

**APPELLO - FISICA I per SCIENZE GEOLOGICHE**  
**A.A. 2019/2020, 15 Gennaio 2020**

---

**ESERCIZIO 1 – PREREQUISITI**

Dati i vettori  $\mathbf{A} = 5\mathbf{i} + 5\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{B} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$  e  $\mathbf{C} = -2\mathbf{i}$ , disegnarli nel piano cartesiano (x,y) e

- a) calcolare il vettore  $\mathbf{S} = \mathbf{A} + \mathbf{B} + \mathbf{C}$ , il modulo di  $\mathbf{S}$  e l'angolo di inclinazione rispetto all'asse orizzontale x. Disegnare  $\mathbf{S}$  nel piano cartesiano;
- b) calcolare il prodotto scalare di  $\mathbf{S}$  con il vettore  $\mathbf{F} = 3\mathbf{j}$ .

---

**ESERCIZIO 2 – MECCANICA**

Un corpo puntiforme  $\mathbf{C}$  di massa  $m=150\text{ g}$  appoggia nel punto  $\mathbf{A}$  su un piano inclinato di  $30^\circ$  ed è trattenuto mediante una fune di tensione  $\mathbf{T}$ , fissata alla sommità del piano.

- a) Supponendo che il piano inclinato sia perfettamente liscio, si calcoli il modulo della tensione  $\mathbf{T}$  della fune e quello della reazione normale  $\mathbf{N}$  esercitata dal piano inclinato sul corpo.
- b) Supponendo che il piano inclinato sia scabro (con coefficiente di attrito  $\mu_d = 0.2$ ) e che la fune venga tagliata, si calcoli la massima compressione di una molla di costante elastica  $\mathbf{K} = 600\text{ N/m}$  posta nel punto  $\mathbf{B}$ , alla base del piano inclinato, a distanza  $\mathbf{L} = 4\text{ metri}$  da  $\mathbf{A}$ , che è inizialmente in equilibrio prima che  $\mathbf{C}$  la raggiunga.

---

**ESERCIZIO 3 – FLUIDI**

Un cilindro costituito da materiale di densità doppia rispetto a quella dell'acqua galleggia sull'acqua con  $1/3$  del volume emerso. Il cilindro ha base circolare di raggio  $\mathbf{R} = 1\text{ dm}$  e altezza  $\mathbf{h} = 40\text{ cm}$ . Il cilindro ha all'interno una cavità vuota, isolata dall'esterno, di volume  $\mathbf{V}$ . Si determini:

- a) la spinta di Archimede;
- b) il volume  $\mathbf{V}$  della cavità interna al cilindro.

---

**ESERCIZIO 4 – TERMODINAMICA**

Una mole di un gas ideale monoatomico compie le seguenti trasformazioni:

$\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$ : espansione in cui la pressione decresce linearmente da  $p_A = 8 \cdot 10^5\text{ N/m}^2$  a  $p_B = 6 \cdot 10^5\text{ N/m}^2$  al crescere del volume da  $V_A = 1\text{ dm}^3$  a  $V_B = 2\text{ dm}^3$ ;

$\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{C}$ : espansione isoterma fino al volume  $V_C = 3\text{ dm}^3$ .

- a) Si disegnino nel piano (p,V) le trasformazioni termodinamiche e si calcoli il **lavoro** totale compiuto dal gas da A a C;
- b) si calcolino la variazione di **energia interna** e il **calore** scambiato dal gas da A a C, specificando se il calore sia assorbito o ceduto.

[ $R = 8.31\text{ J/Kmole} = 0.082\text{ l atm /K mol}$ ]

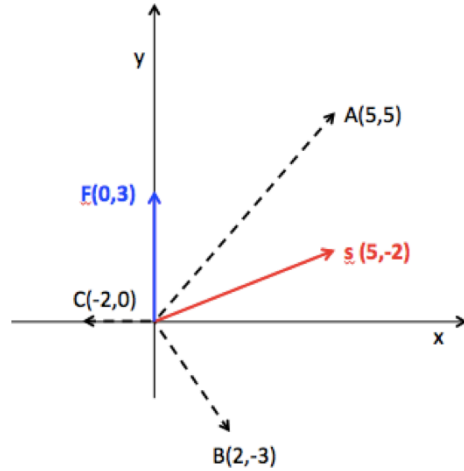
---

**SCRIVERE IN MODO CHIARO. GIUSTIFICARE I PROCEDIMENTI. SOSTITUIRE I VALORI NUMERICI SOLO ALLA FINE. NON SCORDARE LE UNITA' DI MISURA. Testi, soluzioni ed esiti alla pagina: [www.mi.infn.it/~sleoni](http://www.mi.infn.it/~sleoni)**

## SOLUZIONE 1 – PREREQUISITI

Il vettore spostamento  $s$  si può calcolare per componenti:

$$\begin{aligned}\vec{S} &= \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} \\ &= (5+2-2)\vec{i} + (5-3)\vec{j} \\ &= 5\vec{i} + 2\vec{j}\end{aligned}$$



Il vettore  $S$  ha modulo  $|S|$  e inclinazione  $\theta$  rispetto all'asse  $x$ , pari a:

$$\begin{aligned}|\vec{S}| &= \sqrt{S_x^2 + S_y^2} = \sqrt{25 + 4} = 5.4 \\ \theta &= \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{S_y}{S_x}\right) = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{2}{5}\right) = 21.8^\circ\end{aligned}$$

Il prodotto scalare con il vettore  $F=(0,3)$  si ottiene per componenti:

$$\begin{aligned}\vec{S} \cdot \vec{F} &= S_x F_x + S_y F_y \\ &= 5 \times 0 + 2 \times 3 = 6\end{aligned}$$

Alternativamente, il prodotto scalare può essere calcolato dalla definizione

$$\vec{S} \cdot \vec{F} = |S| \cdot |F| \cos \phi$$

ove  $\phi$  è l'angolo compreso tra i vettori  $S$  e  $F$ , da cui segue:

$$\begin{aligned}\vec{S} \cdot \vec{F} &= |S| \cdot |F| \cos \phi \\ &= 5.4 \times 3 \cos(90^\circ - 21.8^\circ) \approx 6\end{aligned}$$

## SOLUZIONE 2 – MECCANICA

**a)** Nella condizione di equilibrio iniziale la risultante delle forze agenti (Peso **P**, Tensione **T** e Reazione Normale al piano, **N**) è nulla . Pertanto :

$$N = P_y = mg \cos\theta = 1.27 \text{ N} \quad T = P_x = mg \sin\theta = 0.795 \text{ N}$$

**b)** Dopo il taglio della fune, il corpo è soggetto alla forza peso, alla forza normale ed alla forza di attrito  $F_a$  dove  $F_a = \mu N = \mu P_y$ , parallela ed opposta in verso al moto della particella.

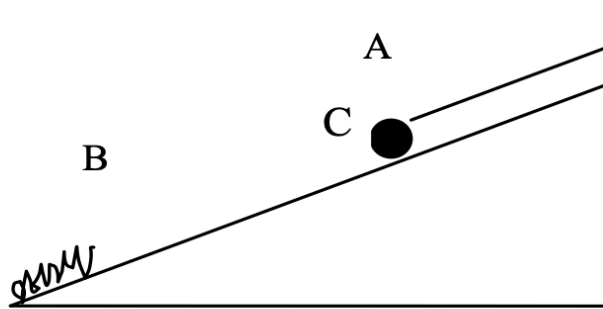
Per calcolare la velocità finale, al termine del tratto AB di lunghezza  $L$ , si applica il teorema lavoro-energia cinetica, considerando come uniche forze che compiono lavoro la forza peso e la forza d'attrito:

$$(P_x - \mu P_y) L = (1/2) m (v_B)^2$$

La massima compressione della molla  $\Delta x$  si ottiene applicando il teorema di conservazione dell'energia meccanica al sistema (corpo + molla) e pertanto:

$$(1/2) m (v_B)^2 = (1/2) k (\Delta x)^2$$

Sostituendo i valori numerici si ottiene  $\Delta x = 0.08 \text{ m}$



### SOLUZIONE 3 – FLUIDI

**a)** La spinta di Archimede è pari al peso del fluido (acqua) spostato dal corpo immerso:

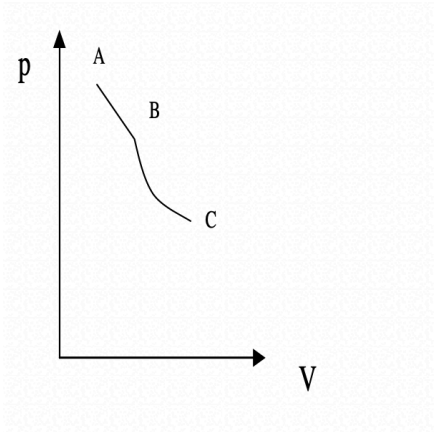
$$\begin{aligned}F_A &= m_f g = \rho V_{imm} g \\&= \rho \frac{2}{3} V g = \rho \frac{2}{3} \pi R^2 h g \\&= 10^3 \frac{kg}{m^3} \frac{2}{3} \pi (0.1m)^2 \times 0.4m \times 9.8 \frac{m}{s^2} \\&= 82.1 N\end{aligned}$$

**b)** Il volume  $V$  della cavità interna si può ottenere dalla condizione di equilibrio:

$$\begin{aligned}F_A &= F_g \\m_f g &= m_g g \\ \rho \frac{2}{3} \pi R^2 h g &= \rho_0 (V - V_c) g \\ \rho \frac{2}{3} \pi R^2 h g &= \rho_0 \pi R^2 h g - \rho_0 V_c g \\ V_c &= \pi R^2 h \left(1 - \frac{2}{3} \frac{\rho}{\rho_0}\right) = \pi R^2 h \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3} \pi R^2 h \\&= \frac{2}{3} \pi (0.1m)^2 \times 0.4m = \\&= 8.4 \cdot 10^{-3} m^3\end{aligned}$$

## SOLUZIONE 4 – TERMODINAMICA

a) Il grafico delle trasformazioni AB-BC nel diagramma (p,V) è il seguente :



Il Lavoro totale  $L = L_{AB} + L_{BC}$

$$L_{AB} = \frac{1}{2} (p_A + p_B) (V_B - V_A)$$

$$L_{BC} = nR T_C \ln (V_C / V_B) \quad \text{dove } T_C = p_C V_C / nR = p_B V_B / nR \quad (\text{la trasformazione BC è isoterma}).$$

Sostituendo i valori numerici si ricava :

$$L_{AB} = 700 \text{ J}$$

$$T_C = 144.4 \text{ K}$$

$$L_{BC} = 486 \text{ J} \quad \text{ed } L = 1186 \text{ J}$$

b) La variazione di energia interna  $\Delta E_{AC}$  è:

$$\Delta E_{AC} = n c_V (T_C - T_A)$$

$$\text{dove } T_A = p_A V_A / nR \quad \text{e } c_V = 3R/2$$

Sostituendo i valori numerici si ottiene :

$$T_A = 96.3 \text{ K} \quad \text{e } \Delta E_{AC} = 599.6 \text{ J}$$

Dal primo principio della termodinamica si ha :

$$\Delta E = Q - L \quad \text{e pertanto } Q = L + \Delta E$$

$$Q = 1786 \text{ J.}$$

Q è positivo, pertanto il calore è assorbito dal gas.