

APPELLO - FISICA I per SCIENZE GEOLOGICHE
A.A. 2023/2024, 10 luglio 2024

ESERCIZIO 1 – PREREQUISITI

In un piano cartesiano ortogonale XY siano dati i vettori $\vec{a} = \underline{i}$ e $\vec{b} = \underline{i} + 2\underline{j}$. Determinare:

- a) Le **coordinate** e il **modulo** del vettore $\vec{v} = \vec{a} + 2\vec{b}$ e rappresentarlo nel piano cartesiano;
- b) Le **coordinate** del vettore $\vec{w}$, ottenuto ruotando il vettore $\vec{v}$ in modo da farlo coincidere con l'asse positivo delle Y, e il **prodotto scalare** $\vec{a} \cdot \vec{w}$.

ESERCIZIO 2 – MECCANICA

Un corpo di massa $m_1 = 1 \text{ kg}$ si muove su un piano orizzontale scabro, con coefficiente di attrito dinamico $\mu = 0.4$, partendo con velocità $v_0 = 10 \text{ m/s}$. Dopo avere percorso un tratto $s = 3 \text{ m}$ urta in modo completamente anelastico un corpo di massa $m_2 = 10 \text{ g}$. Dopo l'urto i due corpi proseguono il loro moto lungo una guida verticale perfettamente liscia e semi-circolare, di raggio $R = 1 \text{ m}$, come mostrato in figura. Determinare:

- a) l'energia cinetica e la velocità del corpo m_1 alla fine del tratto s
- b) la velocità dei corpi dopo l'urto nei punti A, B e C, specificando la direzione ed il verso.
- c) **facoltativo**: descrivere cosa succede al corpo dopo avere raggiunto il punto C, e determinare il tempo di caduta e lo spazio orizzontale percorso.



ESERCIZIO 3 - FLUIDI

Un cubetto metallico, di densità $\rho = 7 \text{ g/cm}^3$ e lato esterno $L = 9 \text{ cm}$, ha al suo interno una cavità sferica, in cui c'è il vuoto, di raggio $r = 2 \text{ cm}$. Viene appeso ad una fune e totalmente immerso in acqua. Si calcoli:

- a) la spinta archimedeica agente sul cubetto;
- b) la tensione T del filo.

ESERCIZIO 4 - TERMODINAMICA

Una mole di un gas perfetto monoatomico passa dallo stato iniziale A di coordinate termodinamiche $p_A = 2 \text{ atm}$, $V_A = 10 \text{ litri}$ allo stato finale D, attraverso le seguenti trasformazioni:

AB: isobara con $V_B = 20 \text{ litri}$, **BC**: isoterma con $V_C = 40 \text{ litri}$, **CD**: isovolumica con $p_D = 0.5 \text{ atm}$.

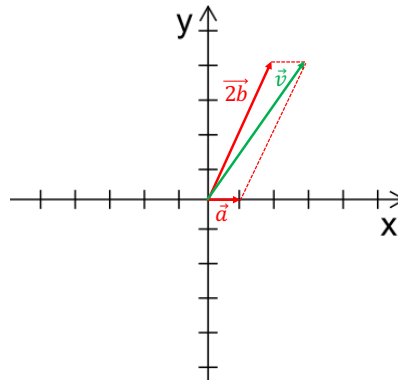
- a) Si disegnino le tre trasformazioni AB, BC, CD in un diagramma (V, p) e si calcoli la quantità di calore totale scambiata nel passaggio del gas dallo stato iniziale A allo stato finale D attraverso le tre trasformazioni date. Si precisi se la quantità di calore è assorbita o ceduta.
- b) Si calcoli la variazione di energia interna del gas nel passaggio dallo stato iniziale A allo stato finale D.

[N.B. $R = 8.31 \text{ J/Kmole} = 0.082 \text{ l atm /K mol}$]

SCRIVERE IN MODO CHIARO. GIUSTIFICARE I PROCEDIMENTI. SOSTITUIRE I VALORI NUMERICI SOLO ALLA FINE. NON SCORDARE LE UNITA' DI MISURA. Testi, soluzioni ed esiti alla pagina: www.mi.infn.it/~sleoni

SOLUZIONE 1 – PREREQUISITI

a)

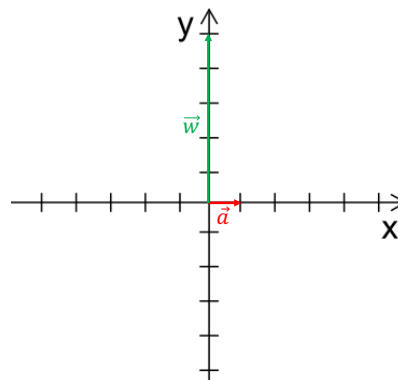


$$2\vec{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$$

$$\vec{v} = \vec{a} + 2\vec{b} = (1 + 2)\vec{i} + (0 + 4)\vec{j} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

b)



Il vettore $\vec{w}$ avrà come unica coordinata non nulla w_y , poiché giace sull'asse Y. Considerato che una rotazione non modifica il modulo del vettore, avremo $|\vec{w}| = 5$ e quindi $\vec{w} = 5\vec{j}$.

Inoltre, essendo $\vec{a} \perp \vec{w}$, avremo $\vec{a} \cdot \vec{w} = 0$ per definizione di prodotto scalare.

SOLUZIONE 2 – MECCANICA

a) Lungo il tratto d l'unica forza che compie lavoro, a scapito della energia cinetica iniziale, è la forza di attrito:

$$\Delta K = L_{att}$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} m_1 v_0^2 = \vec{F}_{att} \cdot \vec{d} = -\mu N d = -\mu m g d = -0.4 \times 1 \text{ kg} \times 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 3 \text{ m} = -11.76 \text{ J}$$

da cui si ottiene l'energia cinetica e la velocità alla fine del tratto d:

$$K_f = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \Delta K + \frac{1}{2} m_1 v_0^2 = -11.76 \text{ J} + 0.5 \times 1 \text{ kg} \times (10 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 = 38.24 \text{ J}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2K_f}{m_1}} = \sqrt{\frac{2 \times 38.24 \text{ J}}{1 \text{ kg}}} = 8.75 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) Essendo l'urto perfettamente anelastico si conserva solo la quantità di moto ed i due corpi, dopo l'urto, continuano il loro moto uniti, con velocità v:

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v$$

$$v = \frac{m_1}{(m_1 + m_2)} v_1 = \frac{1 \text{ kg}}{(1 \text{ kg} + 0.01 \text{ kg})} 8.75 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 8.66 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Per il calcolo della velocità nei punti A, B e C, dopo l'urto, si sfrutta il principio di conservazione dell'energia meccanica. La velocità è sempre tangente alla traiettoria con verso concorde al moto.

Punto A:

$$K_A = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 = 0.5 \times (1.01 \text{ kg}) \times (8.66 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 = 37.87 \text{ J}$$

$$v_A = v = 8.66 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Punto B:

$$E_{mecc,B} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_B^2 + (m_1 + m_2) g R = E_{mecc,A} = K_A$$

$$K_B = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_B^2 = K_A - (m_1 + m_2) g R = 37.87 \text{ J} - 1.01 \text{ kg} \times 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 1 \text{ m} = 27.97 \text{ J}$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2K_B}{(m_1 + m_2)}} = \sqrt{\frac{2 \times 27.97 \text{ J}}{1.01 \text{ kg}}} = 7.44 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Punto C:

$$E_{mecc,C} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_C^2 + 2(m_1 + m_2) g R = E_{mecc,A} = K_A$$

$$K_B = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_B^2 = K_A - 2(m_1 + m_2) g R = 37.87 \text{ J} - 2 \times 1.01 \text{ kg} \times 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 1 \text{ m} = 18.07 \text{ J}$$

$$v_C = \sqrt{\frac{2K_C}{(m_1 + m_2)}} = \sqrt{\frac{2 \times 18.07 \text{ J}}{1.01 \text{ kg}}} = 5.98 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

c) FACOLTATIVO:

Nel punto C, al termine della guida, il corpo possiede una velocità v_C orizzontale, di modulo $v_C = 5.98 \text{ m/s}$ e verso opposto all'asse x. Dopo lo stacco dalla guida il corpo è soggetto alla forza peso e seguirà quindi una traiettoria parabolica, secondo le equazioni:

$$v_x = v_{0x} = v_C \quad v_y = -gt$$
$$x = x_0 + v_{0x}t \quad y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2$$

dalla equazione del moto lungo y si ricava il tempo di caduta:

$$-\frac{1}{2}gt^2 = y - y_0 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2(y_0 - y)}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 2\text{m}}{9.8\text{m/s}^2}} = 0.64\text{s}$$

da cui segue che lo spazio percorso in x è pari, con verso opposto all'asse, a:

$$x = v_{0x}t = 5.98 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times 0.64\text{s} = 3.83\text{m}$$

SOLUZIONE 3 – FLUIDI

a) Il modulo della Spinta Archimedeana, S_A , agente sul cubetto totalmente immerso in acqua, è uguale a quello del Peso di un volume di acqua pari a quello del cubetto. Vale pertanto:

$$S_A = (L^3 \rho_{\text{acqua}} g) \text{ dove } \rho_{\text{acqua}} = 10^3 \text{ kg/m}^3$$

Sostituendo i valori numerici si ha

$$S_A = 7.144 \text{ N}$$

La Spinta Archimedeana ha la direzione della forza Peso, ma verso opposto.

b) Le forze agenti sul cubetto appeso alla fune e totalmente immerso in acqua sono: la tensione della fune T, parallela alla fune e con verso concorde con quello della Spinta Archimedeana, il Peso del cubetto cavo, e la Spinta Archimedeana S_A .

Nella condizione di equilibrio sarà:

$$T + S_A - P = 0$$

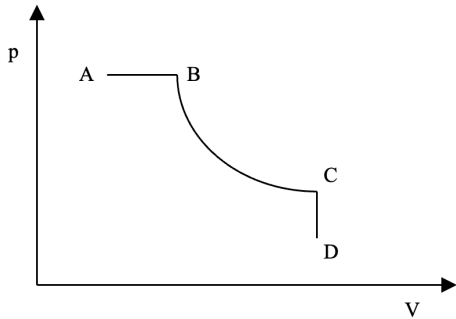
Il Peso P del cubetto è:

$$P = \rho_{\text{cub}} (L^3 - (4/3) \pi r^3) g$$

Sostituendo i valori numerici si ottiene $T = 40.56 \text{ N}$.

SOLUZIONE 4 – TERMODINAMICA

a)



$$T_A = p_A V_A / nR = 243.9 \text{ K} ; T_B = p_B V_B / nR = 487.8 \text{ K}$$

$$Q_{AB} = n c_p (T_B - T_A) = 5067.0 \text{ J}$$

$$Q_{BC} = L_{BC} = n R T_B \ln (V_C / V_B) = 2809.2 \text{ J}$$

$$T_C = T_B = 487.8 \text{ K} ; T_D = p_D V_D / nR = 243.9 \text{ K}$$

$$Q_{CD} = n c_v (T_D - T_C) = -3040.2 \text{ J}$$

$$Q_{\text{totale}} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} = 4836 \text{ J} \text{ (positiva, quindi assorbita)}$$

b) Poiché A e D hanno la stessa temperatura, la variazione di energia interna è nulla.