

APPELLO - FISICA I per SCIENZE GEOLOGICHE
A.A. 2018/2019, 8 luglio 2019

ESERCIZIO 1 – PREREQUISITI

In un piano cartesiano ortogonale XY si considerino i vettori $\vec{v} = -\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$ e $\vec{w} = -3\mathbf{i} - \mathbf{j}$. Dopo averli disegnati nel piano, determinare:

- a) il vettore $\vec{z} = 2\vec{v} - \vec{w}$, il suo modulo e disegnarlo nel piano;
- b) il prodotto scalare $\vec{v} \cdot \vec{w}$ e l'angolo ϑ compreso tra i due vettori.

ESERCIZIO 2 – MECCANICA

Un corpo di massa $m = 0.5 \text{ kg}$ e velocità iniziale $v_i = 10 \text{ m/s}$ si muove lungo un piano orizzontale scabro con coefficiente d'attrito dinamico $\mu = 0.1$. Dopo una distanza $d = 5 \text{ m}$, il primo corpo urta in modo completamente anelastico un secondo corpo di massa $M = 2m$ posto sul bordo di un gradino ad altezza $h = 2 \text{ m}$ dal suolo. Determinare:

- a) il lavoro svolto dalla forza d'attrito e la velocità del corpo m appena prima dell'urto;
- b) la velocità del sistema $m + M$ subito dopo l'urto e al momento dell'impatto con il suolo.

ESERCIZIO 3 – FLUIDI

Due corpi sferici, A e B, hanno raggio $R = 8 \text{ cm}$ e sono formati da materiale di densità 4 volte quella dell'acqua. Il corpo A contiene al suo interno una cavità vuota pari ad 1/2 del volume del corpo, mentre il corpo B non ha cavità al suo interno. I due corpi vengono completamente immersi in acqua.

Determinare per i due corpi:

- a) la spinta di Archimede a cui sono soggetti e le rispettive forze peso;
- b) la forza che è necessario applicare per mantenerli completamente immersi in acqua in equilibrio, specificando direzione e verso.

ESERCIZIO 4 – TERMODINAMICA

Una mole di gas perfetto biatomico è contenuta in un volume $V_A = 4 \text{ l}$ a pressione $p_A = 3 \text{ atm}$. Si calcolino:

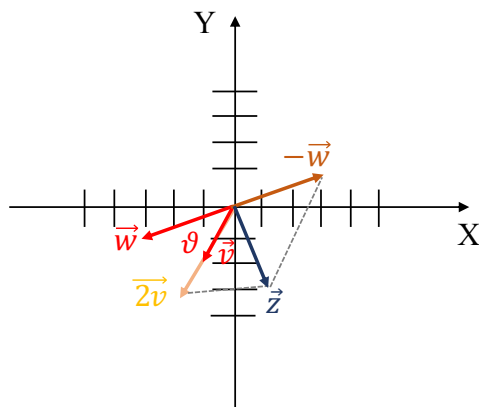
- a) la temperatura T_A , il calore scambiato Q_{AB} ed il lavoro compiuto W_{AB} dal gas lungo l'isoterma AB (con $V_B = 3 V_A$) e si disegni il grafico della trasformazione nel piano (V,p);
- b) il calore totale Q_{AB} ed il lavoro totale W_{AB} per la trasformazione dal punto A al punto B, definita come segue: isobara AC con $V_C = 3 V_A$ + isocora CB con $p_B = 1/3 p_C$ e si disegni il grafico della trasformazione nel piano (V,p).

$$[R = 8.31 \text{ J/Kmole} = 0.082 \text{ l atm /K mol}]$$

SCRIVERE IN MODO CHIARO. GIUSTIFICARE I PROCEDIMENTI. SOSTITUIRE I VALORI NUMERICI SOLO ALLA FINE. NON SCORDARE LE UNITA' DI MISURA.
Testi, soluzioni ed esiti alla pagina: www.mi.infn.it/~sleoni

SOLUZIONE 1 – PREREQUISITI

a)



$$2\vec{v} = 2v_x\mathbf{i} + 2v_y\mathbf{j} = -2\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$$

$$-\vec{w} = -w_x\mathbf{i} - w_y\mathbf{j} = 3\mathbf{i} + \mathbf{j}$$

$$\vec{z} = 2\vec{v} - \vec{w} = (-2 + 3)\mathbf{i} + (-4 + 1)\mathbf{j} = \mathbf{i} - 3\mathbf{j}$$

$$|\vec{z}| = \sqrt{z_x^2 + z_y^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10} \approx 3.2$$

b)

$$\vec{v} \cdot \vec{w} = v_x w_x + v_y w_y = -1 \cdot (-3) - 2 \cdot (-1) = 3 + 2 = 5$$

Dalla definizione di prodotto scalare:

$$\vec{v} \cdot \vec{w} = |\vec{v}| |\vec{w}| \cos \vartheta$$

$$\cos \vartheta = \frac{\vec{v} \cdot \vec{w}}{|\vec{v}| |\vec{w}|}$$

dove

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{1 + 5} = \sqrt{5}$$

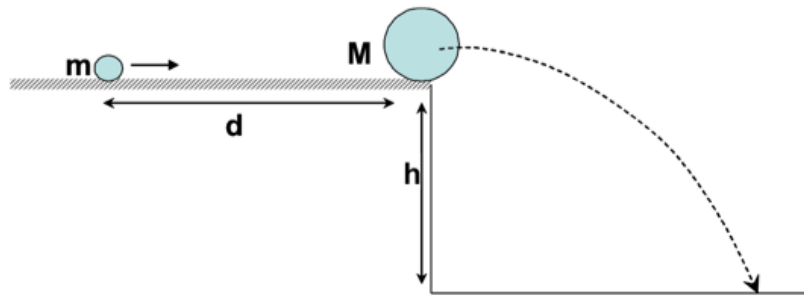
$$|\vec{w}| = \sqrt{w_x^2 + w_y^2} = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10}$$

quindi

$$\cos \vartheta = \frac{5}{\sqrt{5}\sqrt{10}} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\vartheta = \cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 45^\circ$$

SOLUZIONE 2 – MECCANICA



- a) Il lavoro svolto dalla forza d'attrito è $L = \vec{F}_a \cdot \vec{d}$, dove $|\vec{F}_a| = m\mu g$. Pertanto:

$$L = -m\mu g d = -0.5 \text{ kg} \cdot 0.1 \cdot 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ m} = -2.45 \text{ J}$$

Dal teorema dell'energia cinetica $\Delta K = L$ si ha:

$$\frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 = L$$

e quindi

$$v_f = \sqrt{v_i^2 + \frac{2L}{m}} = \sqrt{100 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} - \frac{2 \cdot 2.45 \text{ J}}{0.5 \text{ kg}}} = \sqrt{90.2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = 9.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- b) Dopo l'urto completamente anelastico, i due corpi si muovono uniti con velocità V

$$V = \frac{m}{m + 2m} v_f = \frac{1}{3} v_f = \frac{1}{3} \cdot 9.5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Dalla conservazione dell'energia meccanica:

$$\frac{1}{2} (m + 2m) V^2 + (m + 2m) g h = \frac{1}{2} (m + 2m) V_f^2$$

$$\frac{1}{2} V^2 + g h = \frac{1}{2} V_f^2$$

$$V^2 + 2 g h = V_f^2$$

da cui

$$V_f = \sqrt{V^2 + 2 g h} = \sqrt{10.2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} + 2 \cdot 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2 \text{ m}} = \sqrt{49.4 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = 7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

SOLUZIONE 3 – FLUIDI

a) La Spinta Archimedeica, pari al peso del fluido spostato, è uguale per entrambi i corpi e pari a:

$$S = \rho_{H_2O} V_{sfera} g$$

dove

$$\rho_{H_2O} = 10^3 \text{ kg / m}^3$$

$$V_{sfera} = \frac{4}{3} (\pi R^3)$$

Pertanto $S = 21 \text{ N}$.

b) Le Forze Risultanti agenti su A e su B, immersi completamente in acqua, sono rispettivamente:

$$F_A = P_A - S$$

$$F_B = P_B - S$$

dove P_A e P_B sono le forze Peso agenti su A e su B:

$$P_A = 4 \rho_{H_2O} 0.5 V_{sfera} g = 42 \text{ N}$$

$$P_B = 4 \rho_{H_2O} V_{sfera} g = 84 \text{ N}$$

Sostituendo i valori numerici si trova

$$F_A = 21 \text{ N}$$

$$F_B = 63 \text{ N}$$

con direzione parallela e stesso verso della forza Peso.

Le forze che occorre applicare ad A e B, per mantenerli in equilibrio in acqua, sono pertanto

$$F_A^* = 21 \text{ N}$$

$$F_B^* = 63 \text{ N}$$

Con direzione parallela e con verso opposto alla forza Peso.

SOLUZIONE 4 – TERMODINAMICA

a) Dalla legge dei gas perfetti si ha

$$T_A = p_A V_A / n R = 146.3 \text{ K.}$$

Per l'isoterma AB

$$Q_{AB} = W_{AB} = n R T_A \ln V_B/V_A = 1335.6 \text{ J}$$

b) La seconda trasformazione ha come punto iniziale e finale ancora A e B. Poiché l'energia interna è una funzione di stato e A e B hanno la medesima temperatura

$$\Delta U_{AB} = 0$$

$$Q_{ACB} = W_{ACB}.$$

$$W_{ACB} = W_{AC}$$

perché CB è una isocora.

$$W_{AC} = p_A (V_C - V_A) = 2 p_A V_A = 2431 \text{ J} = Q_{ACB}$$

I grafici delle trasformazioni sono i seguenti

