

APPELLO - FISICA I per SCIENZE GEOLOGICHE
A.A. 2022/2023, 15 febbraio 2023

ESERCIZIO 1 – PREREQUISITI

Si considerino i vettori: $\vec{a} = i + 5j$; $\vec{b} = 3i - 4j$; $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$; $\vec{d} = 3\vec{c}$. Determinare:

- a) le coordinate e il modulo dei vettori $\vec{c}$ e $\vec{d}$ e tracciarli sul piano cartesiano XY;
- b) Sapendo che il prodotto scalare $\vec{a} \cdot \vec{e} = 25$ e che l'angolo tra i due vettori è $\theta = 30^\circ$, determinare il modulo del vettore $\vec{e}$

ESERCIZIO 2 – MECCANICA

Si consideri un piano inclinato di $\theta = 45^\circ$ rispetto all'orizzontale, **liscio** e di lunghezza $l = 3\text{m}$. Una pallina di $m=5\text{kg}$ parte dalla sommità di questo con una velocità iniziale $v_i = 2\frac{m}{s}$. Dopo aver raggiunto la base del piano inclinato, la pallina percorre un tratto di piano scabro con coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0.2$. Determinare:

- a) la velocità della pallina alla base del piano inclinato;
- b) quanto spazio percorre la pallina prima di fermarsi completamente;

ESERCIZIO 3 – FLUIDI

In una condotta orizzontale di sezione $A_1=5\text{ cm}^2$ scorre acqua. In un secondo tratto della condotta la sezione diventa $A_2=2.5\text{ cm}^2$.

- a) calcolare la velocità v_1 nel primo tratto sapendo che la velocità nel secondo tratto vale $v_2 = 1\text{ m/s}$.
- b) calcolare la pressione p_2 del fluido nel secondo tratto sapendo che nel primo si ha $p_1=0.01\text{ atm}$.

ESERCIZIO 4 – TERMODINAMICA

Due moli di gas perfetto **biatomico** compiono una trasformazione dallo stato **A** a pressione $p_A = 4\text{ atm}$ e volume $V_A = 1\text{ l}$ allo stato **B** a pressione $2p_A$ e volume V_B . Durante la trasformazione la pressione varia linearmente con il volume ed il gas compie un lavoro pari a $W_{AB} = +300\text{ J}$. Determinare:

- a) le coordinate termodinamiche (p, V, T) degli stati **A** e **B**, dopo avere disegnato il grafico della trasformazione nel piano p-V;
- b) il calore Q_{AB} scambiato nella trasformazione, specificandone il segno.

(Nota: $R = 8.31\text{ J/Kmol} = 0.082\text{ l atm /Kmol}$)

SCRIVERE IN MODO CHIARO. GIUSTIFICARE I PROCEDIMENTI. SOSTITUIRE I VALORI NUMERICI SOLO ALLA FINE. NON SCORDARE LE UNITA' DI MISURA. Testi, soluzioni ed esiti alla pagina: www.mi.infn.it/~sleoni

SOLUZIONE 1 - PREREQUISITI

$$\vec{a} = i + 5j$$

$$\vec{b} = 3i - 4j$$

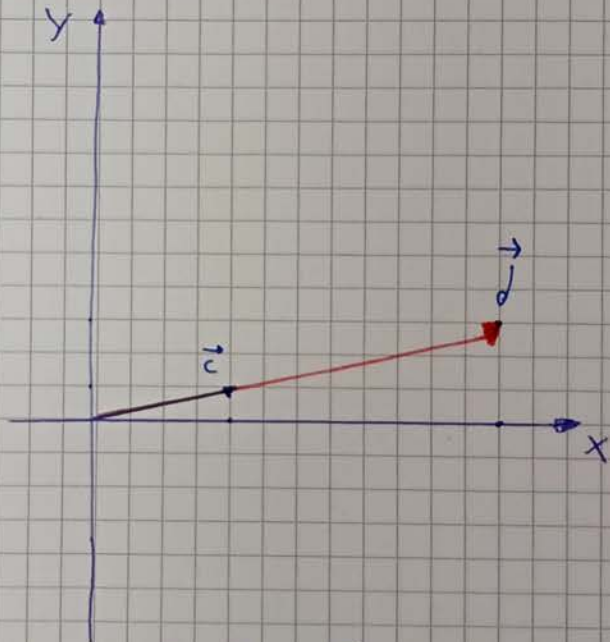
Coordinate e modulo di $\vec{c}$ e $\vec{d}$

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = (1+3)i + (5-4)j = 4i + j$$

$$|\vec{c}| = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{16 + 1} = \sqrt{17}$$

$$\vec{d} = 3\vec{c} = 3(4i + j) = 12i + 3j$$

$$|\vec{d}| = \sqrt{12^2 + 3^2} = \sqrt{153}$$



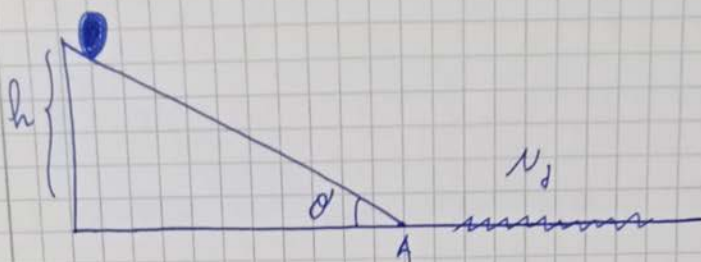
Il prodotto scalare $\vec{a} \cdot \vec{e} = |\vec{a}| \cdot |\vec{e}| \cos \theta$

dove $\vec{a} \cdot \vec{e} = 25$, $\theta = 30^\circ$ e $|\vec{a}| = \sqrt{1^2 + 5^2} = \sqrt{26}$

Da qui segue

$$|\vec{e}| = \frac{\vec{a} \cdot \vec{e}}{|\vec{a}| \cos \theta} = \frac{25}{\sqrt{26} \cos(30^\circ)} = 5.7$$

SOLUZIONE 2 - MECCANICA



Il piano inclinato è liscio, quindi non presenta attrito.

Per calcolare la velocità della pallina alla base del piano inclinato (A) usiamo la conservazione dell'energia meccanica:

$$E_{m,f} = E_{m,i}$$

$$\frac{1}{2} m v_i^2 + mgh = \frac{1}{2} m v_A^2$$

$$\text{dove } h = l \sin \theta = 3 \text{ m} \cdot \sin(45^\circ) = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$v_A^2 = v_i^2 + 2gh$$

$$v_A = \sqrt{v_i^2 + 2gh} = \sqrt{v_i^2 + 2gl \sin \theta} = 6,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Per calcolare lo spazio percorso sul tratto di piano scabro, applichiamo il teorema dell'energia cinetica

$$\Delta K = L$$

Il lavoro sarà quello compiuto dalla forza d'attrito.

$$L_A = -\mu \cdot \frac{N \cdot d}{1} = -\mu \cdot mg \cdot d$$

Quindi

$$K_f - K_i = L_A$$

$$-\frac{1}{2} m v_A^2 = -\mu mg d$$

$$d = \frac{v_A^2}{2\mu g} = 11,8 \text{ m}$$

SOLUZIONE 3 – FLUIDI

a)

Per l'equazione di continuità

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$v_1 = A_2/A_1 v_2 = 0.5 \text{ m/s}$$

in questo caso, non è necessario convertire le unità di misura di A_2 e A_1 nel SI, dato che si usa il rapporto.

b)

Per il teorema di Bernoulli, considerando che la condotta è orizzontale ($h_1 = h_2$), si ottiene

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2$$

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$p_2 = p_1 + \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - v_2^2)$$

$$= 638 \text{ Pa}$$

ove si è utilizzato

$$p_1 = 0.01 \text{ atm} = 0.01 \times 1.013 \times 10^5 \text{ Pa} = 1013 \text{ Pa}$$

$$\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$$

SOLUZIONE 4 – TERMODINAMICA

Il lavoro compiuto dal gas durante la trasformazione lineare da A a B è pari all'area del trapezio ABV_AV_B , rappresentato in figura. Le coordinate termodinamiche (p,V,T) valgono quindi:

Stato A:

$$p_A = 4 \text{ atm} = 4 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$V_A = 1 \text{ l} = 10^{-3} \text{ m}^3$$

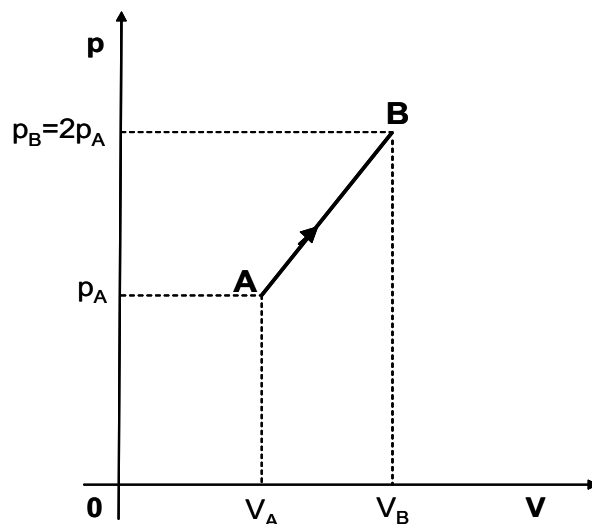
$$T_A = p_A V_A / (nR)$$

$$= (4 \times 10^5 \text{ Pa} \times 10^{-3} \text{ m}^3) / (2 \times 8.31 \text{ J/moleK})$$

$$= 24 \text{ K}$$

Stato B:

$$p_B = 2p_A = 8 \text{ atm} = 8 \times 10^5 \text{ Pa}$$



Per ricavare il volume V_B utilizzo l'espressione del lavoro W_{AB} svolto dal gas:

$$W_{AB} = \frac{(p_A + p_B) \times (V_B - V_A)}{2}$$

$$(V_B - V_A) = \frac{2 \times W_{AB}}{(p_A + p_B)}$$

$$V_B = V_A + \frac{2 \times W_{AB}}{(p_A + p_B)}$$

$$= 10^{-3} \text{ m}^3 + (2 \times 3 \times 10^2 \text{ Nm}) / ((4+8) \times 10^5 \text{ N/m}^2)$$

$$= 0.0015 \text{ m}^3 = 1.5 \text{ l}$$

$$T_B = p_B V_B / (nR)$$

$$= (8 \times 10^5 \text{ Pa} \times 1.5 \times 10^{-3} \text{ m}^3) / (2 \times 8.31 \text{ J/moleK})$$

$$= 72 \text{ K}$$

b) In base al primo principio della termodinamica:

$$Q = \Delta E_{\text{int}} + W$$

$$= \frac{5}{2} nR(T_B - T_A) + W_{AB}$$

$$= 5/2 \times 2 \text{ moli} \times 8.31 \text{ J/moleK} \times (72-24) \text{ K} + 300 \text{ J} =$$

$$= 2294 \text{ J}$$