per il centro **P** e al di sotto del centro. Determinare:

- a) Le componenti v_x e v_y della velocità della freccia quando colpisce il bersaglio e l'angolo θ di inclinazione della freccia rispetto all'orizzontale;
- b) La distanza tra il centro **P** ed il punto **Q** e la distanza **d** a cui si trova il tiratore;

ESERCIZIO 3 – DINAMICA

Un corpo di massa $\mathbf{m}_1 = 250 \text{ g}$ scende lungo un piano inclinato di $\theta = 60^\circ$ rispetto all'orizzontale ed è collegato tramite una fune ed una carrucola ad un corpo di massa $\mathbf{m}_2$ libero di muoversi verticalmente. Il piano è scabro con coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0.2$. Sapendo che il sistema si muove con velocità costante, determinare:

- a) l'accelerazione **a** del sistema;
- b) la massa $\mathbf{m}_2$ e la tensione della fune **T**.

Facoltativo: determinare $\mathbf{m}_2$ quando $\mathbf{m}_1$ sale lungo il piano, sempre con velocità costante.

ESERCIZIO 4 – LAVORO-ENERGIA

Una pallina di massa $\mathbf{m} = 0.1 \text{ kg}$ comprime una molla di costante elastica $\mathbf{k} = 300 \text{ N/m}$ posta su un piano orizzontale liscio seguito da una salita priva di attrito. Determinare:

- a) la compressione **x** della molla tale per cui la pallina si fermi ad un'altezza $\mathbf{h} = 1 \text{ m}$ e la velocità **v** della pallina al momento del distacco dalla molla;
- b) il lavoro $\mathbf{L_p}$ compiuto dalla forza peso lungo tutto il percorso.

SCRIVERE IN MODO CHIARO. GIUSTIFICARE I PROCEDIMENTI. SOSTITUIRE I VALORI NUMERICI SOLO ALLA FINE. NON SCORDARE LE UNITA' DI MISURA. Testi, soluzioni ed esiti alla pagina: www.mi.infn.it/~sleoni

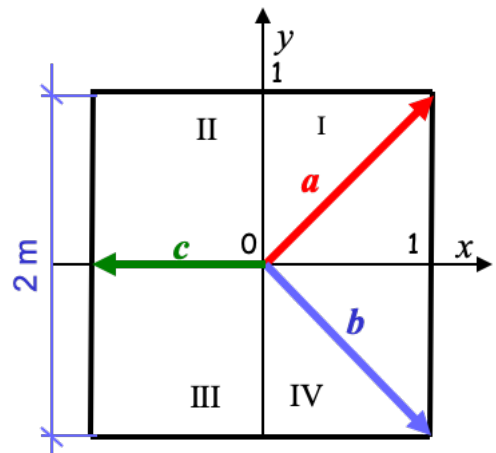
SOLUZIONE 1 – PREREQUISITI

a) Le componenti dei vettori sono le seguenti:

$$\mathbf{a} = (1, 1) \text{ m}$$

$$\mathbf{b} = (1, -1) \text{ m}$$

$$\mathbf{c} = (-1, 0) \text{ m}$$



b) Le componenti del vettore somma si possono ottenere utilizzando il metodo algebrico, di somma dei vettori:

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} = (1 + 1 - 1, 1 - 1 + 0) \text{ m} = (1, 0) \text{ m}$$

c) Il prodotto scalare tra i vettori $\mathbf{a}$ e $\mathbf{b}$ è pari a:

$$\mathbf{a} \bullet \mathbf{b} = a_x b_x + a_y b_y = (1 - 1) \text{ m}^2 = 0$$

I due vettori sono perpendicolari ($\theta = 90^\circ$)

SOLUZIONE 2 – CINEMATICA

- a)** Si indichino con $(x_i, y_i) = (0, h)$ le coordinate iniziali della freccia e con $(x_f, y_f) = (0, 0)$ le coordinate finali.

Le componenti iniziali della velocità sono $(v_{x0}, v_{y0}) = (10, 0)$ m/s.

L'accelerazione subita dalla freccia è la pura accelerazione di gravità di componenti $(a_x, a_y) = (0, -9.8)$ m/s².

La freccia compie una traiettoria parabolica secondo le leggi del moto del proiettile.

Sapendo che il tempo di volo della freccia è pari a $t = 0.3$ s, la velocità finale è data da:

$$v_x = v_{x0} = 10 \text{ m/s}$$

$$v_y = v_{y0} - gt = -9.8 \text{ m/s}^2 \times 0.3 \text{ s} = -2.9 \text{ m/s}$$

L'angolo di inclinazione della freccia, rispetto all'orizzontale, è pari a:

$$\theta = \text{tg}^{-1} (v_y / v_x) = -16^\circ$$

- b)** La distanza verticale PQ, pari ad h, si ottiene dall'equazione di moto del proiettile (moto rettilineo ed uniformemente accelerato) lungo la verticale:

$$y_f = h + v_{y0} t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$h = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} \times 9.8 \text{ m/s}^2 \times (0.3)^2 \text{ s}^2 = 0.44 \text{ m}$$

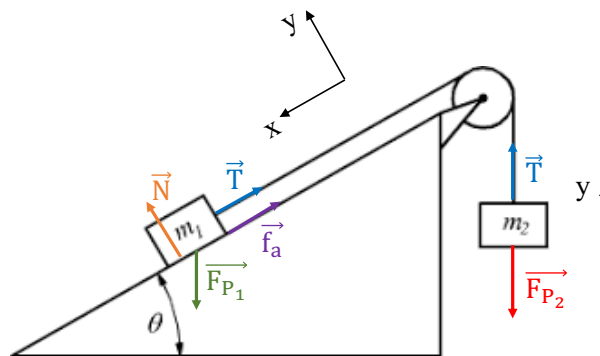
La distanza orizzontale a cui si trova il tiratore, d, si ottiene dall'equazione di moto del proiettile (moto rettilineo ed uniforme) lungo l'orizzontale:

$$d = x_0 + v_{0x} t = 10 \text{ m/s} \times 0.3 \text{ s} = 3 \text{ m}$$

SOLUZIONE 3 – DINAMICA

Trattandosi di due corpi collegati, è necessario considerare le equazioni di Newton per entrambi i corpi, considerando la stessa accelerazione in modulo:

$$\begin{aligned}\vec{F}_{P_1} + \vec{N} + \vec{T} + \vec{f}_a &= m_1 \vec{a} \\ \vec{F}_{P_2} + \vec{T} &= m_2 \vec{a}\end{aligned}$$



- a) Poiché il sistema si muove con velocità costante si ha:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a} = 0$$

- b) Considerate tutte le forze che agiscono su m_1 e m_2 e il sistema di riferimento mostrato in figura si ha:

$$\begin{cases} m_1 g \sin \theta - T - f_a = 0 \\ N - m_1 g \cos \theta = 0 \\ T - m_2 g = 0 \end{cases}$$

Dalla seconda equazione si ricava $N = m_1 g \cos \theta$, da cui

$$f_a = \mu_d m_1 g \cos \theta$$

Dalla terza equazione risulta $T = m_2 g$. Sostituendo T e f_a nella prima equazione si ottiene

$$m_1 g \sin \theta - m_2 g - \mu_d m_1 g \cos \theta = 0$$

ovvero

$$m_2 = m_1 (\sin \theta - \mu_d \cos \theta) = 0.25 \text{ kg} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 0.2 \cdot \frac{1}{2} \right) = 0.19 \text{ kg}$$

Infine

$$T = 0.19 \text{ kg} \cdot 9.8 \frac{m}{s^2} = 1.86 \text{ N}$$

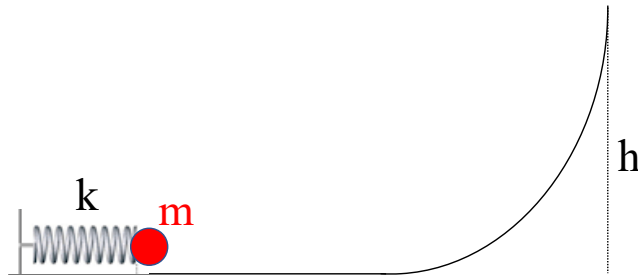
Quando m_1 sale lungo il piano, la forza di attrito cambia di segno, risultando opposta alla tensione della fune e concorde alla componente parallela della forza peso.

$$m_1 g \sin \theta - m_2 g + \mu_d m_1 g \cos \theta = 0$$

da cui

$$m_2 = m_1 (\sin \theta + \mu_d \cos \theta) = 0.25 \text{ kg} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 0.2 \cdot \frac{1}{2} \right) = 0.24 \text{ kg}$$

SOLUZIONE 4 – LAVORO-ENERGIA



- a) Per il teorema di conservazione dell'energia meccanica, tutta l'energia potenziale elastica verrà trasformata in energia potenziale gravitazionale quando la velocità della pallina è nulla ($E_{\text{kin}} = 0$). Pertanto

$$\frac{1}{2} kx^2 = mgh$$

da cui

$$x = \sqrt{\frac{2mgh}{k}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.1 \text{ kg} \cdot 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1 \text{ m}}{300 \frac{\text{N}}{\text{m}}}} = 0.08 \text{ m} = 8 \text{ cm}$$

Al momento del distacco dalla molla, tutta l'energia potenziale elastica verrà invece trasformata in energia cinetica. Pertanto

$$\frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} mv^2$$

da cui

$$v = x \sqrt{\frac{k}{m}} = 0.08 \text{ m} \cdot \sqrt{\frac{300 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{0.1 \text{ kg}}} = 4.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- b) Poiché la forza peso è una forza conservativa vale

$$L_P = -\Delta U_P = U_P^i - U_P^f$$

D'altra parte, sul piano orizzontale la forza peso non compie lavoro e all'inizio della salita $U_P^i = 0$.

Pertanto

$$L_P = -U_P^f = -mgh = -0.1 \text{ kg} \cdot 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1 \text{ m} = -0.98 \text{ J}$$