

PRE-APPELLO - FISICA I per SCIENZE GEOLOGICHE
A.A. 2017/2018, 19 giugno 2018

ESERCIZIO 1 – PREREQUISITI

Dati i vettori spostamento $\vec{a} = (5\vec{i} + 5\vec{j})\text{ m}$, $\vec{b} = (2\vec{i} - 3\vec{j})\text{ m}$, $\vec{c} = (-\vec{i} - 2\vec{j})\text{ m}$

e la forza $\vec{F} = (4\vec{i} + 2\vec{j})\text{ N}$, dopo averli disegnati nel piano cartesiano (x,y), determinare:

- a) il vettore spostamento totale $\vec{s} = (-\vec{a} + \vec{b} - \vec{c})$ e disegnarlo nel piano cartesiano;
- b) il modulo di $\vec{F}$ e di $\vec{s}$;
- c) il lavoro fatto dalla forza $\vec{F}$ per spostare un punto materiale lungo lo spostamento $\vec{s}$;
- d) l'angolo tra $\vec{F}$ ed $\vec{s}$ (si sfruttino le proprietà del prodotto scalare).

ESERCIZIO 2 – MECCANICA

Un sasso di massa $m = 100\text{ g}$ viene lanciato verticalmente verso l'alto con velocità $v_0 = 4\text{ m/s}$, a partire da una quota $h_0 = 3\text{ m}$ rispetto al suolo. Determinare:

- a) il tempo t_{max} impiegato per raggiungere l'altezza massima h_{max} rispetto al suolo, il valore di h_{max} ed il tempo impiegato per raggiungere il suolo;
- b) l'energia cinetica K , potenziale U e meccanica E all'istante del lancio, nel punto di quota massima e al suolo.

ESERCIZIO 3 - FLUIDI

Un oggetto è appeso al soffitto mediante una fune la cui tensione è, all'equilibrio, **10 N**. La tensione della fune quando lo stesso oggetto viene totalmente immerso in acqua, risulta, all'equilibrio, **7 N**.

Si determini:

- a) il Peso dell'oggetto e la Spinta Archimede esercitata dall'acqua;
- b) La densità dell'oggetto e il suo volume.

ESERCIZIO 4 – TERMODINAMICA

Due moli di un gas perfetto biatomico passano dallo stato iniziale A a quello finale D, attraverso le trasformazioni reversibili AB (isoterma), BC (isobarica), CD (isovolumica), dove

$p_A = 2 \cdot 10^4\text{ N/m}^2$, $p_B = 0.5 p_A$, $V_C = V_A = 1\text{ m}^3$, $p_D = 0.25 p_A$.

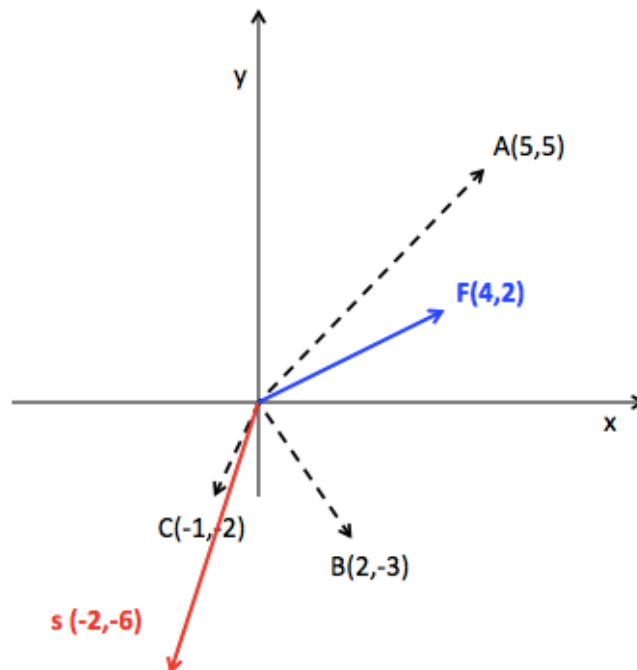
- a) si disegnino nel piano (V,p) le trasformazioni AB, BC e CD e si determinino le coordinate termodinamiche (p,V,T) dei punti A, B, C, D.
- b) si calcoli il lavoro totale compiuto dal gas durante le trasformazioni da A fino a D e la corrispondente variazione totale di energia interna.

[Nota: $R = 8.31\text{ J/Kmole}$]

SCRIVERE IN MODO CHIARO. GIUSTIFICARE I PROCEDIMENTI. SOSTITUIRE I VALORI NUMERICI SOLO ALLA FINE. NON SCORDARE LE UNITA' DI MISURA.
Testi, soluzioni ed esiti alla pagina: www.mi.infn.it/~sleoni

SOLUZIONE 1 – PREREQUISITI

a)



Il vettore spostamento s si può calcolare per componenti:

$$\begin{aligned}\vec{s} &= (-\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}) \\ &= (-5 + 2 + 1)\vec{i} + (-5 - 3 + 2)\vec{j} \\ &= -2\vec{i} - 6\vec{j}\end{aligned}$$

b) I moduli di s e F valgono:

$$\begin{aligned}|\vec{s}| &= \sqrt{(-2)^2 + (-6)^2} = 6.3 \\ |\vec{F}| &= \sqrt{(4)^2 + (2)^2} = 4.5\end{aligned}$$

c) Il lavoro L si ottiene da prodotto scalare, calcolato per componenti:

$$\begin{aligned}L &= \vec{F} \cdot \vec{s} \\ &= F_x s_x + F_y s_y = -8 - 12 = -20\end{aligned}$$

d) L'angolo tra F e s si ottiene dalla definizione di prodotto scalare:

$$\begin{aligned}L &= \vec{F} \cdot \vec{s} = |\vec{F}| |\vec{s}| \cos \theta \\ \cos \theta &= L / |\vec{F}| |\vec{s}| = -0.706 \\ \theta &= \arccos(-0.706) = 2.36 \text{ rad} = 134.9^\circ\end{aligned}$$

SOLUZIONE 2 – MECCANICA

- a) Se il sasso è sparato verticalmente, il moto si sviluppa solo lungo y.
Le equazioni in y sono le seguenti, con $y_0 = h_0 = 3 \text{ m}$ e $v_{0y} = v_0 = 4 \text{ m/s}$:

$$\begin{cases} y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \\ v_y = v_{0y} - gt \end{cases}$$

Nel punto di massima quota la velocità del proiettile è nulla, da cui si ricava il tempo di salita $t_{\max}$:

$$t_{\max} = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{4 \text{ m/s}}{9.8 \text{ m/s}^2} = 0.4 \text{ s}$$

$$h_{\max} = h_0 + v_{0y}t_{\max} - \frac{1}{2}gt_{\max}^2 = 3 \text{ m} + 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times 0.4 \text{ s} - \frac{1}{2}9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}(0.4 \text{ s})^2 = 3.8 \text{ m}$$

Per calcolare il tempo t_f impiegato per raggiungere il suolo a quota $y = 0$ si applicano di nuovo le equazioni precedenti, prendendo ad esempio come istante iniziale il punto di massima quota, in cui la velocità è nulla:

$$0 = h_{\max} - \frac{1}{2}gt_f^2$$

$$t_f = \sqrt{\frac{2h_{\max}}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 3.8 \text{ m}}{9.8 \text{ m/s}^2}} = 0.9 \text{ s}$$

- b) L'energia cinetica K, potenziale U e meccanica E in ogni istante valgono

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$U = mgh$$

$E = K + U$, dove E è la costante, essendo la forza peso conservativa

Prendendo come riferimento $y=0$ si ottiene:

$$\begin{aligned} \text{- all'istante del lancio: } K &= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}0.1 \text{ kg} \times (4 \text{ m/s})^2 = 0.8 \text{ J} \\ U &= mgh = 0.1 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m/s}^2 \times 3 \text{ m} = 2.9 \text{ J} \\ E &= K + U = 3.7 \text{ J} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{- alla massima quota: } K &= 0 \\ U &= mgh_{\max} = 0.1 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m/s}^2 \times 3.8 \text{ m} = 3.7 \text{ J} \\ E &= K + U = 3.7 \text{ J} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{- all'istante di atterraggio: } E &= 3.7 \text{ J} = K + U \\ U &= 0 \\ K &= 3.7 \text{ J} \end{aligned}$$

SOLUZIONE 3 – FLUIDI

a) L'oggetto appeso al soffitto mediante la fune è soggetto alla forza peso e alla tensione della fune. All'equilibrio, tensione e peso sono uguali in modulo, pertanto il peso dell'oggetto è $P = 10 \text{ N}$.

Quando l'oggetto viene totalmente immerso in acqua è soggetto anche alla spinta di Archimede, che ha verso concorde con quello della tensione della fune ed opposto a quello della forza peso.

Si ha pertanto:

$T + S - P = 0$, dove T , S e P sono rispettivamente i moduli della tensione della fune, della spinta di Archimede e della forza peso. Si ricava quindi $S = 3 \text{ N}$

b) La Spinta di Archimede è uguale al peso del volume di acqua spostato che in questo caso è uguale al volume dell'oggetto. Pertanto:

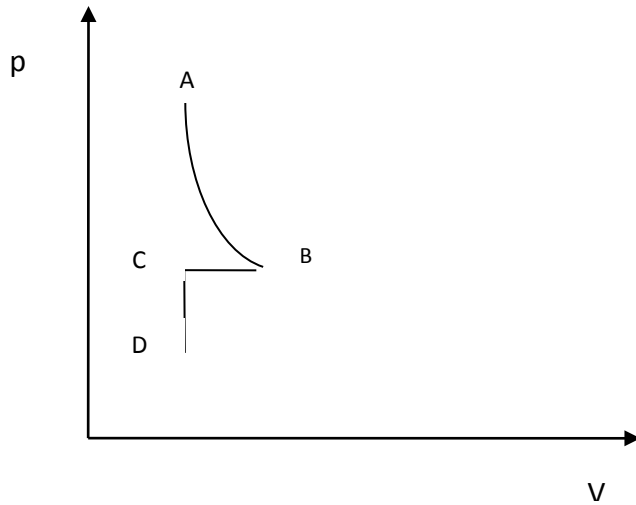
$$S = d_{\text{acqua}} V g,$$

dove d_{acqua} è la densità dell'acqua (10^3 kg / m^3); V è il volume dell'oggetto e g è l'accelerazione di gravità. Si ricava pertanto $V = S / d_{\text{acqua}} g \cong 3 \times 10^{-4} \text{ m}^3$.

La densità d dell'oggetto si ricava dalla $P = d V g$ e risulta $3.4 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$.

SOLUZIONE 4 – TERMODINAMICA

a)



Le coordinate termodinamiche si possono ricavare dalla equazione dei gas perfetti $pV = n R T$, come segue:

$$p_A = 2 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2 \quad V_A = 1 \text{ m}^3 \quad T_A = p_A V_A / n R = 1203.4 \text{ K}$$

$$p_B = 0.5 p_A = 10^4 \text{ N/m}^2 \quad V_B = 2 V_A = 2 \text{ m}^3 \quad T_B = 1203.4 \text{ K}$$

$$p_C = p_B = 0.5 p_A = 10^4 \text{ N/m}^2 \quad V_C = V_A = 1 \text{ m}^3 \quad T_C = p_C V_C / n R = 0.5 p_A V_A / n R = 0.5 T_A = 601.7 \text{ K}$$

$$p_D = 0.25 p_A = 0.5 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2 \quad V_D = V_C = V_A = 1 \text{ m}^3 \quad T_D = p_D V_D / n R = 0.25 p_A V_A / n R = 0.25 T_A = 300.8 \text{ K}$$

b) $L_{\text{tot}} = L_{AB} + L_{BC} + L_{CD}$

$$L_{AB} = nR T_A \ln(V_B / V_A) = 13863 \text{ J}$$

$$L_{BC} = p_C (V_C - V_B) = -10000 \text{ J}$$

$$L_{CD} = 0 \text{ J}$$

$$L_{\text{tot}} = 3863 \text{ J}$$

$$\Delta E = n c_V (T_D - T_A) = -37503 \text{ J}$$