

**APPELLO - FISICA I per SCIENZE GEOLOGICHE**  
**A.A. 2010/2021, 12 Novembre 2021**

---

**ESERCIZIO 1 – PREREQUISITI**

In un piano cartesiano ortogonale XY sono dati i vettori  $\vec{a} = \mathbf{i} + 3\mathbf{j}$  e  $\vec{b} = 4\vec{a}$ . Determinare:

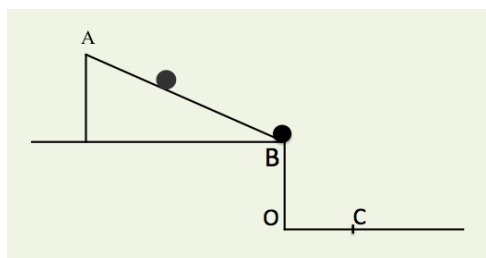
- a) il **modulo** di  $\vec{a}$ , le coordinate e il modulo di  $\vec{b}$  e rappresentare  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  nel piano cartesiano;
- b) l'angolo  $\theta$  tra  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  e l'angolo  $\varphi$  tra  $\vec{a}$  e  $(-\vec{b})$  utilizzando la definizione di prodotto scalare.

---

**ESERCIZIO 2 – MECCANICA**

Una particella di massa  $m=2\text{ kg}$  viene lasciata libera di muoversi dal punto A, alla sommità di un piano liscio AB, inclinato di  $45^\circ$  rispetto al piano orizzontale terrestre. La lunghezza di AB è 4 m. Giunta in B la particella urta, in modo completamente anelastico, una particella identica, di massa  $m$ , e le due particelle unite, dopo l'urto, cadono nel piano verticale terrestre dall'altezza  $H = 3\text{ m}$ , raggiungendo il suolo in un punto C. Si determini:

- a) la velocità della particella nel punto B, immediatamente prima dell'urto, e la velocità  $V$  delle due particelle unite, immediatamente dopo l'urto anelastico, specificandone modulo e le componenti  $V_x$  e  $V_y$ , assumendo l'asse  $x$  del sistema d'assi cartesiani parallelo ad OC e l'asse  $y$  parallelo a OB.
- b) la distanza di C dal punto O e le componenti della velocità della particella nel punto C ( $V_{Cx}$  e  $V_{Cy}$ ).



---

**ESERCIZIO 3 – FLUIDI**

Un cubetto di lato  $L=10\text{ cm}$ , è costituito di materiale plastico, che ha densità  $d = 1.2\text{ g/cm}^3$ .

All'interno del cubetto si trova una cavità cubica di lato incognito.

Sapendo che il peso del cubetto è  $8\text{ N}$ , si determini:

- a) il lato della cavità cubica;
- b) la tensione di una fune, fissata sul fondo di un recipiente pieno di acqua, a cui viene legato il cubetto in modo da risultare, all'equilibrio, totalmente immerso nell'acqua.

---

**ESERCIZIO 4 – TERMODINAMICA**

Una mole di gas perfetto monoatomico inizialmente nella stato A a temperatura  $T_A = 400\text{ K}$  compie una trasformazione aperta così composta:

- 1)  $A \rightarrow B$ : espansione adiabatica fino alla temperatura  $T_B = T_A/4$ ;
- 2)  $B \rightarrow C$ : espansione isobara fino alla temperatura  $T_C = 2 T_B$ ;
- 3)  $C \rightarrow D$ : trasformazione isocora fino alla Temperatura  $T_D = T_A$ .

- a) disegnare la trasformazione termodinamica nel piano  $(V,p)$  e determinare la variazione di energia interna per l'intera trasformazione  $A \rightarrow D$  e per i tre singoli rami;
- b) determinare il calore scambiato dal sistema con l'ambiente per l'intera trasformazione  $A \rightarrow D$  e per i tre singoli rami;

[N.B.  $R=8.31\text{ J/(moleK)}=0.082\text{ cal/(K mole)}$ ]

---

**SCRIVERE IN MODO CHIARO. GIUSTIFICARE I PROCEDIMENTI. SOSTITUIRE I VALORI NUMERICI SOLO ALLA FINE. NON SCORDARE LE UNITA' DI MISURA. Testi, soluzioni ed esiti alla pagina: [www.mi.infn.it/~sleoni](http://www.mi.infn.it/~sleoni)**

## SOLUZIONE 1 – PREREQUISITI

a) Il modulo di  $\vec{a}$  è dato da

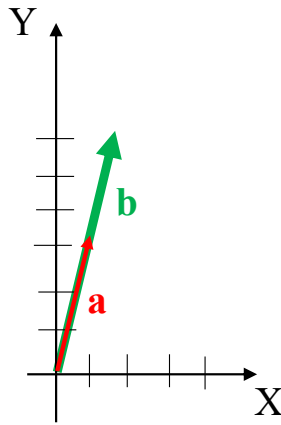
$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$$

mentre le coordinate di  $\vec{b}$  sono

$$\vec{b} = 4a_x + 4a_y = 4\mathbf{i} + 12\mathbf{j}$$

con modulo

$$|\vec{b}| = 4|\vec{a}| = 4\sqrt{10}.$$



b) Dalla definizione di prodotto scalare

$$\theta = \arccos\left(\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}\right) = \arccos\left(\frac{\vec{a} \cdot 4\vec{a}}{4|\vec{a}||\vec{a}|}\right) = \arccos\left(\frac{\vec{a} \cdot \vec{a}}{|\vec{a}||\vec{a}|}\right) = \arccos(1) = 0^\circ$$

$$\varphi = \arccos\left(\frac{\vec{a} \cdot (-\vec{b})}{|\vec{a}||-\vec{b}|}\right) = \arccos\left(\frac{\vec{a} \cdot (-4\vec{a})}{4|\vec{a}||\vec{a}|}\right) = \arccos\left(-\frac{\vec{a} \cdot \vec{a}}{|\vec{a}||\vec{a}|}\right) = \arccos(-1) = 180^\circ$$

D'altra parte,  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  hanno stessa direzione e stesso verso mentre  $\vec{a}$  e  $(-\vec{b})$  hanno stessa direzione ma verso opposto.

## SOLUZIONE 2 – MECCANICA

- a) L'altezza del piano inclinato vale  $h = AB \sin 45^\circ = 2.8 \text{ m}$ .

Essendo il piano liscio, si conserva l'energia meccanica, da cui segue che la velocità della particella in B, immediatamente prima dell'urto è pari a:

$$mgh = \frac{1}{2} m v_B^2$$

$$v_B = 7.4 \text{ m/s.}$$

Le componenti del vettore  $\mathbf{v}_B$  nel sistema d'assi indicato sono:

$$v_{Bx} = v_B \cos 45^\circ = 5.3 \text{ m/s e } v_{By} = v_B \sin 45^\circ = - 5.3 \text{ m/s.}$$

La velocità delle due particelle immediatamente dopo l'urto anelastico è pari a:

$$2m V = m v_B$$

$$V = v_B/2 = 3.7 \text{ m/s}$$

ove

$$V_x = V \cos(45^\circ) = 2.6 \text{ m/s}$$

$$V_y = V \sin(45^\circ) = -2.6 \text{ m/s}$$

- b) Nel punto B la particella di massa  $2m$  inizia la caduta nel piano verticale terrestre, pertanto si ha:

$a_x = 0$  ;  $a_y = -g$  ; (  $a_x$  e  $a_y$  sono le componenti del vettore accelerazione )

$$v_x = V_x = V \cos 45^\circ = 2.6 \text{ (m/s)} ; \quad v_y = -gt + V_y = -gt - 2.6 \text{ (m/s)};$$

$$x = V_x t = 2.6 t \text{ (m)} ; \quad y = -\frac{1}{2} g t^2 + V_y t + OB = -\frac{1}{2} g t^2 - 2.6 t + 3 \text{ (m)}.$$

Ponendo  $y = 0$ , si ricava il tempo  $t$  impiegato dalla particella a raggiungere il suolo e risulta  $t = 0.56 \text{ s}$ .

La distanza  $OC$  è pertanto:  $OC = 2.63 t = 1.5 \text{ m}$ .

Le componenti della velocità in C valgono

$$V_{Cx} = 2.6 \text{ m/s e } V_{Cy} = -gt + V_{By} = - 8.1 \text{ m/s}$$

### SOLUZIONE 3 – FLUIDI

**a)** Se NON ci fosse la cavità, la massa del cubetto risulterebbe

$$m = 1.2 \text{ kg } ( L^3 \times d )$$

ed il peso

$$P = 11.76 \text{ N.}$$

Poiché il peso è solo 8 N, il peso mancante corrisponde ad una massa di

$$m' = 0.384 \text{ kg}$$

ed a un volume di

$$V' = 320 \text{ cm}^3.$$

Poiché il volume del cubo è dato da  $V_{\text{cubo}} = L^3$ , il lato della cavità cubica risulta

$$R = 6.84 \text{ cm.}$$

**b)** Quando il cubetto è immerso in acqua agiscono la forza Peso e la tensione T della fune, verso il fondo del recipiente e la spinta archimedeica S, verso l'alto.

All'equilibrio la risultante delle forze è nulla, pertanto

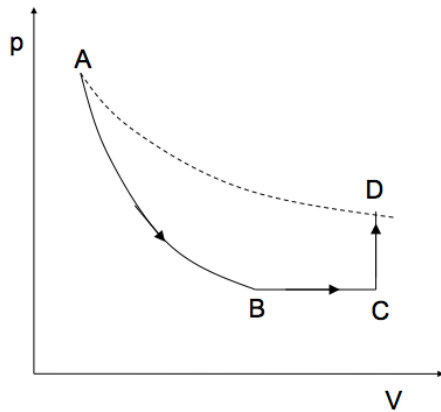
$$S - P - T = 0$$

Poiché S è il peso di un cubo di acqua di 10 cm di lato, cioè 9.8 N, risulta

$$T = 1.8 \text{ N}$$

## SOLUZIONE 4 – TERMODINAMICA

a)



La variazione di energia interna  $\Delta E_{if}$  tra gli stati a temperatura iniziale e finale  $T_i$  e  $T_f$  è pari a  $\Delta E_{if} = n c_v (T_f - T_i)$

da cui segue che

$$\Delta E_{AD} = 0$$

$$\begin{aligned}\Delta E_{AB} &= n c_v (T_B - T_A) = \frac{3}{2} R (T_A/4 - T_A) \\ &= -\frac{9}{8} R T_A = -3739.6 \text{ J}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta E_{BC} &= n c_v (T_C - T_B) = \frac{3}{2} R (2T_B - T_B) = \\ &= \frac{3}{2} R T_B = 1246.5 \text{ J}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta E_{CD} &= n c_v (T_D - T_C) = \frac{3}{2} R (T_A - T_A/2) = \\ &= \frac{3}{4} R T_A = 2493 \text{ J}\end{aligned}$$

b) Il calore totale è dato da:

$$Q_{AD} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD}$$

ove

$$Q_{AB} = 0$$

$$\begin{aligned}Q_{BC} &= n c_p (T_C - T_B) = \frac{5}{2} R (2T_B - T_B) = \\ &= \frac{5}{2} R T_B = 2077.5 \text{ J}\end{aligned}$$

$$Q_{CD} = n c_v (T_D - T_C) = \Delta E_{CD} = 2493 \text{ J}$$

da cui segue:

$$Q_{AD} = 4570.5 \text{ J}$$