

APPELLO - FISICA I per SCIENZE GEOLOGICHE
A.A. 2023/2024 - 12 settembre 2024

ESERCIZIO 1 – PREREQUISITI

In un piano cartesiano ortogonale XY è dato il vettore $\vec{v} = 2\vec{i} + 2\vec{j}$. Determinare:

- a) il vettore $\vec{w}$ in modulo, direzione e verso sapendo che $\vec{v} \cdot \vec{w} = 0$ e $w_x = -2$ e disegnarlo nel piano;
 - b) il vettore $\vec{v} - \vec{w}$ in modulo, direzione e verso e disegnarlo nel piano.
-

ESERCIZIO 2 – MECCANICA

Un proiettile di massa $m_P = 30 \text{ g}$, che ha velocità $v_P = 20 \text{ m/s}$, è sparato contro un blocco di massa $M_B = 200 \text{ g}$, fermo su un piano orizzontale. Dopo l'urto perfettamente anelastico, in cui il proiettile si conficca nel blocco, il blocco si mette in moto e sale lungo un piano **scabro**, inclinato di 30° rispetto al piano orizzontale, fino ad un punto B, dove **si arresta**. Il coefficiente di attrito piano inclinato – blocco μ vale **0.1**.

Si calcoli:

- a) la velocità del sistema blocco+ proiettile subito dopo l'urto;
 - b) il tratto percorso dal sistema blocco+ proiettile lungo il piano inclinato prima di arrestarsi.
-

ESERCIZIO 3 – FLUIDI

Una cisterna cilindrica di altezza $h = 2 \text{ m}$ ha base circolare di raggio $R_1 = 1 \text{ m}$. La base inferiore della cisterna si trova a quota $H = 4 \text{ m}$ dal suolo e presenta sulla superficie laterale, in prossimità della base stessa, un forellino di sezione circolare e raggio $R_2 = 1 \text{ cm}$. Determinare:

- a) il rapporto v_1/v_2 fra le velocità del fluido (acqua) in corrispondenza della base superiore (v_1) e del forellino (v_2) e la velocità v_2 di deflusso dal forellino;
 - b) il tempo impiegato dallo zampillo d'acqua uscente dal forellino per raggiungere il suolo e la massima distanza orizzontale percorsa.
-

ESERCIZIO 4 – TERMODINAMICA

Una mole di gas perfetto *monoatomico* compie le seguenti tre trasformazioni termodinamiche:

A→B: **isobara** dallo stato A: $P_A = 1 \text{ atm}$ e $V_A = 5 \text{ l}$ allo stato B: $V_B = 2 V_A$;

B→C: **isoterma** dallo stato B allo stato C: $V_C = 4 V_A$;

C→D: **isocora** dallo stato C allo stato D: $P_D = \frac{1}{4} P_A$;

- a) disegnare il grafico della trasformazione nel piano P-V e determinare le coordinate termodinamiche (P, V, T) degli stati A, B e C;
 - b) calcolare la quantità di calore Q scambiata (specificando se ceduta o assorbita) e la variazione di energia interna ΔE nel passaggio dallo stato iniziale A allo stato finale D.
[$R = 8.31 \text{ J/Kmole} = 0.082 \text{ l atm /K mol}$]
-

SCRIVERE IN MODO CHIARO. GIUSTIFICARE I PROCEDIMENTI. SOSTITUIRE I VALORI NUMERICI SOLO ALLA FINE. NON SCORDARE LE UNITA' DI MISURA. Testi, soluzioni ed esiti alla pagina: www.mi.infn.it/~sleoni

SOLUZIONE 1 – PREREQUISITI

a)

Poiché $\vec{v} \cdot \vec{w} = 0$, l'angolo compreso tra i due vettori è $\theta = 90^\circ$.

Il vettore $\vec{v}$ forma con l'asse X un angolo

$$\varphi = \operatorname{atan}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \operatorname{atan}(1) = 45^\circ$$

e giace quindi sulla retta $y = x$. Pertanto il vettore $\vec{w}$ giace sulla retta $y = -x$.

Poiché $w_x = -2$, $w_y = 2$. Il vettore $\vec{w}$ pertanto è

$$\vec{w} = -2\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$$

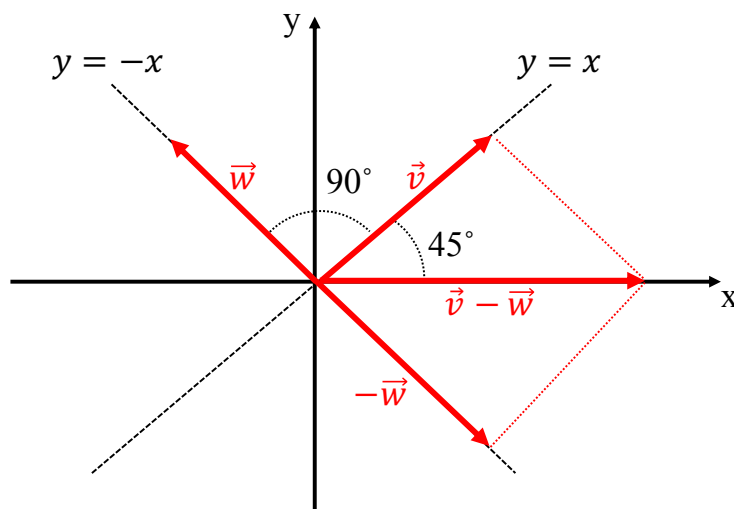
e

$$|\vec{w}| = \sqrt{4 + 4} = 2\sqrt{2}$$

b)

$$\vec{v} - \vec{w} = \vec{v} + (-\vec{w}) = (2 + 2)\mathbf{i} + (2 - 2)\mathbf{j} = 4\mathbf{i}$$

$$|\vec{v} - \vec{w}| = 4$$



SOLUZIONE 2 – MECCANICA

- a) Nell'urto si conserva la quantità di moto totale del sistema e pertanto, indicato con m_P ed M_B le masse del proiettile e del blocco, con v_P la velocità del proiettile e con V la velocità del sistema blocco+proiettile dopo l'urto, si ha :

$$m_P v_P = (m_P + M_B) V \quad \text{da cui si ricava } V.$$

Sostituendo i valori numerici si ha $V=2.6 \text{ m/s}$

- b) Salendo sul piano inclinato il blocco (+ proiettile) è soggetto alla forza peso, alla forza di attrito e alla reazione normale al piano. Scelto l'asse x di un sistema d'assi (x,y) , parallelo al piano inclinato, con verso coincidente con quello del moto (verso l'alto), e con origine O alla base del piano inclinato, la componente x della forza risultante è:
 $F_x = - (m_P + M_B) g \sin 30^\circ - \mu (m_P + M_B) g \cos 30^\circ$

Il Lavoro compiuto dalla forza risultante nel tratto D percorso prima di arrestarsi uguaglia la variazione di energia cinetica del blocco (+ proiettile).

Vale pertanto

$$- (m_P + M_B) g \sin 30^\circ D - \mu (m_P + M_B) g \cos 30^\circ D = 0 - \frac{1}{2} (m_P + M_B) V^2$$

da cui si ricava D :

$$D = V^2 / (2g (\mu \cos 30^\circ + \sin 30^\circ))$$

Sostituendo i valori numerici si ottiene $D=0.6 \text{ m}$

SOLUZIONE 3 – FLUIDI

a) Per l'equazione di continuità le velocità v_1 e v_2 alle sezioni A_1 ed A_2 sono tali per cui:

$$\begin{aligned} A_1 v_1 &= A_2 v_2 \\ \frac{v_1}{v_2} &= \frac{A_2}{A_1} = \frac{\pi R_2^2}{\pi R_1^2} \\ &= \frac{(0.01m)^2}{(1m)^2} \\ &= 10^{-4} \end{aligned}$$

La velocità v_2 di deflusso si ottiene dal teorema Bernoulli:

$$p_0 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g(H + h) = p_0 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho gH$$

$$\frac{1}{2} \rho v_2^2 - \frac{1}{2} \rho v_1^2 \approx \frac{1}{2} \rho v_2^2 = \rho gh$$

da cui segue:

$$\begin{aligned} v_2 &= \sqrt{2gh} \\ &= \sqrt{2 \times 9.8m/s^2 \times 2m} = 6.3m/s \end{aligned}$$

b) Il tempo impiegato dallo zampillo per raggiungere il suolo (a quota $y = 0$) si ricava dalla legge del moto uniformemente accelerato lungo y , sapendo che la velocità dello zampillo all'uscita del forellino ha componenti $v_{0x} = 6.3m/s$ e $v_{0y} = 0$.

$$\begin{aligned} y &= y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \\ &= H - \frac{1}{2}gt^2 = 0 \end{aligned}$$

da cui segue:

$$t = \sqrt{2H/g} = \sqrt{2 \times \frac{4m}{9.8m/s^2}} \approx 0.9s$$

e a cui corrisponde uno spostamento orizzontale:

$$x = v_{0x}t = v_2t = 6.3m/s \times 0.9s = 5.7m$$

SOLUZIONE 4 – TERMODINAMICA

a)

$$T_A = \frac{P_A V_A}{nR} = \frac{1 \text{ atm} \cdot 5 \text{ l}}{1 \text{ mol} \cdot 0.082 \frac{\text{l atm}}{\text{K mol}}} = 61 \text{ K}$$

$$P_A = 1 \text{ atm}$$

$$V_A = 5 \text{ l}$$

$$T_B = \frac{P_B V_B}{nR} = \frac{P_A 2V_A}{nR} = 2T_A = 122 \text{ K}$$

$$P_B = P_A = 1 \text{ atm}$$

$$V_B = 2V_A = 10 \text{ l}$$

$$T_C = T_B = 122 \text{ K}$$

$$P_C = \frac{T_C nR}{V_C} = \frac{2T_A nR}{4V_A} = \frac{1}{2} P_A = 0.5 \text{ atm}$$

$$V_C = 4V_A = 20 \text{ l}$$

$$T_D = \frac{P_D V_D}{nR} = \frac{\frac{1}{4} P_A 4V_A}{nR} = T_A = 61 \text{ K}$$

$$P_D = \frac{1}{4} P_A = 0.25 \text{ atm}$$

$$V_D = V_C = 4V_A = 20 \text{ l}$$

b)

$$Q_{A \rightarrow B} = n c_P (T_B - T_A) = 1 \text{ mol} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8.31 \frac{\text{J}}{\text{K mol}} \cdot (122 - 61) \text{ K} = 1267.3 \text{ J}$$

$$Q_{B \rightarrow C} = L_{BC} = nRT_B \ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right) = 1 \text{ mol} \cdot 8.31 \frac{\text{J}}{\text{K mol}} \cdot 122 \text{ K} \cdot \ln 2 = 702.7 \text{ J}$$

$$Q_{C \rightarrow D} = n c_V (T_D - T_C) = 1 \text{ mol} \cdot \frac{3}{2} \cdot 8.31 \frac{\text{J}}{\text{K mol}} \cdot (61 - 122) \text{ K} = -760.4 \text{ J}$$

$$Q_{TOT} = Q_{A \rightarrow B} + Q_{B \rightarrow C} + Q_{C \rightarrow D} = 1209.6 \text{ J (assorbito)}$$

$$\Delta E_{A \rightarrow D} \propto (T_D - T_A) = 0 \text{ J}$$

