

APPELLO - FISICA I per SCIENZE GEOLOGICHE
A.A. 2017/2018, 30 Novembre 2018

ESERCIZIO 1 – PREREQUISITI

In un piano cartesiano ortogonale XY siano dati i vettori $\vec{v} = 2\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$ e il vettore $\vec{w}$ simmetrico di $\vec{v}$ rispetto all'asse Y. Determinare:

- a) il vettore $\vec{s} = \vec{v} + \vec{w}$ in modulo, direzione e verso e rappresentarlo nel piano cartesiano;
- b) l'angolo θ compreso tra $\vec{v}$ e $\vec{w}$ utilizzando la definizione di prodotto scalare.

ESERCIZIO 2 – MECCANICA

Un corpo di massa $m = 500 \text{ g}$ percorre un tratto rettilineo **AB**, privo di attrito, con velocità costante $v = 20 \text{ m/s}$, e successivamente un tratto **BC**, privo di attrito, ed inclinato di $\theta = 30^\circ$ rispetto all'orizzontale. Determinare:

- a) l'accelerazione $\vec{a}$ lungo il tratto rettilineo e la distanza d percorsa sul piano inclinato dopo $t = 0.2 \text{ s}$;
- b) la massima quota h raggiunta sul piano inclinato.

ESERCIZIO 3 - FLUIDI

Un cubo di lato $L=0.1 \text{ m}$ è costituito da un materiale con densità $\rho=2 \rho_{\text{acqua}}$ e contiene al suo interno una cavità pari ad $1/2$ del suo volume. Il cubo viene completamente immerso in acqua. Determinare:

- a) la spinta di Archimede F_A ;
- b) la forza esterna F_E che è necessario applicare per mantenere il corpo completamente immerso e all'equilibrio.

ESERCIZIO 4 - TERMODINAMICA

Due moli di gas perfetto monoatomico compiono una trasformazione **lineare** **A**→**B** con $V_A = 0.01 \text{ m}^3$, $P_A = 5 \text{ atm}$, $V_B = 0.02 \text{ m}^3$ e $P_B = 7 \text{ atm}$. Determinare:

- a) le temperature T_A e T_B ;
- b) il lavoro L compiuto dal gas, la variazione di energia interna ΔE e il calore scambiato Q .

[Nota: $R = 8.31 \text{ J/Kmole}$]

SCRIVERE IN MODO CHIARO. GIUSTIFICARE I PROCEDIMENTI. SOSTITUIRE I VALORI NUMERICI SOLO ALLA FINE. NON SCORDARE LE UNITA' DI MISURA.
Testi, soluzioni ed esiti alla pagina: www.mi.infn.it/~sleoni

SOLUZIONE 1 – PREREQUISITI

- a) Il vettore $\vec{w}$ ha la stessa coordinata y e coordinata x opposta rispetto a $\vec{v}$

$$\vec{w} = -2\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$$

Il vettore somma $\vec{s}$ è dato da

$$\vec{s} = \vec{v} + \vec{w} = (2 - 2)\mathbf{i} + (-4 - 4)\mathbf{j} = -8\mathbf{j}$$

ed il suo modulo è

$$|\vec{s}| = 8$$

Il prodotto scalare $\vec{v} \cdot \vec{w}$ è dato da

$$\vec{v} \cdot \vec{w} = 2 \cdot (-2) + (-4) \cdot (-4) = 12$$

Dalla definizione di prodotto scalare

$$\vec{v} \cdot \vec{w} = |\vec{v}| |\vec{w}| \cos \theta$$

si ottiene

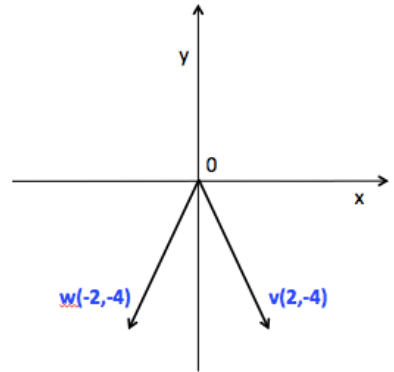
$$\theta = \arccos\left(\frac{\vec{v} \cdot \vec{w}}{|\vec{v}| |\vec{w}|}\right)$$

dove

$$|\vec{v}| = |\vec{w}| = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}.$$

Pertanto

$$\theta = \arccos\left(\frac{12}{20}\right) = \arccos\left(\frac{3}{5}\right) = 53.1^\circ$$



SOLUZIONE 2 – MECCANICA

- a) Sul tratto rettilineo il moto è uniforme, pertanto $\vec{a} = 0$. Sul piano inclinato il corpo è soggetto ad un'accelerazione

$$a = g \sin \theta = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.5 = 4.9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Dalla legge oraria

$$d = vt - \frac{1}{2}at^2 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0.2 \text{ s} - 0.5 \cdot 4.9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.04 \text{ s}^2 = 3.9 \text{ m}$$

- b) Dalla conservazione dell'energia meccanica

$$\frac{1}{2} m v^2 = mgh$$

si ottiene

$$h = \frac{\frac{1}{2} v^2}{g} = 20.41 \text{ m}$$

SOLUZIONE 3 – FLUIDI

a) La spinta di Archimede $\vec{F}_A$ è data da

$$\vec{F}_A = m_f g \mathbf{j} = \rho_f V_c g \mathbf{j} = \rho_f L^3 g \mathbf{j} \approx 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10^{-3} \text{m}^3 \cdot 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \mathbf{j} = 9.8 \text{N} \mathbf{j}$$

b) All'equilibrio vale la relazione

$$\vec{F}_A + \vec{F}_P + \vec{F}_e = 0 \mathbf{j}$$

che proiettata l'ungo l'asse verticale diventa

$$F_A - F_P + F_e = 0$$

da cui

$$F_e = F_P - F_A = m_c g - m_f g = \rho_c \left(V_c - \frac{1}{2} V_c \right) g - \rho_f V_c g = 2\rho_f \frac{1}{2} V_c g - \rho_f V_c g = 0$$

ovvero il corpo si trova all'equilibrio senza dover applicare nessuna forza esterna.

SOLUZIONE 4 – TERMODINAMICA

a) Dall'equazione dei gas perfetti

$$T_A = \frac{P_A V_A}{nR} \approx \frac{5 \cdot 101300 \text{ Pa} \cdot 0.01 \text{ m}^3}{2 \text{ mol} \cdot 8.31 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}}} \approx 304.8 \text{ K}$$

$$T_B = \frac{P_B V_B}{nR} \approx \frac{7 \cdot 101300 \text{ Pa} \cdot 0.02 \text{ m}^3}{2 \text{ mol} \cdot 8.31 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}}} \approx 853.3 \text{ K}$$

b) Il lavoro compiuto dal gas è dato da

$$L = \frac{(P_A + P_B) \cdot (V_B - V_A)}{2} \approx \frac{(12 \cdot 101300) \text{ Pa} \cdot 0.01 \text{ m}^3}{2} \approx 6078 \text{ J}$$

La variazione di energia interna è data da

$$\Delta E = n c_V \Delta T = 2 \text{ mol} \cdot \frac{3}{2} R \cdot (853.3 - 304.8) \text{ K} = 1 \text{ mol} \cdot 24.93 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}} \cdot 548.5 \text{ K} \approx 13674 \text{ J}$$

Dal primo principio della termodinamica

$$Q = L + \Delta E \approx (6078 + 13674) \text{ J} \approx 19752 \text{ J}$$