

1° PARZIALE - FISICA I per SCIENZE GEOLOGICHE
A.A. 2018/2019, 11 febbraio 2019

ESERCIZIO 1 – PREREQUISITI

In un piano cartesiano XY sono dati il vettore $\vec{a} = 2\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ e un vettore $\vec{b}$ giacente sull'asse X. Determinare:

- a) le coordinate di $\vec{b}$ sapendo che $\vec{a} + \vec{b} = -\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ e rappresentare $\vec{a}$ e $\vec{b}$ in XY;
 - b) il prodotto scalare $\vec{a} \cdot \vec{b}$ e l'angolo ϑ compreso tra $\vec{a}$ e $\vec{b}$.
-

ESERCIZIO 2 - CINEMATICA

Una palla viene lanciata dal suolo verso l'alto con un angolo $\vartheta = 45^\circ$ rispetto all'orizzontale e velocità in modulo pari a $v_0 = 10$ m/s.

Determinare:

- a) il tempo impiegato per raggiungere la quota massima;
 - b) la quota massima raggiunta;
 - c) l'angolo con il quale si sarebbe dovuta lanciare la palla per raggiungere l'altezza massima dal suolo ed il valore di tale altezza massima.
-

ESERCIZIO 3 – DINAMICA

Un blocco di massa $m = 10$ kg viene spinto, partendo dalla base, verso la sommità di un piano inclinato scabro, con coefficiente di attrito $\mu = 0.2$ ed inclinato di $\vartheta = 45^\circ$ rispetto all'orizzontale terrestre.

Determinare:

- a) la forza esercitata dal blocco sul piano inclinato, la forza esercitata dal piano inclinato sul blocco e la forza di attrito;
 - b) la forza che occorre esercitare sul blocco per farlo salire lungo il piano con velocità costante;
 - c) la forza che occorre esercitare sul blocco per farlo salire con accelerazione $100 = \text{cm/s}^2$.
-

ESERCIZIO 4 – LAVORO/ENERGIA

Un corpo di massa $m = 10$ kg viene lanciato con velocità $v = 3$ m/s lungo un piano liscio, inclinato di $\vartheta = 45^\circ$ rispetto al piano orizzontale terrestre, partendo dal punto A alla base del piano. Giunto al punto B, a quota $h = 30$ cm rispetto al piano terrestre, il corpo urta un altro corpo di massa uguale, in modo completamente anelastico.

Determinare:

- a) la velocità del corpo all'istante dell'urto;
 - b) la velocità dei due corpi immediatamente dopo l'urto;
 - c) la massima quota raggiunta dai due corpi dopo l'urto lungo il piano inclinato.
-

SCRIVERE IN MODO CHIARO. GIUSTIFICARE I PROCEDIMENTI. SOSTITUIRE I VALORI NUMERICI SOLO ALLA FINE. NON SCORDARE LE UNITA' DI MISURA.

Testi, soluzioni ed esiti alla pagina: www.mi.infn.it/~sleoni

ESERCIZIO 1 – PREREQUISITI

a) Il generico vettore $\vec{b}$ sarà

$$\vec{b} = x_b \vec{i}$$

pertanto

$$\vec{a} + \vec{b} = (2 + x_b)\vec{i} + (2 + 0)\vec{j} = (2 + x_b)\vec{i} + 2\vec{j} = -\vec{i} + 2\vec{j}$$

quindi

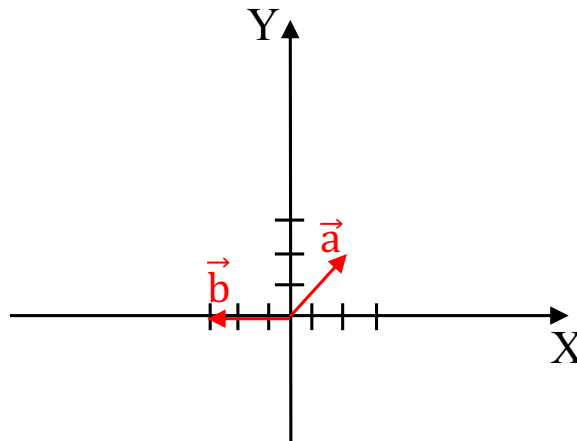
$$2 + x_b = -1$$

da cui

$$x_b = -3$$

ovvero

$$\vec{b} = -3\vec{i}$$



b) Il prodotto scalare è dato da

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot (-3) + 2 \cdot 0 = -6$$

Dalla definizione di prodotto scalare

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \vartheta$$

segue che

$$\cos \vartheta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

Nel caso in esame

$$|\vec{a}| = \sqrt{4 + 4} = 2\sqrt{2} \quad \text{e} \quad |\vec{b}| = 3$$

quindi

$$\vartheta = \cos^{-1} \left(-\frac{6}{6\sqrt{2}} \right) = \cos^{-1} \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 135^\circ$$

ESERCIZIO 2 - CINEMATICA

a) La palla raggiunge la massima quota quando la componente verticale v_y della velocità è nulla, cioè quando:

$$v_y = v_{0y} - gt = 0$$

da cui si ricava:

$$t = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0 \sin \theta}{g} = \frac{10 \times \sqrt{2} / 2 \text{ m/s}}{9.8 \text{ m/s}^2} = 0.7 \text{ s}$$

b) La quota massima si ottiene dalla legge del moto lungo y, per $t = v_{0y}/g$:

$$\begin{aligned} y &= y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \\ &= 0 + v_{0y} \frac{v_{0y}}{g} - \frac{1}{2}g \left(\frac{v_{0y}}{g} \right)^2 \\ &= \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g} \\ &= \frac{(10 \text{ m/s})^2 (\sqrt{2}/2)^2}{2 \times 9.8 \text{ m/s}^2} = 2.6 \text{ m} \end{aligned}$$

c) L'altezza massima raggiungibile si ottiene per $\theta = 90^\circ$ e corrisponde alla quota

$$y = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{(10 \text{ m/s})^2}{2 \times 9.8 \text{ m/s}^2} = 5.1 \text{ m}$$

ESERCIZIO 3 – DINAMICA

- a) Si scelga un sistema di assi cartesiani (x,y) con l'asse x parallelo al piano inclinato e verso positivo concorde con il moto (verso l'alto).
La forza esercitata dal blocco sul piano inclinato ha modulo pari alla componente della forza peso F_g normale al piano inclinato e risulta quindi pari a

$$\mathbf{F}_{\text{Blocco-Piano}} = - mg \cos 45^\circ \mathbf{j} = - 69.3 \text{ N } \mathbf{j}$$

In base al terzo principio della dinamica (azione e reazione), il piano esercita sul blocco una forza uguale e contraria, detta normale N, pari a

$$\mathbf{N} = + mg \cos 45^\circ \mathbf{j} = + 69.3 \text{ N } \mathbf{j}$$

La forza di attrito $\mathbf{F}_{\text{att}}$ è antiparallela al moto del blocco e ha modulo pari a μN .
Vale quindi

$$\mathbf{F}_{\text{att}} = - \mu N \mathbf{i} = - 13.9 \mathbf{i}$$

- b) Il blocco sale con velocità costante quando la risultante delle forze agenti sul blocco è nulla. La forza F che occorre applicare al blocco deve quindi bilanciare la componente della forza peso parallela al piano inclinato e la forza di attrito:

$$F - mg \sin 45^\circ - \mu N = 0$$

$$\mathbf{F} = + mg \sin 45^\circ + \mu N = + 83.2 \text{ N } \mathbf{i}.$$

- c) Il blocco sale con accelerazione $a = 100 \text{ cm/s}^2 = 1 \text{ m/s}^2$ quando la risultante delle forze agenti $\mathbf{R}$ delle forze agenti sul blocco è pari a

$$\mathbf{R} = m a \mathbf{i} = 10 \text{ kg} \times 1 \text{ m/s}^2 = + 10 \text{ N } \mathbf{i}$$

La forza F che occorre applicare al blocco deve quindi soddisfare la seguente relazione:

$$F - mg \sin 45^\circ - \mu N = 10 \text{ N}$$

$$\mathbf{F} = (+ mg \sin 45^\circ + \mu N + 10) \text{ N } \mathbf{i} = 93.2 \text{ N } \mathbf{i}$$

ESERCIZIO 4 – LAVORO/ENERGIA

- a) Nel caso proposto, l'unica forza che compie lavoro è la forza peso che è conservativa. E' quindi possibile applicare il principio di conservazione dell'energia meccanica, da cui segue

$$\begin{aligned}K_A + U_A &= K_B + U_B \\ \frac{1}{2}mv_A^2 + 0 &= \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh \\ \frac{1}{2}mv_B^2 &= \frac{1}{2}mv_A^2 - mgh \\ &= 45J - 29.4J = 15.6J\end{aligned}$$

La velocità del corpo in B, all'istante dell'urto, è quindi pari a

$$v_B = \sqrt{\frac{2K_B}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 15.6J}{10kg}} = 1.8 \text{ m/s}$$

- b) Essendo un urto completamente anelastico, la velocità v_{fin} dei due corpi (uniti dopo l'urto) si ottiene dalla conservazione della quantità di moto:

$$\begin{aligned}mv_{in} &= (m+m) v_{fin} \\ v_{fin} &= v_{in}/2 = 0.9 \text{ m/s}\end{aligned}$$

- c) La quota massima h_C , raggiunta sul piano inclinato dai due corpi uniti dopo l'urto anelastico, si ottiene nuovamente applicando il principio di conservazione dell'energia meccanica:

$$\begin{aligned}K_{fin} + U_B &= K_C + U_C \\ \frac{1}{2}2mv_{fin}^2 + 2mgh_B &= 0 + 2mgh_C \\ h_C &= \frac{1}{2} \frac{v_{fin}^2}{g} + h_B = 0.34 \text{ m}\end{aligned}$$