

APPELLO - FISICA I per SCIENZE GEOLOGICHE
A.A. 2023/2024, 27 novembre 2024

ESERCIZIO 1 – PREREQUISITI

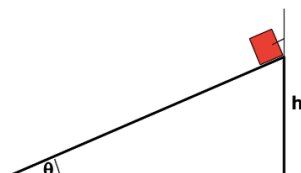
In un piano cartesiano ortogonale XY si consideri il vettore $\vec{v} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j}$. Dopo aver disegnato il vettore nel piano determinare:

- a) il vettore $-\vec{v}$ in modulo, direzione e verso ed il prodotto scalare $\vec{v} \cdot (-\vec{v})$;
- b) il vettore $\vec{z} = \vec{w} - \vec{v}$ in modulo, direzione e verso essendo $\vec{w} = -\mathbf{i} + \mathbf{j}$.

ESERCIZIO 2 – MECCANICA

Un corpo di massa $m = 2 \text{ kg}$ è trattenuto da una fune su un piano liscio, inclinato di $\theta = 30^\circ$ e di altezza $h = 3 \text{ m}$, come mostrato in figura. Si calcolino:

- a) la tensione T della fune e la reazione normale N sviluppata dal piano;
- b) l'accelerazione con cui il corpo scivola lungo il piano inclinato, una volta che si è tagliata la fune, ed il tempo impiegato dal corpo a raggiungere la base del piano.



ESERCIZIO 3 – FLUIDI

Una condotta di sezione costante scende da una montagna con un dislivello pari a $h = 101.6 \text{ m}$. La pressione del fluido in cima alla montagna è pari alla pressione atmosferica P_1 e quella a valle è pari a $P_2 = 10.8 \text{ atm}$. La velocità del fluido a monte è $v_1 = 5 \text{ m/s}$. Si assuma che il fluido nella condotta si comporti in maniera ideale con moto stazionario e irrotazionale. Calcolare:

- a) la velocità del fluido a valle;
- b) la densità del fluido specificando di quale fluido potrebbe trattarsi.

ESERCIZIO 4 – TERMODINAMICA

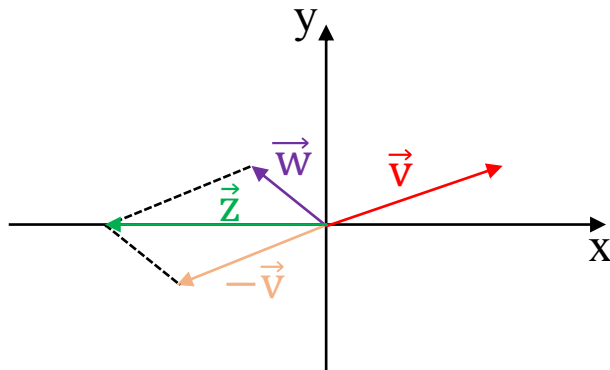
Una mole di gas perfetto **monoatomico** occupa un volume $V_A = 2 \text{ litri}$ alla pressione $p_A = 4.052 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ e compie le seguenti trasformazioni termodinamiche: **AB** espansione **isobara** fino ad un volume $V_B = 2 V_A$, **BC** trasformazione in cui la pressione decresce **linearmente** all'aumentare del volume del gas con $p_C = 1/2 p_A$ e $V_C = 3 V_A$, **CD** compressione **isobara** con $T_D = T_A$.

- a) Si disegni il ciclo sul piano V-p e si calcolino le coordinate termodinamiche dei punti A, B, C, D;
- b) Si calcoli il lavoro compiuto dal gas nelle singole trasformazioni e la **variazione di energia interna** tra lo **stato A** e lo **stato D**.

[$R = 8.31 \text{ J/Kmole} = 0.082 \text{ l atm /K mol}$]

SCRIVERE IN MODO CHIARO. GIUSTIFICARE I PROCEDIMENTI. SOSTITUIRE I VALORI NUMERICI SOLO ALLA FINE. NON SCORDARE LE UNITA' DI MISURA. Testi, soluzioni ed esiti alla pagina: www.mi.infn.it/~sleoni

SOLUZIONE 1 – PREREQUISITI



a)

$$\begin{aligned}
 -\vec{v} &= -v_x \mathbf{i} - v_y \mathbf{j} = -2\mathbf{i} - \mathbf{j} \\
 |-\vec{v}| &= \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5} \\
 \theta_{(-\vec{v})} &= 180^\circ + \tan^{-1} \frac{v_y}{v_x} = 180^\circ + \tan^{-1} \frac{1}{2} = 206.6^\circ \\
 \vec{v} \cdot (-\vec{v}) &= |\vec{v}|^2 \cos 180^\circ = -5
 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
 \vec{z} &= \vec{w} - \vec{v} = (-1 - 2)\mathbf{i} + (1 - 1)\mathbf{j} = -3\mathbf{i} \\
 |\vec{z}| &= 3 \\
 \theta_{\vec{z}} &= 180^\circ
 \end{aligned}$$

SOLUZIONE 2 – MECCANICA

a) Disegniamo il diagramma del corpo libero utilizzando un sistema di assi cartesiani con x parallelo al piano inclinato, come mostrato in figura.

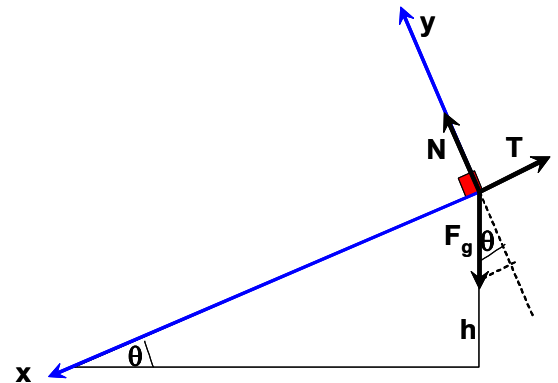
Il corpo è in equilibrio e l'equazione del moto è:

$$\vec{T} + \vec{N} + \vec{F}_g = m\vec{a} = 0$$

Proietto l'equazione del moto sugli assi x e y :

$$\text{asse } x: -T + mg \sin \theta = ma_x = 0$$

$$\text{asse } y: N - mg \cos \theta = ma_y = 0$$



da cui si ricava:

$$N = mg \cos \theta = 2kg \times (9.8m/s^2) \times \cos(30^\circ) = 17N$$

$$T = mg \sin \theta = 2kg \times (9.8m/s^2) \times \sin(30^\circ) = 9.8N$$

b) Una volta tagliata la fune il corpo scivola lungo il piano inclinato con accelerazione costante a_x data da:

$$mg \sin \theta = ma_x \Rightarrow a_x = g \sin \theta = (9.8m/s^2) \times \sin(30^\circ) = 4.9m/s^2$$

Il moto è uniformemente accelerato e la legge oraria è:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_x t^2 = 0 + 0 + \frac{1}{2} a_x t^2$$

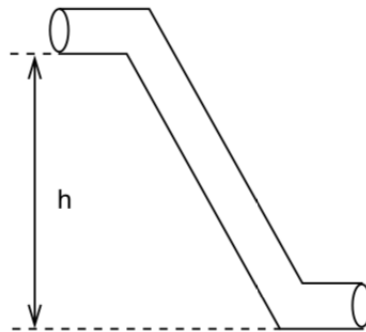
ove $x_0=0$, $v_0=0$ e la lunghezza del piano è $x - x_0 = h / \sin \theta = 3m / 0.5 = 6m$

Il tempo impiegato è quindi dato da:

$$t^2 = 2 \frac{(x - x_0)}{a_x} \Rightarrow t = \sqrt{2 \frac{(x - x_0)}{a_x}} = \sqrt{2 \frac{h}{\sin \theta} \frac{1}{g \sin \theta}} = \sqrt{2 \frac{3m}{9.8m/s^2} \frac{1}{(\sin 30^\circ)^2}} = \pm 1.6 s$$

Il tempo impiegato corrisponde alla soluzione positiva, cioè 1.6 s.

SOLUZIONE 3 – FLUIDI



- a) Dall'equazione di continuità si ha

$$v_1 A_1 = v_2 A_2.$$

Poiché la sezione della condotta è costante $A_1 = A_2$, risulta

$$v_1 = v_2 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- b) Utilizzando l'equazione di Bernoulli

$$\frac{1}{2} \rho v_2 + P_2 = \frac{1}{2} \rho v_1 + P_1 + \rho g h$$

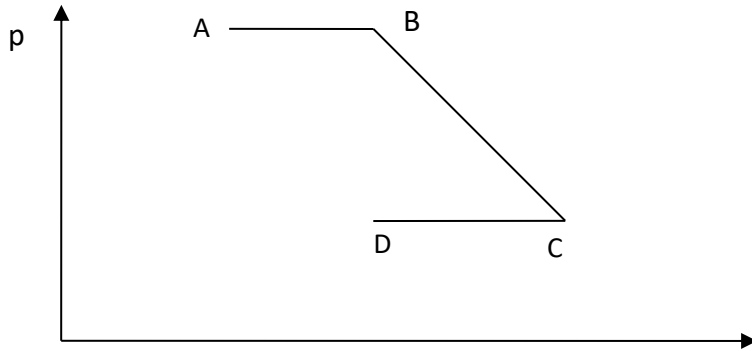
e considerando che $v_1 = v_2$, risulta

$$\rho = \frac{P_2 - P_1}{gh} = \frac{(10.8 - 1) \text{ atm}}{9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 101.6 \text{ m}} = \frac{9.8 \cdot 101325 \text{ Pa}}{9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 101.6 \text{ m}} = 997 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Il fluido potrebbe trattarsi di acqua.

SOLUZIONE 4 – TERMODINAMICA

a)



Le coordinate termodinamiche degli stati A, B, C e D si ricavano dalla seconda legge dei gas perfetti.

Stato A:

$$T_A = p_A V_A / n R = 97.52 \text{ K}$$

$$p_A = 4.052 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 \text{ e } V_A = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

Stato B:

$$p_B = p_A = 4.052 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$V_B = 2 V_A = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$T_B = p_B V_B / n R = 2 T_A = 195.04 \text{ K}$$

Stato C:

$$p_C = \frac{1}{2} p_A = 2.026 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$V_C = 3 V_A = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$T_C = \frac{1}{2} p_A (3 V_A) / n R = \frac{3}{2} T_A = 146.28 \text{ K}$$

Stato D:

$$T_D = T_A = 97.52 \text{ K}$$

$$p_D = p_C = \frac{1}{2} p_A = 2.026 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

poiché

$$p_D V_D = p_A V_A$$

si ha

$$V_D = 2 V_A = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

b)

$$L_{AB} = p_A (V_B - V_A) = p_A (2V_A - V_A) = p_A V_A = n R T_A = 810.4 \text{ J}$$

$$L_{BC} = \frac{1}{2} (p_B + p_C) (V_C - V_B) = 607.2 \text{ J}$$

$$L_{CD} = p_C (V_D - V_C) = -405.2 \text{ J}$$

Infine:

$$\Delta E_{AD} = n c_v (T_D - T_A) = 0 \text{ J}$$