

APPELLO - FISICA I per SCIENZE GEOLOGICHE
A.A. 2018/2019, 11 febbraio 2019

ESERCIZIO 1 – PREREQUISITI

In un piano cartesiano XY sono dati il vettore $\vec{a} = 2\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ e un vettore $\vec{b}$ giacente sull'asse X. Determinare:

- a) le coordinate di $\vec{b}$ sapendo che $\vec{a} + \vec{b} = -\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ e rappresentare $\vec{a}$ e $\vec{b}$ in XY;
 - b) il prodotto scalare $\vec{a} \cdot \vec{b}$ e l'angolo ϑ compreso tra $\vec{a}$ e $\vec{b}$.
-

ESERCIZIO 2 - MECCANICA

Un corpo di massa $m = 10$ kg viene lanciato, con velocità $v = 3$ m/s, lungo un piano inclinato, partendo dal punto A alla base del piano. Il piano è scabro, con coefficiente di attrito $\mu = 0.2$ ed inclinazione di 45° rispetto al piano orizzontale terrestre. Giunto, in B, alla sommità del piano, il corpo urta in modo completamente anelastico, un corpo di massa uguale.

Determinare:

- a) la forza che occorre esercitare sul blocco per farlo salire lungo il piano con velocità costante;
 - b) la velocità dei due corpi, immediatamente dopo l'urto;
 - c) il tempo impiegato per raggiungere la quota massima, dopo che i due corpi lasciano il piano.
-

ESERCIZIO 3 – FLUIDI

Una sfera di metallo di massa $m = 547$ g pesa 4.8 N quando viene completamente immersa in acqua. Determinare:

- a) la spinta di Archimede in modulo, direzione e verso;
 - b) la densità della sfera;
 - c) il raggio della sfera.
-

ESERCIZIO 4 – TERMODINAMICA

Due moli di un gas perfetto biatomico compiono le seguenti trasformazioni termodinamiche:

- A $\rightarrow$ B: ISOTERMA
- B $\rightarrow$ C: ISOBARA
- C $\rightarrow$ D: ISOCORA

dove $P_A = 2 \cdot 10^4$ N/m², $V_A = 1$ m³, $P_B = \frac{1}{2}P_A$, $V_B = 2V_A$, $V_C = 2V_B$ e $P_D = P_A$.

Determinare:

- a) le coordinate termodinamiche nei punti A, B, C e D e rappresentare le trasformazioni nel piano PV
 - b) il lavoro totale compiuto dal gas da A a D;
 - c) la variazione di energia interna da A a D.
-

SCRIVERE IN MODO CHIARO. GIUSTIFICARE I PROCEDIMENTI. SOSTITUIRE I VALORI NUMERICI SOLO ALLA FINE. NON SCORDARE LE UNITA' DI MISURA.

Testi, soluzioni ed esiti alla pagina: www.mi.infn.it/~sleoni

ESERCIZIO 1 – PREREQUISITI

a) Il generico vettore $\vec{b}$ sarà

$$\vec{b} = x_b \vec{i}$$

pertanto

$$\vec{a} + \vec{b} = (2 + x_b)\vec{i} + (2 + 0)\vec{j} = (2 + x_b)\vec{i} + 2\vec{j} = -\vec{i} + 2\vec{j}$$

quindi

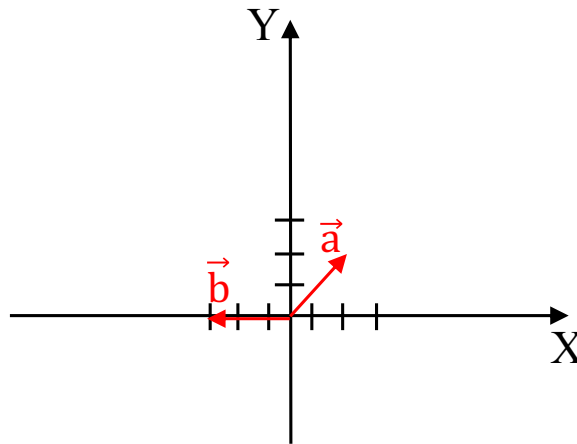
$$2 + x_b = -1$$

da cui

$$x_b = -3$$

ovvero

$$\vec{b} = -3\vec{i}$$



b) Il prodotto scalare è dato da

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot (-3) + 2 \cdot 0 = -6$$

Dalla definizione di prodotto scalare

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \vartheta$$

segue che

$$\cos \vartheta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

Nel caso in esame

$$|\vec{a}| = \sqrt{4 + 4} = 2\sqrt{2} \quad \text{e} \quad |\vec{b}| = 3$$

quindi

$$\vartheta = \cos^{-1} \left(-\frac{6}{6\sqrt{2}} \right) = \cos^{-1} \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 135^\circ$$

ESERCIZIO 2 - MECCANICA

- a) Si scelga un sistema di assi cartesiani (x,y) con l'asse x parallelo al piano inclinato e verso positivo concorde con il moto (verso l'alto).
Il blocco sale con velocità costante quando la risultante delle forze agenti sul blocco è nulla. La forza F che occorre applicare al blocco deve quindi bilanciare la componente della forza peso parallela al piano inclinato e la forza di attrito:

$$F - mg \sin 45^\circ - \mu N = 0$$

ove N è la normale al piano e vale in modulo $N = mg \cos 45^\circ = + 69.3 \text{ N}$

La forza F da applicare vale quindi:

$$F = + mg \sin 45^\circ + \mu N = + 83.2 \text{ N i.}$$

- b) Essendo un urto completamente anelastico, la velocità v_{fin} dei due corpi (uniti dopo l'urto) si ottiene dalla conservazione della quantità di moto:

$$mv_{\text{in}} = (m+m) v_{\text{fin}}$$

$$v_{\text{fin}} = v_{\text{in}}/2 = 1.5 \text{ m/s}$$

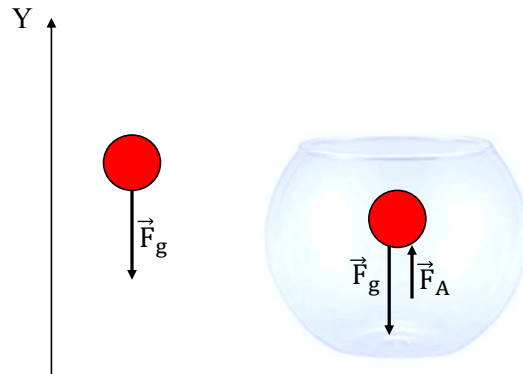
- c) Dopo avere lasciato il piano, il moto dei due corpi uniti è assimilabile al moto di un proiettile.

Il tempo necessario per raggiungere la quota massima si ottiene quando la componente del vettore velocità lungo y è pari a 0:

$$v_y = v_{0y} - gt = 0$$

$$t = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0 \sin \theta}{g} = \frac{1.5 \times \sqrt{2} / 2 \text{ m/s}}{9.8 \text{ m/s}^2} = 0.1 \text{ s}$$

ESERCIZIO 3 – FLUIDI



- a) In aria, la sfera è soggetta alla sola forza peso

$$\vec{F}_g = -mg \mathbf{j} = -0.547 \text{ kg} \cdot 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \mathbf{j} = -5.4 \text{ N } \mathbf{j}$$

La spinta di Archimede è data dalla differenza tra il peso in acqua e in aria della sfera

$$\vec{F}_A = \vec{P} - \vec{F}_g = -4.8 \text{ N } \mathbf{j} + 5.4 \text{ N } \mathbf{j} = 0.6 \text{ N } \mathbf{j}$$

- b) Dalla definizione di spinta di Archimede

$$|\vec{F}_A| = \rho_{\text{acq}} \cdot V_S \cdot g$$

si ottiene

$$V_S = \frac{|\vec{F}_A|}{\rho_{\text{acq}} \cdot g} = \frac{0.6 \text{ N}}{10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 6.1 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 = 61 \text{ cm}^3$$

dunque

$$\rho_S = \frac{m}{V_S} = \frac{0.547 \text{ kg}}{6.1 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3} = 8967 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

- c) Il volume della sfera è dato da

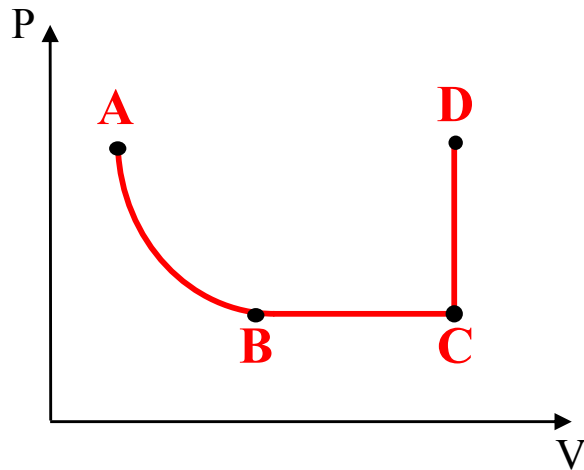
$$V_S = \frac{4}{3} \pi R^3$$

da cui

$$R = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot V_S}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 6.1 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3}{4\pi}} = 0.02 \text{ m} = 2 \text{ cm}$$

ESERCIZIO 4 – TERMODINAMICA

a)



$$P_A = 2 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$$

$$V_A = 1 \text{ m}^3$$

$$T_A = \frac{P_A V_A}{nR} = \frac{2 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2 \cdot 1 \text{ m}^3}{2 \cdot 8.31 \text{ J/molK}} = 1203.4 \text{ K}$$

$$P_B = \frac{1}{2} P_A = 10^4 \text{ N/m}^2$$

$$V_B = 2V_A = 2 \text{ m}^3$$

$$T_B = T_A = 1203.4 \text{ K}$$

$$P_C = P_B = 10^4 \text{ N/m}^2$$

$$V_C = 2V_B = 4 \text{ m}^3$$

$$T_C = \frac{P_C V_C}{nR} = \frac{2P_B V_B}{nR} = 2T_B = 2406.8 \text{ K}$$

$$P_D = P_A = 2 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$$

$$V_D = V_C = 4 \text{ m}^3$$

$$T_D = \frac{P_D V_D}{nR} = \frac{P_A V_C}{nR} = \frac{2P_A V_B}{nR} = \frac{4P_A V_A}{nR} = 4T_A = 4813.6 \text{ K}$$

b) Il lavoro totale compiuto dal gas è dato dalla somma dei singoli lavori

$$L_{A \rightarrow B} = nRT_A \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) = 2 \cdot 8.31 \frac{\text{J}}{\text{molK}} \cdot 1203.4 \text{ K} \cdot \ln 2 = 13863.3 \text{ J}$$

$$L_{B \rightarrow C} = P_B(V_C - V_B) = 10^4 \text{ N/m}^2 \cdot 2\text{m}^3 = 20000.0 \text{ J}$$

$$L_{C \rightarrow D} = 0 \text{ J}$$

$$L_{\text{TOT}} = L_{A \rightarrow B} + L_{B \rightarrow C} + L_{C \rightarrow D} = 13863.3 \text{ J} + 20000.0 = 33863.3 \text{ J}$$

c) La variazione di energia interna da A a D dipende solo da T_A e T_D

$$\Delta E_{A \rightarrow D} = nc_V(T_D - T_A) = 3nc_V T_A = 3 \cdot 2 \cdot \frac{5}{2} \cdot 8.31 \frac{\text{J}}{\text{molK}} \cdot 1203.4 \text{ K} = 150003.8 \text{ J}$$