

PRE-APPELLO - FISICA I per SCIENZE GEOLOGICHE
A.A. 2017/2018, 9 luglio 2018

ESERCIZIO 1 – PREREQUISITI

Siano dati in un piano cartesiano ortogonale XY i vettori $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j}$ e $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{j}$. Determinare:

- a) le coordinate di $\vec{v} = \vec{a} + \vec{b}$ e $\vec{w} = \vec{a} - \vec{b}$;
- b) i moduli di $\vec{v}$, $\vec{w}$ e rappresentare i vettori $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ in XY;
- c) l'angolo θ tra i vettori $\vec{v}$ e $\vec{w}$ (si sfruttino le proprietà del prodotto scalare tra due vettori).

ESERCIZIO 2 – MECCANICA

Un proiettile di $m = 100$ g viene sparato contro un blocco di legno di massa 1.2 kg. Il proiettile si ferma nel blocco e dopo l'urto il sistema proiettile-blocco si muove con velocità pari a 2 m/s su un piano orizzontale e perfettamente liscio, per un tratto $L = 5$ m, fino ad incontrare una molla di costante elastica $k = 200$ N/m. Calcolare:

- a) la velocità del proiettile prima dell'urto;
- b) la velocità del sistema proiettile-blocco alla fine del tratto L ;
- c) la massima compressione della molla.

ESERCIZIO 3 - FLUIDI

Una cisterna cilindrica di altezza $H = 3$ m e raggio $R = 1$ m è piena d'acqua e poggia al suolo.

All'altezza $h = 0.3$ m dal suolo è presente un foro circolare di raggio $r = 1$ cm dal quale fuoriesce uno zampillo. Si calcoli:

- a) la velocità, in modulo direzione e verso, dello zampillo d'acqua all'uscita dal foro, facendo le opportune approssimazioni;
- b) il tempo impiegato dallo zampillo a toccare il terreno;
- c) la distanza orizzontale a cui lo zampillo d'acqua tocca il terreno.

ESERCIZIO 4 - TERMODINAMICA

Due moli di gas perfetto monoatomico alla temperatura $T_A = 100$ K compiono il seguente ciclo termodinamico:

- trasformazione isobara da **A** a **B** con $P_A = 3 \cdot 10^5$ Pa e $V_B = 2V_A$;
- trasformazione lineare da **B** a **C** con $P_C = \frac{1}{4} P_B$;
- trasformazione isocora da **C** a **D** con **D** $\equiv$ **A**.

- a) si disegni il ciclo termodinamico nel piano PV;
- b) si determinino le coordinate termodinamiche nei punti **A**, **B**, **C**;
- c) si determinino il lavoro compiuto dal gas e la variazione di energia interna nell'intero ciclo.

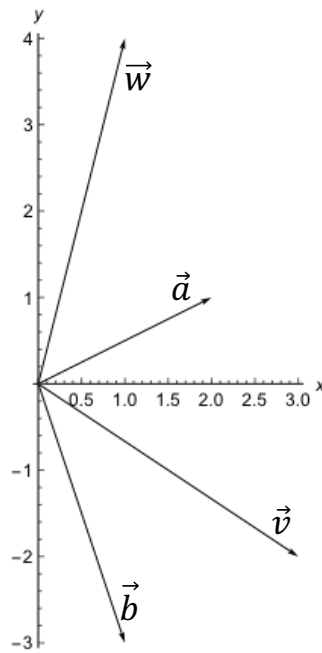
[Nota: $R = 8.31$ J/Kmole]

SCRIVERE IN MODO CHIARO. GIUSTIFICARE I PROCEDIMENTI. SOSTITUIRE I VALORI NUMERICI SOLO ALLA FINE. NON SCORDARE LE UNITA' DI MISURA.
Testi, soluzioni ed esiti alla pagina: www.mi.infn.it/~sleoni

SOLUZIONE 1 – PREREQUISITI

a) $\vec{v} = \vec{a} + \vec{b} = (2 + 1)\mathbf{i} + (1 - 3)\mathbf{j} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$
 $\vec{w} = \vec{a} - \vec{b} = (2 - 1)\mathbf{i} + (1 + 3)\mathbf{j} = \mathbf{i} + 4\mathbf{j}$

b) $|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13} = 3.6$
 $|\vec{w}| = \sqrt{w_x^2 + w_y^2} = \sqrt{1 + 16} = \sqrt{17} = 4.1$



c) $\vec{v} \cdot \vec{w} = v_x w_x + v_y w_y = 3 - 8 = -5$

$$\vec{v} \cdot \vec{w} = |\vec{v}| |\vec{w}| \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{v} \cdot \vec{w}}{|\vec{v}| |\vec{w}|} = -\frac{5}{(3.6 \cdot 4.1)} = -0.34$$

$$\theta = \cos^{-1}(-0.34) = 109.88^\circ$$

SOLUZIONE 2 – MECCANICA

a) Nell'urto, di tipo perfettamente anelastico, si conserva la quantità di moto del sistema.

Pertanto

$$v_{ip} m_p + v_{ib} m_b = (m_p + m_b) v_f$$

con v_{ip} = velocità iniziale del proiettile, v_{ib} = velocità iniziale del blocco, v_f = velocità finale del sistema (blocco + proiettile), m_p e m_b = sono le masse, rispettivamente del proiettile e del blocco.

La velocità del proiettile prima dell'urto risulta quindi :

$$v_{ip} = (m_p + m_b) v_f / m_p$$

Sostituendo i valori numerici si ottiene

v_{ip} risulta 26 m/s.

b) La velocità del sistema blocco-proiettile, alla fine del tratto L liscio e orizzontale è la medesima, appena dopo l'urto.

c) La massima compressione della molla (x_{max}) si ha in corrispondenza all'arresto del sistema (blocco + proiettile). Per la conservazione dell'energia si ha :

$$\frac{1}{2} k x_{max}^2 = \frac{1}{2} (m_p + m_b) v_f^2$$

da cui si ricava che $x_{max} = 0.16$ m.

SOLUZIONE 3 – FLUIDI

- a) Utilizzando l'equazione di continuità è possibile valutare il rapporto v_1/v_2 fra le velocità del fluido in corrispondenza della sezione superiore A_1 (di raggio R) della cisterna e all'uscita dal foro (di sezione A_2 e raggio r):

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$v_1/v_2 = A_2/A_1 = (r/R)^2 = 10^{-4}$$

La velocità v_1 del pelo dell'acqua della cisterna è quindi trascurabile rispetto alla velocità v_2 di deflusso dal foro.

La velocità di deflusso dal foro è diretta orizzontalmente e ha modulo v_2 che può essere ottenuto applicando il teorema di Bernoulli:

$$p_o + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g H = p_o + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h$$

$$v_2 = \sqrt{2g(H-h)} = \sqrt{2 \times 9.8 \text{ m/s}^2 \times (3-0.3) \text{ m}} = 7.3 \text{ m/s}$$

- b) Dopo la fuoriuscita dal foro ogni goccia d'acqua segue una traiettoria parabolica (moto del proiettile). Il tempo impiegato a toccare il suolo si ottiene dalla equazione della traiettoria in y :

$$y(t) = y_0 + v_{oy} t - \frac{1}{2} g t^2 = h - \frac{1}{2} g t^2 = 0$$

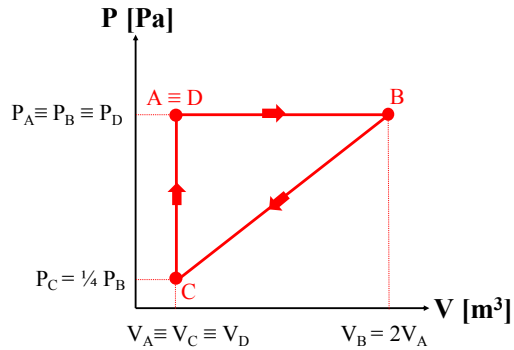
$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 0.25 \text{ s}$$

- c) La distanza orizzontale si ottiene dall'equazione della traiettoria in x :

$$x(t) = x_0 + v_{ox} t = 0 + v_2 t = 7.3 \text{ m/s} \times 0.25 \text{ s} = 1.83 \text{ m}$$

SOLUZIONE 4 – TERMODINAMICA

a)



b) $T_A = 100 \text{ K}$

$$P_A = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$V_A = \frac{nRT_A}{P_A} = \frac{2 \text{ mol} \cdot 8.31 \text{ J/Kmol} \cdot 100 \text{ K}}{3 \cdot 10^5 \text{ Pa}} = 5.54 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$T_B = \frac{P_B V_B}{nR} = 2 \frac{P_A V_A}{nR} = 2T_A = 200 \text{ K}$$

$$P_B = P_A = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$V_B = 2V_A = 11.08 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$T_C = \frac{P_C V_C}{nR} = \frac{1}{4} \frac{P_A V_A}{nR} = \frac{1}{4} T_A = 25 \text{ K}$$

$$P_C = \frac{1}{4} P_B = \frac{1}{4} P_A = 7.5 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

$$V_C = V_A = 5.54 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

c) $L_{TOT} = L_{AB} + L_{BC} + L_{CD}$

$$L_{AB} = P_B (V_B - V_A) = P_A (2V_A - V_A) = P_A V_A = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 5.54 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 1662 \text{ J}$$

$$L_{BC} = \frac{1}{2} (P_C + P_B) (V_C - V_B) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} P_A + P_A \right) (V_A - 2V_A) = -\frac{5}{8} P_A V_A = -\frac{5}{8} L_{AB} = -1038.75 \text{ J}$$

$$L_{CD} = 0 \text{ J}$$

$$L_{TOT} = 1662 \text{ J} - 1038.75 \text{ J} = 623.25 \text{ J}$$

$$T_D \equiv T_A \Rightarrow \Delta E = 0$$