

APPELLO - FISICA I per SCIENZE GEOLOGICHE
A.A. 2019/2020, 13 Febbraio 2020

ESERCIZIO 1 – PREREQUISITI

- a) Disegnare nel piano cartesiano (x,y) un quadrato con centro nell'origine e $L = 2 \text{ m}$ e definire le componenti (x,y) dei vettori **a** dal centro al vertice del quadrato nel 1° quadrante, **b** dal centro al vertice del quadrato nel 4° quadrante, **c** dal centro al punto medio del lato che attraversa il 2° e il 3° quadrante;
- b) Calcolare il vettore somma $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$;
- c) Calcolare il prodotto scalare $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ e l'angolo tra i vettori **a** e **b**.

ESERCIZIO 2 – MECCANICA

Un corpo di massa $\mathbf{m}_1 = 250 \text{ g}$ scende lungo un piano inclinato di $\theta = 60^\circ$ rispetto all'orizzontale ed è collegato tramite una fune ed una carrucola ad un corpo di massa $\mathbf{m}_2$ libero di muoversi verticalmente. Il piano è scabro con coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0.2$. Sapendo che il sistema si muove con velocità costante, determinare:

- a) l'accelerazione **a** del sistema;
- b) la massa $\mathbf{m}_2$ e la tensione della fune **T**.

Facoltativo: determinare $\mathbf{m}_2$ quando $\mathbf{m}_1$ sale lungo il piano, sempre con velocità costante.

ESERCIZIO 3 – FLUIDI

In una condotta orizzontale di sezione $\mathbf{A}_1 = 3 \text{ cm}^2$ scorre un fluido con densità ρ pari ad 1/4 di quella dell'acqua. In un secondo tratto, la condotta si restringe ad una sezione $\mathbf{A}_2 = 1 \text{ cm}^2$. Determinare:

- a) la velocità $\mathbf{v}_1$ nel primo tratto sapendo che nel secondo si ha $\mathbf{v}_2 = 3 \text{ m/s}$;
- b) la pressione $\mathbf{p}_2$ nel secondo tratto sapendo che nel primo si ha $\mathbf{p}_1 = 0.04 \text{ atm}$.

ESERCIZIO 4 – TERMODINAMICA

Due moli di un gas perfetto monoatomico compiono un ciclo reversibile a partire dallo stato iniziale **A**, in cui la pressione $\mathbf{p}_A = 6 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ e il volume $\mathbf{V}_A = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$, costituito dalle seguenti trasformazioni **AB**: la pressione aumenta linearmente con il volume ed inoltre $\mathbf{p}_B = 2 \mathbf{p}_A$ e $\mathbf{V}_B = 3 \mathbf{V}_A$; **BC**: isovolumica con $\mathbf{p}_C = \mathbf{p}_A$; **CA**: isobara.

- a) si disegni il ciclo in un diagramma (p,V) e si calcoli il lavoro compiuto dal gas nelle trasformazioni **AB** e **CA**;
- b) si calcoli la quantità di calore scambiata dal gas nell'intero ciclo.

(Nota: $R = 8.31 \text{ J/Kmole} = 0.082 \text{ l atm /Kmole}$)

SCRIVERE IN MODO CHIARO. GIUSTIFICARE I PROCEDIMENTI. SOSTITUIRE I VALORI NUMERICI SOLO ALLA FINE. NON SCORDARE LE UNITA' DI MISURA. Testi, soluzioni ed esiti alla pagina: www.mi.infn.it/~sleoni

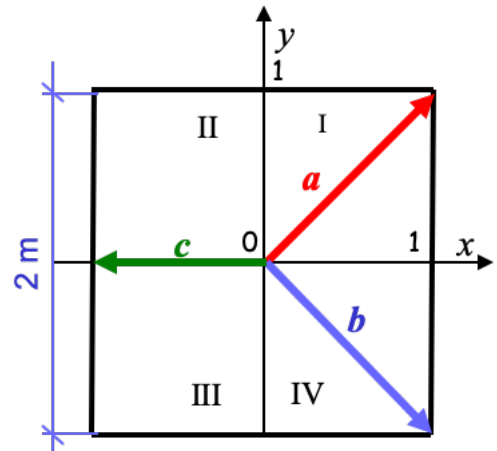
SOLUZIONE 1 – PREREQUISITI

a) Le componenti dei vettori sono le seguenti:

$$\mathbf{a} = (1, 1) \text{ m}$$

$$\mathbf{b} = (1, -1) \text{ m}$$

$$\mathbf{c} = (-1, 0) \text{ m}$$



b) Le componenti del vettore somma si possono ottenere utilizzando il metodo algebrico, di somma dei vettori:

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} = (1+1-1, 1-1+0) \text{ m} = (1, 0) \text{ m}$$

c) Il prodotto scalare tra i vettori $\mathbf{a}$ e $\mathbf{b}$ è pari a:

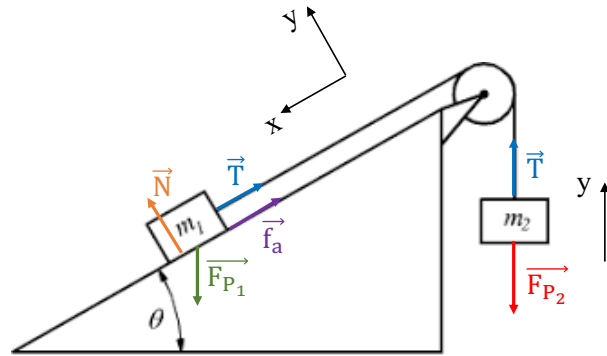
$$\mathbf{a} \bullet \mathbf{b} = a_x b_x + a_y b_y = (1 - 1) \text{ m}^2 = 0$$

I due vettori sono perpendicolari ($\theta = 90^\circ$)

SOLUZIONE 2 – MECCANICA

Trattandosi di due corpi collegati, è necessario considerare le equazioni di Newton per entrambi i corpi, considerando la stessa accelerazione in modulo:

$$\begin{aligned}\vec{F}_{P_1} + \vec{N} + \vec{T} + \vec{f}_a &= m_1 \vec{a} \\ \vec{F}_{P_2} + \vec{T} &= m_2 \vec{a}\end{aligned}$$



- a) Poiché il sistema si muove con velocità costante si ha:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a} = 0$$

- b) Considerate tutte le forze che agiscono su m_1 e m_2 e il sistema di riferimento mostrato in figura si ha:

$$\begin{cases} m_1 g \sin \theta - T - f_a = 0 \\ N - m_1 g \cos \theta = 0 \\ T - m_2 g = 0 \end{cases}$$

Dalla seconda equazione si ricava $N = m_1 g \cos \theta$, da cui

$$f_a = \mu_d m_1 g \cos \theta$$

Dalla terza equazione risulta $T = m_2 g$. Sostituendo T e f_a nella prima equazione si ottiene

$$m_1 g \sin \theta - m_2 g - \mu_d m_1 g \cos \theta = 0$$

ovvero

$$m_2 = m_1 (\sin \theta - \mu_d \cos \theta) = 0.25 \text{ kg} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 0.2 \cdot \frac{1}{2} \right) = 0.19 \text{ kg}$$

Infine

$$T = 0.19 \text{ kg} \cdot 9.8 \frac{m}{s^2} = 1.86 \text{ N}$$

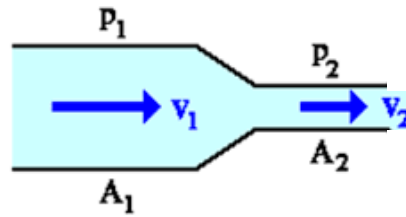
Quando m_1 sale lungo il piano, la forza di attrito cambia di segno, risultando opposta alla tensione della fune e concorde alla componente parallela della forza peso.

$$m_1 g \sin \theta - m_2 g + \mu_d m_1 g \cos \theta = 0$$

da cui

$$m_2 = m_1 (\sin \theta + \mu_d \cos \theta) = 0.25 \text{ kg} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 0.2 \cdot \frac{1}{2} \right) = 0.24 \text{ kg}$$

SOLUZIONE 3 – FLUIDI



- a) Dall'equazione di continuità

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

si ottiene

$$v_1 = v_2 \frac{A_2}{A_1} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{ cm}^2}{3 \text{ cm}^2} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- b) Utilizzando l'equazione di Bernoulli e tenendo conto che la condotta è orizzontale si ha

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

da cui

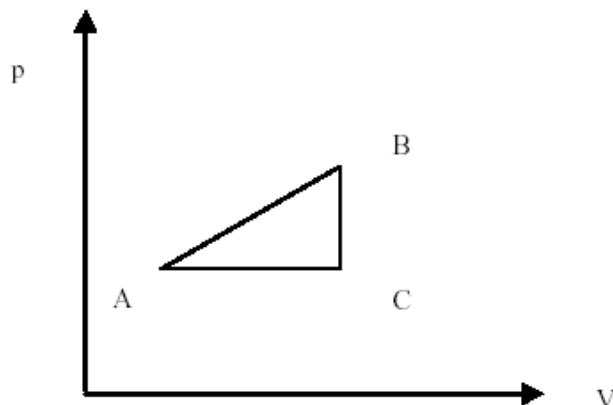
$$p_2 = p_1 + \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - v_2^2)$$

quindi

$$p_2 = (0.04 \cdot 101300) \text{ Pa} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \left(1 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} - 9 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right) = 3052 \text{ Pa} = 0.03 \text{ atm}$$

SOLUZIONE 4 – TERMODINAMICA

a) La figura mostra il ciclo in un diagramma pV :



In un diagramma di questo tipo il Lavoro compiuto dal gas nelle trasformazioni AB e CA è pari all'area delimitata dalle trasformazioni stesse e dall'asse V, tra lo stato iniziale e quello finale.

Pertanto:

$$L_{AB} = (p_B + p_A) (V_B - V_A) / 2 = (2p_A + p_A)(3V_A - V_A) / 2 = 3p_A V_A = 7200 \text{ J}$$

$$L_{CA} = (V_A - V_C) p_A = (V_A - 3V_A)p_A = -2p_A V_A = -4800 \text{ J}$$

b) La variazione di energia interna relativa all'intero ciclo è nulla e pertanto la quantità di calore scambiata nell'intero ciclo è uguale al lavoro compiuto dal gas nell'intero ciclo.

Il lavoro totale è la somma di quello compiuto nella trasformazione AB e nella trasformazione CA (quello relativo alla trasformazione BC è nullo) .

La quantità di calore scambiata nell'intero ciclo è pertanto

$$Q_{\text{tot}} = 7200 \text{ J} - 4800 \text{ J} = 2400 \text{ J}.$$