

APPELLO - FISICA I per SCIENZE GEOLOGICHE
A.A. 2019/2020, 8 Aprile 2020

ESERCIZIO 1 – PREREQUISITI

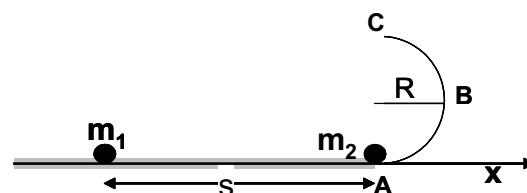
- a) Dati i vettori spostamento $\mathbf{A} = 5\mathbf{i} + 5\mathbf{j}$, $\mathbf{B} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$, dopo averli disegnati nel piano cartesiano (x,y), calcolare il vettore differenza $\mathbf{S} = \mathbf{A} - \mathbf{B}$, il modulo di $\mathbf{S}$, l'angolo ϕ di inclinazione rispetto all'asse orizzontale x. Disegnare $\mathbf{S}$ nel piano cartesiano.
- b) Calcolare il prodotto scalare tra i vettori $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$.

ESERCIZIO 2 – MECCANICA

Un corpo di massa $m_1 = 2\text{ kg}$ si muove su un piano orizzontale scabro, con coefficiente di attrito dinamico $\mu = 0.1$, partendo con velocità $v_0 = 10\text{ m/s}$. Dopo avere percorso un tratto $s = 1\text{ m}$ urta in modo completamente anelastico un corpo di massa $m_2 = 20\text{ g}$. Dopo l'urto i due corpi proseguono il loro moto lungo una guida verticale perfettamente liscia e semi-circolare, di raggio $R = 1\text{ m}$, come mostrato in figura.

Determinare:

- a) energia cinetica e velocità del corpo m_1 alla fine del tratto S ;
- b) la velocità dei corpi dopo l'urto nei punti A e B, specificando la direzione ed il verso.



ESERCIZIO 3 – FLUIDI

Un cubo di lato $L = 20\text{ cm}$ è completamente immerso in acqua. Sapendo che la densità del cubo è **doppia** rispetto a quella dell'acqua, determinare:

- a) la spinta di Archimede $\vec{S}$ e la forza peso $\vec{P}$ in modulo, direzione e verso;
- b) la minima forza esterna $\vec{F}_{\text{ext}}$, in modulo, direzione e verso, necessaria per portare il cubo in superficie.

ESERCIZIO 4 – TERMODINAMICA

Una mole di un gas perfetto **monoatomico** passa dallo stato iniziale **A**, di pressione $p_A = 8 \cdot 10^3\text{ N/m}^2$ e volume $V = 1000\text{ litri}$, allo stato finale **D** compiendo le seguenti trasformazioni reversibili:

A→**B** isobara con $V_B = 3 V_A$;

B→**C** isoterma con $p_C = p_B/2$.

C→**D** isocora con $p_D = p_A$.

- a) Si rappresentino le tre trasformazioni nel piano pV , si calcolino le temperature T_A , T_B , T_C e T_D e la **quantità di calore totale** scambiata passando dallo stato **A** allo stato **D**;
- b) Si calcoli il **lavoro svolto** e la **variazione di energia** interna del gas nel passaggio da **A** a **D**.

[$R = 8.31\text{ J/Kmole} = 0.082\text{ l atm /K mol}$)]

SCRIVERE IN MODO CHIARO. GIUSTIFICARE I PROCEDIMENTI. SOSTITUIRE I VALORI NUMERICI SOLO ALLA FINE. NON SCORDARE LE UNITA' DI MISURA.

Testi, soluzioni ed esiti alla pagina: www.mi.infn.it/~sleoni

ESERCIZIO 1 – PREREQUISITI

Il vettore differenza **S** si può calcolare per componenti:

$$\begin{aligned}\mathbf{S} &= \mathbf{A} - \mathbf{B} = (A_x - B_x)\mathbf{i} + (A_y - B_y)\mathbf{j} \\ \mathbf{S} &= (5 - 2)\mathbf{i} + (5 + 3)\mathbf{j} = 3\mathbf{i} + 8\mathbf{j}\end{aligned}$$

Il vettore **S** ha modulo $|\mathbf{S}|$ e inclinazione θ rispetto all'asse x, pari a:

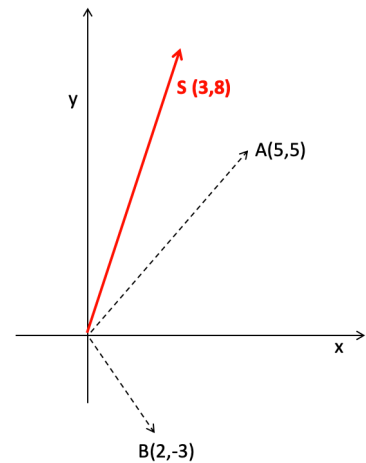
$$|\mathbf{S}| = \sqrt{S_x^2 + S_y^2} = \sqrt{9 + 64} = 8.5$$

L'angolo di inclinazione ϕ è pari a:

$$\phi = \operatorname{atan}\left(\frac{S_y}{S_x}\right) = \operatorname{atan}(8/3) = 69^\circ$$

Il prodotto scalare tra i vettori **A** e **B** si ottiene per componenti:

$$\mathbf{S} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = (A_x B_x) + (A_y B_y) = 10 - 15 = -5$$



ESERCIZIO 2 – MECCANICA

a) Lungo il tratto S l'unica forza che compie lavoro, a scapito della energia cinetica iniziale, è la forza di attrito:

$$\Delta K = L_{att}$$

$$\Delta K = \frac{1}{2}m_1^2v_1^2 - \frac{1}{2}m_1v_0^2 = \vec{F}_{att} \cdot \vec{d} = -\mu Nd = -\mu mgd = -0.1 \times 2kg \times 9.8 \frac{m}{s^2} \times 1m = -1.96J$$

da cui si ottiene l'energia cinetica e la velocità alla fine del tratto S:

$$K_f = \frac{1}{2}m_1^2v_1^2 = \Delta K + \frac{1}{2}m_1v_0^2 = -1.96J + 0.5 \times 2kg \times (10 \frac{m}{s})^2 = 98.04J$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2K_f}{m_1}} = \sqrt{\frac{2 \times 98.04J}{2kg}} = 9.9 \frac{m}{s}$$

b) Essendo l'urto perfettamente anelastico si conserva solo la quantità di moto ed i due corpi, dopo l'urto, continuano il loro moto uniti, con velocità v:

$$m_1v_1 = (m_1 + m_2)v$$

$$v = \frac{m_1}{(m_1 + m_2)}v_1 = \frac{2kg}{(2kg + 0.02kg)}9.9 \frac{m}{s} = 9.8 \frac{m}{s}$$

Per il calcolo della velocità nei punti A e B, dopo l'urto, si sfrutta il principio di conservazione dell'energia meccanica. La velocità è sempre tangente alla traiettoria con verso concorde al moto.

Punto A:

$$K_A = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 = 0.5 \times (2.02kg) \times (9.8 \frac{m}{s})^2 = 97J$$

$$v_A = v = 9.8 \frac{m}{s}$$

Punto B:

$$E_{mecc,B} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_B^2 + (m_1 + m_2)gR = E_{mecc,A} = K_A$$

$$K_B = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_B^2 = K_A - (m_1 + m_2)gR = 97J - 2.02kg \times 9.8 \frac{m}{s^2} \times 1m = 77.2J$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2K_B}{(m_1 + m_2)}} = \sqrt{\frac{2 \times 77.2J}{2.02kg}} = 8.74 \frac{m}{s}$$

ESERCIZIO 3 – FLUIDI

a) La spinta di Archimede è data da

$$\vec{S} = \rho_{\text{H}_2\text{O}} \cdot V_{\text{imm}} \cdot g \, \mathbf{j} = \rho_{\text{H}_2\text{O}} \cdot L^3 \cdot g \, \mathbf{j} = 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.2^3 \text{m}^3 \cdot 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = +78.4 \text{ N } \mathbf{j}$$

La forza peso è data da

$$\vec{P} = -(\rho_{\text{C}} \cdot V_{\text{C}} \cdot g) \, \mathbf{j} = -(2 \cdot \rho_{\text{H}_2\text{O}} \cdot L^3 \cdot g) \, \mathbf{j} = -2 \cdot S \, \mathbf{j} = -2 \cdot 78.4 \text{ N } \mathbf{j} = -156.8 \text{ N } \mathbf{j}$$

b) La forza netta risultante sul cubo sarà

$$\vec{F}_{\text{net}} = (S - P) \, \mathbf{j} = (\rho_{\text{H}_2\text{O}} \cdot L^3 \cdot g - 2 \cdot \rho_{\text{H}_2\text{O}} \cdot L^3 \cdot g) \, \mathbf{j} = -\rho_{\text{H}_2\text{O}} \cdot L^3 \cdot g \, \mathbf{j} = -S \, \mathbf{j} = -78.4 \text{ N } \mathbf{j}$$

La minima forza esterna per portare il cubo in superficie sarà

$$\vec{F}_{\text{ext}} = +78.4 \text{ N } \mathbf{j}$$

ESERCIZIO 4 – TERMODINAMICA

a) $V_A = 1000 \text{ litri} = 1 \text{ m}^3$

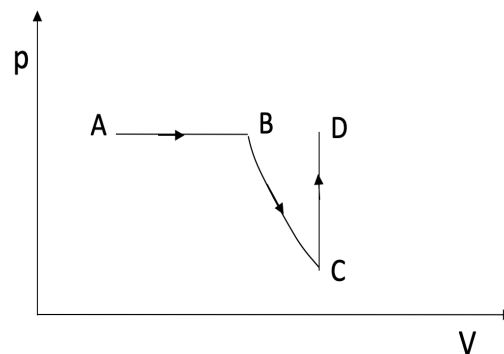
Le temperature sono pari a

$$T_A = p_A V_A / nR = 962.7 \text{ K}$$

$$T_B = p_B V_B / nR = 3p_A V_A / nR = 3T_A = 2888.1 \text{ K}$$

$$T_C = T_B = 2888.1 \text{ K}$$

$$T_D = p_D V_D / nR = p_A V_C / nR = p_A / p_C T_C = 2 T_C = 5776.2 \text{ K}$$



La quantità di calore totale scambiata dal gas è pari a

$$Q_{\text{tot}} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD}$$

dove:

$$Q_{AB} = n c_p (T_B - T_A) = 40000 \text{ J}$$

$$Q_{BC} = L_{BC} = nRT_C \ln(V_C/V_B)$$

$$= nRT_C \ln(nRT_C / (nRT_B) p_B/p_C) = nRT_C \ln(2) = 16636 \text{ J}$$

$$Q_{CD} = n c_v (T_D - T_C) = 36000 \text{ J}$$

$$Q_{\text{tot}} = 92636 \text{ J (positivo, assorbito)}$$

b) Il lavoro svolto totale è pari a:

$$L_{\text{tot}} = L_{AB} + L_{BC} + L_{CD} = L_{BC} + L_{CD}$$

$$L_{CD} = 0 \text{ (CD è isocora)}$$

$$L_{BC} = nRT_C \ln(V_C/V_B) = 16636 \text{ J (si veda punto precedente)}$$

$$L_{AB} = p_A (V_B - V_A) = p_A (3V_A - V_A) = 2 p_A V_A = 16000 \text{ J}$$

da cui segue

$$L_{\text{tot}} = 32636 \text{ J}$$

La variazione di energia interna ΔE_{AD} è:

$$\Delta E_{AD} = n c_v (T_D - T_A) = 3/2 R (T_D - T_A) = 60000 \text{ J}$$