

APPELLO - FISICA I per SCIENZE GEOLOGICHE
A.A. 2017/2018, 17 settembre 2018

ESERCIZIO 1 – PREREQUISITI

In un piano cartesiano ortogonale XY siano dati i vettori $\vec{a} = \underline{i}$ e $\vec{b} = \underline{i} + 2\underline{j}$. Determinare:

- a) Le **coordinate** e il **modulo** del vettore $\vec{v} = \vec{a} + 2\vec{b}$ e rappresentarlo nel piano cartesiano;
- b) Le **coordinate** del vettore $\vec{w}$, ottenuto ruotando il vettore $\vec{v}$ in modo da farlo coincidere con l'asse positivo delle Y, e il **prodotto scalare** $\vec{a} \cdot \vec{w}$.

ESERCIZIO 2 – MECCANICA

Una particella di massa $m = 2 \text{ kg}$ viene lanciata dal punto A da un piano inclinato privo di attrito, con velocità iniziale v_A , parallela al piano inclinato e di modulo pari a 4 m/s . L'altezza AH del piano è pari a 2 m e l'angolo di inclinazione del piano è 30° . Si determini:

- a) il **lavoro** compiuto dalla **forza peso** e quello della **reazione normale** al piano d'appoggio durante lo spostamento della particella da A fino a B, alla base del piano inclinato;
- b) Dopo aver raggiunto il punto B, la particella prosegue il suo moto lungo un piano scabro, con coefficiente di attrito $\mu = 0.1$, fino al punto C in cui si arresta. Si calcoli la **velocità** della particella in B e la **lunghezza D** del tratto BC.

ESERCIZIO 3 - FLUIDI

Sia dato un cilindro cavo di massa $m=500 \text{ g}$, raggio $R=2 \text{ cm}$ e altezza $h=75 \text{ cm}$, immerso completamente in un recipiente pieno d'acqua e collegato al fondo di esso tramite una fune. Determinare:

- a) Il modulo della **tensione** T della fune;
- b) La **massa d'acqua** m_{acq} che occorre versare nel cilindro affinché emerga dal recipiente per il 30% del suo volume, una volta tagliata la fune.

ESERCIZIO 4 - TERMODINAMICA

Un gas ideale monoatomico, formato da $n = 2$ moli, compie le seguenti trasformazioni:

A → B: espansione in cui la pressione cresce linearmente da $p_A = 6 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ a $p_B = 8 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ al crescere del volume da $V_A = 1 \text{ dm}^3$ a $V_B = 2 \text{ dm}^3$

B → C: espansione isoterma fino al volume $V_C = 3 \text{ dm}^3$

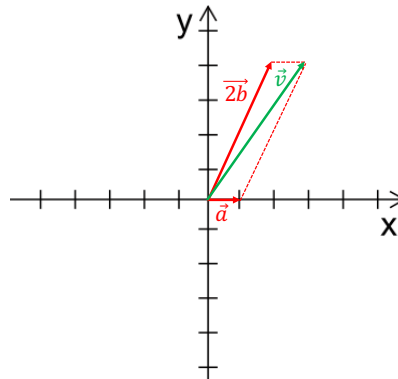
- a) Si disegnino nel piano (p,V) le trasformazioni termodinamiche e si calcoli il lavoro totale compiuto dal gas da A a C;
- b) Si calcolino la variazione di energia interna e il calore scambiato dal gas da A a C, specificando se il calore sia assorbito o ceduto.

[Nota: $R = 8.31 \text{ J/Kmole}$]

SCRIVERE IN MODO CHIARO. GIUSTIFICARE I PROCEDIMENTI. SOSTITUIRE I VALORI NUMERICI SOLO ALLA FINE. NON SCORDARE LE UNITA' DI MISURA.
Testi, soluzioni ed esiti alla pagina: www.mi.infn.it/~sleoni

SOLUZIONE 1 – PREREQUISITI

a)

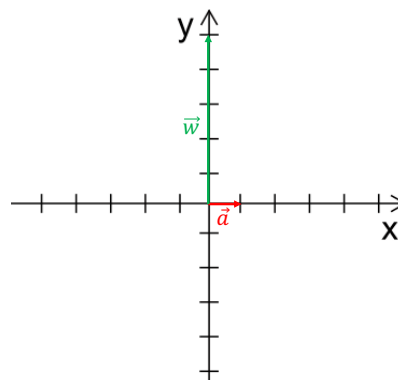


$$2\vec{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$$

$$\vec{v} = \vec{a} + 2\vec{b} = (1 + 2)\vec{i} + (0 + 4)\vec{j} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

b)



Il vettore $\vec{w}$ avrà come unica coordinata non nulla w_y , poiché giace sull'asse Y. Considerato che una rotazione non modifica il modulo del vettore, avremo $|\vec{w}| = 5$ e quindi $\vec{w} = 5\vec{j}$.

Inoltre, essendo $\vec{a} \perp \vec{w}$, avremo $\vec{a} \cdot \vec{w} = 0$ per definizione di prodotto scalare.

SOLUZIONE 2 – MECCANICA

a) Il lavoro compiuto dalla forza peso e quello compiuto dalla reazione normale al piano durante lo spostamento della particella da A fino a B sono rispettivamente:

$$L_{\text{Peso}} = P_{//} d$$

dove $P_{//}$ è la componente della forza Peso parallela ad AB e d è la lunghezza di AB

$$L_{\text{Normale}} = N_{//} d$$

dove $N_{//}$ è la componente della forza Normale parallela ad AB

Indicata con h l'altezza AH del piano inclinato, si ha :

$$P_{//} = P \sin 30^\circ = mg \sin 30^\circ ; d = h / \sin 30^\circ$$

da cui segue

$$L_{\text{Peso}} = mgh = 39.2 \text{ J.}$$

Alternativamente, il lavoro della forza Peso può essere calcolato come differenza dei valori dell'energia potenziale associata al campo della forza Peso in A e in B:

$$U(A) - U(B) = mgh - 0 = mgh$$

$$N_{//} = 0$$

da cui segue

$$L_{\text{Normale}} = 0$$

b) La velocità della particella in B può essere calcolata applicando il teorema Lavoro-Energia cinetica al tratto AB, tenendo conto che nel tratto AB compie lavoro solo la forza peso.

Si ha quindi

$$L_{\text{Peso}} = E_{\text{cin}}(B) - E_{\text{cin}}(A)$$

da cui

$$E_{\text{cin}}(B) = L_{\text{Peso}} + E_{\text{cin}}(A) = 39.2 \text{ J} + 16 \text{ J} = 55.2 \text{ J.}$$

Si ricava quindi $v_B = 7.4 \text{ m/s}$.

Nel tratto BC compie lavoro solo la forza di attrito.

Applicando il teorema Lavoro- Energia cinetica al tratto BC si ha:

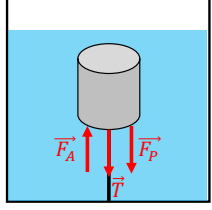
$$-\mu mg D = E_{\text{cin}}(C) - E_{\text{cin}}(B) = 0 - E_{\text{cin}}(B).$$

Si ricava quindi

$$D = E_{\text{cin}}(B) / \mu mg = 28.2 \text{ m}$$

SOLUZIONE 3 – FLUIDI

a)



Il cilindro si trova all'equilibrio e su di esso agiscono la forza peso $\vec{F}_P$, la spinta di Archimede $\vec{F}_A$ e la tensione della fune $\vec{T}$. Pertanto:

$$\vec{F}_P + \vec{F}_A + \vec{T} = 0$$

Proiettando l'equazione vettoriale lungo l'asse y:

$$-F_P + F_A - T = 0 \Rightarrow T = F_A - F_P$$

Dove:

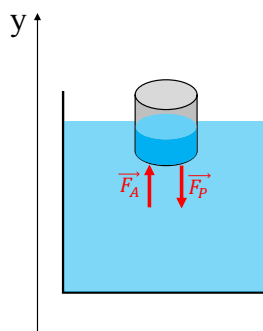
$$F_A = \rho_{acq} \cdot V_{imm} \cdot g = \rho_{acq} \cdot \pi R^2 h \cdot g$$

$$F_P = m \cdot g$$

Quindi:

$$T = (\rho_{acq} \cdot \pi R^2 h - m) \cdot g = \left[10^3 \frac{kg}{m^3} \cdot \pi \cdot (0.02m)^2 \cdot 0.75m - 0.5 kg \right] \cdot 9.8 \frac{m}{s^2} = 4.3N$$

b)



Una volta riempito parzialmente d'acqua e tagliata la fune, il cilindro si trova all'equilibrio e su di esso agiscono la forza peso $\vec{F}'_P$ e la spinta di Archimede $\vec{F}'_A$:

$$\vec{F}'_P + \vec{F}'_A = 0$$

Proiettando l'equazione vettoriale lungo l'asse y:

$$-F'_P + F'_A = 0 \Rightarrow F'_A = F'_P$$

con

$$F'_A = \rho_{acq} \cdot V'_{imm} \cdot g = \rho_{acq} \cdot 0.7 \cdot \pi R^2 h \cdot g$$

$$F'_P = m' \cdot g$$

da cui

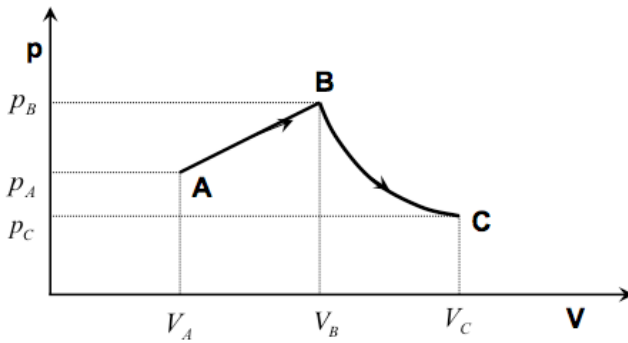
$$m' = \rho_{acq} \cdot 0.7 \cdot \pi R^2 h = 10^3 \frac{kg}{m^3} \cdot 0.7 \cdot \pi \cdot (0.02m)^2 \cdot 0.75m = 0.66 kg$$

La massa m' è data dalla somma della massa del cilindro m e di quella dell'acqua versata m_{acq} . Pertanto:

$$m_{acq} = m' - m = 0.66 kg - 0.50 kg = 0.16 kg = 160g$$

SOLUZIONE 4 – TERMODINAMICA

a) Il grafico delle trasformazioni AB-BC nel diagramma (p,V) è il seguente :



Il Lavoro totale $L = L_{AB} + L_{BC}$

$$L_{AB} = \frac{1}{2} (p_A + p_B) (V_B - V_A)$$

$$L_{BC} = nR T_C \ln (V_C / V_B) \quad \text{dove } T_C = p_C V_C / nR = p_B V_B / nR \quad (\text{la trasformazione BC è isoterma}).$$

Sostituendo i valori numerici si ricava:

$$L_{AB} = 700 \text{ J}$$

$$T_C = 96.25 \text{ K}$$

$$L_{BC} = 649 \text{ J}$$

$$L_{TOT} = 1349 \text{ J}$$

b) La variazione di energia interna ΔE_{AC} è:

$$\Delta E_{AC} = n c_V (T_C - T_A)$$

$$\text{dove } T_A = p_A V_A / nR \quad \text{e } c_V = 3R/2$$

Sostituendo i valori numerici si ottiene:

$$T_A = 36.1 \text{ K} \quad \text{e} \quad \Delta E_{AC} = 1499.5 \text{ J}$$

Dal primo principio della termodinamica si ha:

$$\Delta E = Q - L \quad \text{e pertanto } Q = L + \Delta E$$

$$Q = 2848.5 \text{ J}$$

Q è positivo, pertanto il calore è assorbito dal gas.