

**2° PARZIALE - FISICA I per SCIENZE GEOLOGICHE**  
**A.A. 2017/2018, 4 Aprile 2018**

---

**ESERCIZIO 1 – CdM e URTI**

Un corpo puntiforme **A** di massa  $m_A=500$  g parte da fermo dalla sommità di un piano inclinato liscio di altezza  $h=0.3$  m ed inclinato di  $\theta=30^\circ$  rispetto all'orizzontale. Al termine della discesa, il corpo **A** urta in modo completamente anelastico un corpo puntiforme **B** di massa  $m_B=1$  kg fermo alla base del piano inclinato. I due corpi proseguono quindi lungo un tratto rettilineo privo di attrito. Si determinino:

- a) le coordinate del centro di massa  $C = (x_C, y_C)$  prima che il corpo **A** inizi la discesa;
- b) la velocità del centro di massa  $v_C$  appena prima dell'urto;
- c) l'energia meccanica  $E_{mec}$  dopo l'urto

---

**ESERCIZIO 2 - FLUIDI**

Un cubo di lato  $L = 20$  cm viene immerso in acqua. Il cubo galleggia con 1/3 del suo volume immerso.

Si determinino:

- a) la densità  $\rho_C$  del materiale di cui è costituito il corpo;
- b) l'intensità  $F_{app}$  della forza che deve essere applicata dall'esterno per mantenere il corpo completamente immerso in acqua.

---

**ESERCIZIO 3 – TERMODINAMICA**

Una mole di un gas perfetto monoatomico compie un ciclo, partendo dallo stato iniziale **A** avente pressione  $p_A = 5$  atm e volume  $V_A = 2$  litri. Il ciclo è costituito dalle seguenti trasformazioni: **AB** - isoterma, con  $p_B = 2$  atm e  $V_B = 5$  litri; **BC** - isobara, con  $V_C = 1$  litro e **CA** in cui la pressione aumenta linearmente con il volume fino a tornare nello stato iniziale.

- a) si disegni il ciclo in un diagramma ( $V, p$ ) e si calcoli il lavoro compiuto dal gas nelle tre trasformazioni **AB**, **BC** e **CA**;
- b) si calcoli la quantità di calore scambiata dal gas (specificando se è assorbito o ceduto dal gas) e la variazione di energia interna nelle trasformazioni **AB**, **BC**, **CA** e nell'intero ciclo.

[N.B.  $R = 8.31$  J/Kmole  $\approx 0.082$  l atm /K mol]

---

**RECUPERI**

**PREREQUISITI:** Dati i vettori spostamento  $\vec{a} = (3\vec{i} + 2\vec{j})m$ ,  $\vec{b} = (-3\vec{i} + 3\vec{j})m$ ,  $\vec{c} = (2\vec{i} - 1\vec{j})m$  dopo averli disegnati nel piano cartesiano ( $x, y$ ), determinare il vettore spostamento totale

$\vec{s} = (\vec{a} + \vec{b} - \vec{c})$ , disegnarlo nel piano cartesiano e darne il modulo. Calcolare il prodotto scalare con il vettore  $\vec{F} = (4\vec{i} + 3\vec{j})N$ .

**CINEMATICA:** Un corpo viene lanciato orizzontalmente con velocità  $v = 0.8$  m/s da un gradino alto  $d = 1$  m. Determinare il tempo di volo del corpo e la distanza orizzontale a cui atterra.

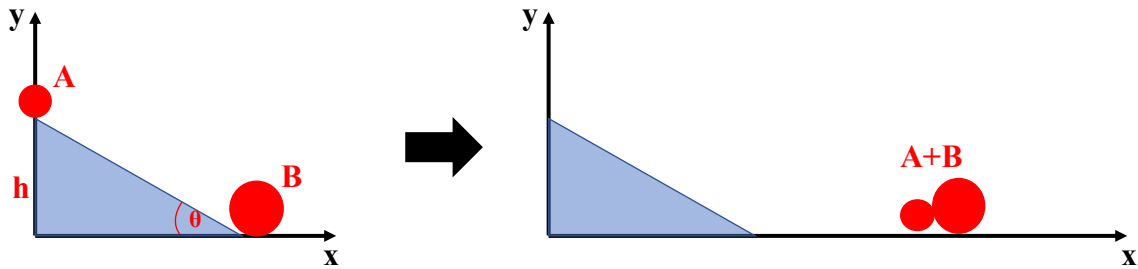
**DINAMICA:** Determinare la normale **N** e la tensione **T** di una fune che trattiene un corpo di massa **M** = 1 kg, su un piano liscio ed inclinato di un angolo  $\theta = 45^\circ$ .

**LAVORO-ENERGIA:** Un corpo puntiforme **A** di massa  $m=0.3$  kg si muove su un piano liscio, con velocità  $v = 3$  m/s e urta contro una molla di costante  $k = 1000$  N/m. Determinare la massima compressione **d** della molla.

---

**SCRIVERE IN MODO CHIARO. GIUSTIFICARE I PROCEDIMENTI. SOSTITUIRE I VALORI NUMERICI SOLO ALLA FINE. NON SCORDARE LE UNITA' DI MISURA.**  
Testi, soluzioni ed esiti alla pagina: [www.mi.infn.it/~sleoni](http://www.mi.infn.it/~sleoni)

## SOLUZIONE 1 – CdM e URTI



a) Le coordinate dei punti A e B sono:

$$A(0, h) \text{ e } B\left(\frac{h}{\tan \theta}, 0\right)$$

Le coordinate del centro di massa sono quindi:

$$x_C = \frac{x_A m_A + x_B m_B}{m_A + m_B} = \frac{x_B m_B}{m_A + m_B} = \frac{h \cdot m_B}{\tan \theta \cdot (m_A + m_B)} = \frac{0.3 \text{ m} \cdot 1 \text{ kg}}{\tan 30^\circ \cdot (0.5 \text{ kg} + 1 \text{ kg})} = 0.4 \text{ m}$$

$$y_C = \frac{y_A m_A + y_B m_B}{m_A + m_B} = \frac{y_A m_A}{m_A + m_B} = \frac{h \cdot m_A}{m_A + m_B} = \frac{0.3 \text{ m} \cdot 0.5 \text{ kg}}{0.5 \text{ kg} + 1 \text{ kg}} = 0.1 \text{ m}$$

b) Per determinare la velocità del centro di massa prima dell'urto si deve calcolare la velocità del corpo A alla fine della discesa. E' possibile utilizzare il teorema di conservazione dell'energia meccanica:

$$m_A g h = \frac{1}{2} m_A v_A^2$$

$$v_A = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.3 \text{ m}} = 2.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

La velocità del centro di massa sarà:

$$v_C = \frac{v_A m_A + v_B m_B}{m_A + m_B} = \frac{v_A m_A}{m_A + m_B} = \frac{2.4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0.5 \text{ kg}}{0.5 \text{ kg} + 1 \text{ kg}} = 0.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

c) Dopo l'urto i due corpi rimangono attaccati e l'energia meccanica sarà solo energia cinetica. Per determinare la velocità del sistema A+B dopo l'urto, uso il teorema di conservazione della quantità di moto:

$$m_A v_A = (m_A + m_B) v_{AB}$$

$$v_{AB} = \frac{v_A m_A}{m_A + m_B} \equiv v_C = 0.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Pertanto:

$$E_{\text{mecc}} \equiv K = \frac{1}{2} (m_A + m_B) v_{AB}^2 = 0.5 \cdot (0.5 \text{ kg} + 1 \text{ kg}) \cdot \left(0.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 0.5 \text{ J}$$

## SOLUZIONE 2 – FLUIDI

**a)** Perché il corpo galleggi sull'acqua la forza peso  $F_g$  deve eguagliare la spinta di Archimede  $F_A$ . Mentre la forza peso agisce su tutta la massa  $m$  del corpo, la spinta di Archimede agisce solo sulla massa  $m_f$  di fluido spostato

$$mg = m_f g$$

$$\rho_C V g = \rho_{H_2O} V_f g = \rho_{H_2O} \frac{1}{3} V g$$

da cui si ricava

$$\rho_C = \frac{1}{3} \rho_{H_2O} \approx \frac{1}{3} 10^3 \frac{kg}{m^3} = 333 \frac{kg}{m^3}$$

**b)** Perché il corpo rimanga sommerso completamente in acqua è necessario applicare una forza  $F_{app}$  diretta verticalmente verso il basso tale che

$$\vec{F}_{app} + \vec{F}_g + \vec{F}_A = 0$$

$$-F_{app} - F_g + F_A = 0$$

da cui si ricava

$$F_{app} = F_A - F_g = m_f g - mg = (m_f - m)g$$

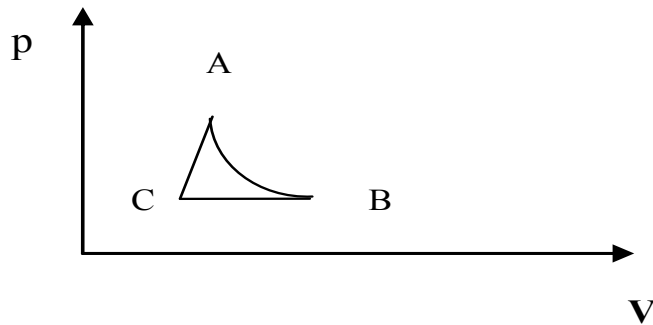
In questo caso la massa di fluido spostato corrisponde al volume occupato dall'intero corpo, ora completamente immerso:

$$F_{app} = (m_f - m)g = (\rho_{H_2O} V - \rho_C V)g = (\rho_{H_2O} - \rho_C)Vg$$

$$= (\rho_{H_2O} - \frac{1}{3} \rho_{H_2O})L^3 g = \frac{2}{3} \rho_{H_2O} L^3 g$$

$$\approx \frac{2}{3} \times 10^3 \frac{kg}{m^3} \times (0.2m)^3 \times 9.8 \frac{m}{s^2} \approx 52N$$

#### SOLUZIONE 4 – TERMODINAMICA



La trasformazione AB è isoterma pertanto

$$T_A = T_B = p_A V_A / nR = 122 \text{ K}$$

Il lavoro associato è pari a:

$$L_{AB} = nRT_A \ln (V_B/V_A) = 929 \text{ J.}$$

Poiché in un diagramma di questo tipo il lavoro compiuto dal gas nelle trasformazioni è pari all'area delimitata dalle trasformazioni stesse e dall'asse V, tra lo stato iniziale e quello finale,

$$L_{BC} = p_B (V_C - V_B) = - 810 \text{ J}$$

$$L_{CA} = (p_A + p_C) (V_A - V_C) / 2 = 355 \text{ J.}$$

**b) Poiché AB è isoterma**

$$Q_{AB} = L_{AB} = 929 \text{ J (assorbito)}$$

$$\Delta E_{AB} = 0 \text{ J.}$$

La temperatura in C è data da:

$$T_C = p_C V_C / nR = 24.4 \text{ K}$$

$$Q_{BC} = n c_p (T_C - T_B) = - 2028 \text{ J (ceduto)}$$

$$\Delta E_{BC} = n c_v (T_C - T_B) = - 1217 \text{ J (ceduto)}$$

$$\Delta E_{CA} = n c_v (T_A - T_C) = 1217 \text{ J (assorbito)}$$

$$Q_{CA} = \Delta E_{CA} + L_{CA} = 1572 \text{ J (assorbito)}$$

Per l'intero ciclo si ottiene:

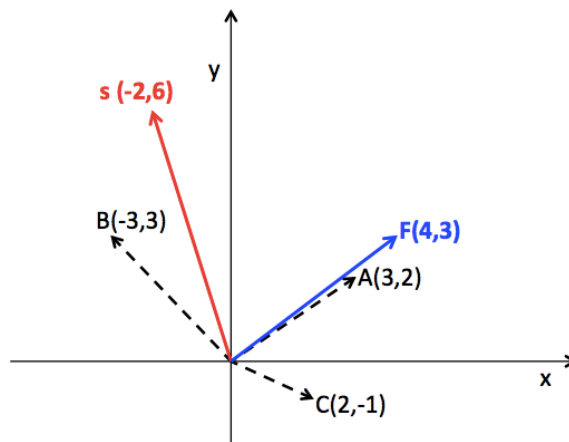
$$Q_{\text{ciclo}} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} = 473 \text{ J}$$

$$L_{\text{ciclo}} = L_{AB} + L_{BC} + L_{CA} = 474 \text{ J}$$

$$\Delta E_{\text{ciclo}} = \Delta E_{AB} + \Delta E_{BC} + \Delta E_{CA} = 0 \text{ J}$$

## RECUPERI

### PREREQUISITI



Il vettore spostamento  $s$  si può calcolare per componenti:

$$\begin{aligned}\vec{s} &= (\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}) \\ &= (+3 - 3 - 2)\vec{i} + (2 + 3 + 1)\vec{j} \\ &= -2\vec{i} + 6\vec{j}\end{aligned}$$

I moduli di  $s$  e  $F$  valgono:

$$|\vec{s}| = \sqrt{(-2)^2 + 6^2} = 6.3$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{(4)^2 + 3^2} = 5$$

da cui segue che il prodotto scalare è pari a:

$$\begin{aligned}L &= \vec{F} \cdot \vec{s} \\ &= F_x s_x + F_y s_y = 10\end{aligned}$$

---

### CINEMATICA

Il corpo segue una traiettoria data dalle leggi di moto del proiettile:

$$x(t) = x_0 + v_x t$$

$$y(t) = y_0 + v_y t - \frac{1}{2} g t^2$$

ove le coordinate e la velocità del corpo in corrispondenza del gradino sono pari a  $(0,0)$  e  $(v,0)$ .

Dalle equazioni precedenti è possibile ricavare il tempo di volo e la distanza  $D$ :

$$-d = -\frac{1}{2} g t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2d}{g}} = 0.5 s$$

$$D = vt = 0.4 m$$

## DINAMICA

Perché il corpo sia in equilibrio, la risultante delle forze applicate al corpo deve essere nulla, pertanto:

$$\vec{F} = \vec{F}_g + \vec{T} + \vec{N} = 0$$

ove  $F_g$ ,  $T$  ed  $N$  sono la forza peso, la tensione della fune e la normale al piano.

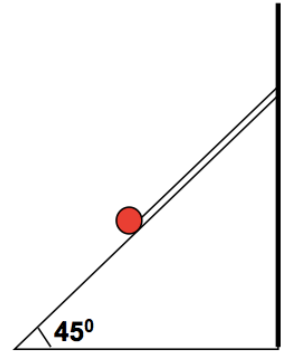
Prendendo un sistema di assi cartesiani con  $x$  parallelo al piano e  $y$  perpendicolare, si ottiene:

$$\begin{cases} mg \sin \theta - T = 0 \\ -mg \cos \theta + N = 0 \end{cases}$$

Da cui segue:

$$T = mg \sin \theta = 6.9 \text{ N}$$

$$N = mg \cos \theta = 6.9 \text{ N}$$



---

## LAVORO-ENERGIA

La massima compressione  $d$  della molla si ottiene dal principio di conservazione dell'energia meccanica:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kd^2$$

$$d = \sqrt{\frac{m}{k}} v = 0.05 \text{ m}$$