

PRE-APPELLO - FISICA I per SCIENZE GEOLOGICHE
A.A. 2017/2018, 4 Aprile 2018

ESERCIZIO 1 – PREREQUISITI

Dati i vettori spostamento $\vec{a} = (3\vec{i} + 2\vec{j})\text{ m}$, $\vec{b} = (-3\vec{i} + 3\vec{j})\text{ m}$, $\vec{c} = (2\vec{i} - 1\vec{j})\text{ m}$

e la forza $\vec{F} = (4\vec{i} + 3\vec{j})\text{ N}$, dopo averli disegnati nel piano cartesiano (x,y), determinare:

- il vettore spostamento totale $\vec{s} = (\vec{a} + \vec{b} - \vec{c})$ e disegnarlo nel piano cartesiano;
- il modulo di $\vec{F}$ e di $\vec{s}$;
- il lavoro fatto dalla forza $\vec{F}$ per spostare un punto materiale lungo lo spostamento $\vec{s}$;
- l'angolo tra $\vec{F}$ ed $\vec{s}$ (si sfruttino le proprietà del prodotto scalare).

ESERCIZIO 2 – MECCANICA

Un corpo puntiforme **A** di massa $m_A = 500\text{ g}$ parte da fermo dalla sommità di un piano inclinato liscio di altezza $h = 0.3\text{ m}$ ed inclinato di $\theta = 30^\circ$ rispetto all'orizzontale. Al termine della discesa, il corpo **A** urta in modo completamente anelastico un corpo puntiforme **B** di massa $m_B = 1\text{ kg}$ fermo alla base del piano inclinato. I due corpi proseguono quindi lungo un tratto rettilineo $l = 2\text{ m}$, privo di attrito, al termine del quale cadono nel vuoto, da una altezza $d = 1\text{ m}$ e toccano il suolo ad una distanza orizzontale **D**.

Si determinino:

- La velocità del corpo **A** alla base del piano, immediatamente prima dell'urto, la velocità v_{AB} immediatamente dopo l'urto e alla fine del tratto orizzontale **I**;
- Il tempo di volo e la distanza orizzontale **D** a cui i corpi uniti atterrano.

ESERCIZIO 3 - FLUIDI

Un cubo di lato $L = 20\text{ cm}$ viene immerso in acqua. Il cubo galleggia con $1/3$ del suo volume immerso.

Si determinino:

- la densità ρ_C del materiale di cui è costituito il corpo;
- l'intensità F_{app} della forza che deve essere applicata dall'esterno per mantenere il corpo completamente immerso in acqua.

ESERCIZIO 4 – TERMODINAMICA

Una mole di un gas perfetto monoatomico compie un ciclo, partendo dallo stato iniziale **A**, avente pressione $p_A = 5\text{ atm}$ e volume $V_A = 2\text{ litri}$. Il ciclo è costituito dalle seguenti trasformazioni: **AB** - isoterma, con $p_B = 2\text{ atm}$ e $V_B = 5\text{ litri}$; **BC** - isobara, con $V_C = 1\text{ litro}$ e **CA** in cui la pressione aumenta linearmente con il volume fino a tornare nello stato iniziale.

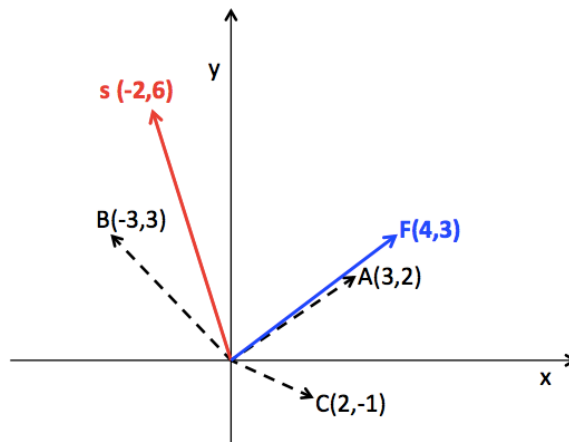
- si disegni il ciclo in un diagramma (V, p) e si calcoli il lavoro compiuto dal gas nelle tre trasformazioni AB, BC e CA;
- si calcoli la quantità di calore scambiata dal gas (specificando se è assorbito o ceduto dal gas) e la variazione di energia interna nelle trasformazioni AB, BC, CA e nell'intero ciclo.

[N.B. $R = 8.31\text{ J/Kmole} = 0.082\text{ l atm /K mol}$]

SCRIVERE IN MODO CHIARO. GIUSTIFICARE I PROCEDIMENTI. SOSTITUIRE I VALORI NUMERICI SOLO ALLA FINE. NON SCORDARE LE UNITA' DI MISURA.
Testi, soluzioni ed esiti alla pagina: www.mi.infn.it/~sleoni

SOLUZIONE 1 – PREREQUISITI

a)



Il vettore spostamento s si può calcolare per componenti:

$$\begin{aligned}\vec{s} &= (\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}) \\ &= (+3 - 3 - 2)\vec{i} + (2 + 3 + 1)\vec{j} \\ &= -2\vec{i} + 6\vec{j}\end{aligned}$$

b) I moduli di s e F valgono:

$$|\vec{s}| = \sqrt{(-2)^2 + 6^2} = 6.3$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{(4)^2 + 3^2} = 5$$

c) Il lavoro L si ottiene da prodotto scalare, calcolato per componenti:

$$\begin{aligned}L &= \vec{F} \cdot \vec{s} \\ &= F_x s_x + F_y s_y = 10\end{aligned}$$

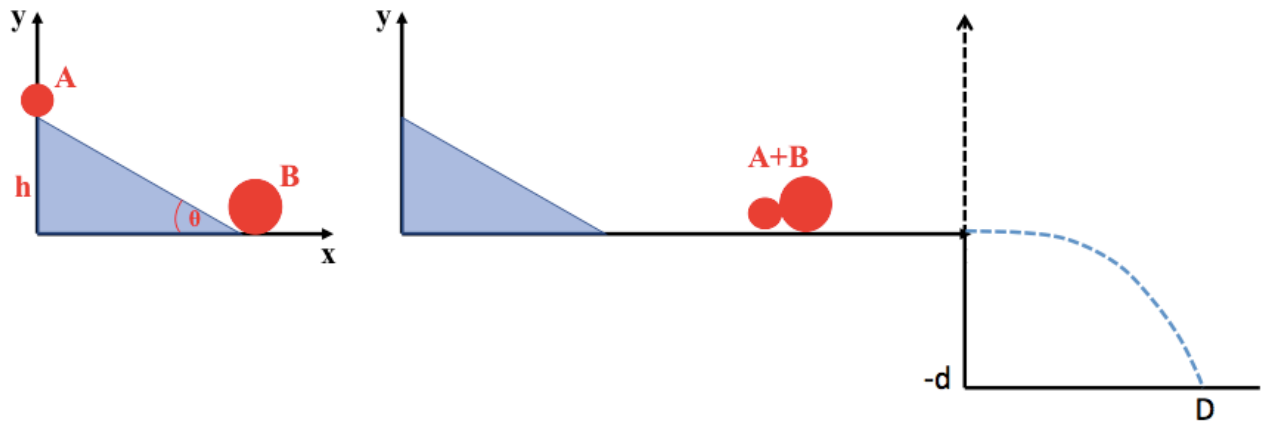
d) L'angolo tra F e s si ottiene dalla definizione di prodotto scalare:

$$L = \vec{F} \cdot \vec{s} = |\vec{F}| |\vec{s}| \cos \theta$$

$$\cos \theta = L / (|\vec{F}| |\vec{s}|) = 0.32$$

$$\theta = \arccos(0.32) = 1.25 \text{ rad} = 71.6^\circ$$

SOLUZIONE 2 – MECCANICA



a) Per calcolare la velocità del corpo A alla fine della discesa è possibile utilizzare il teorema di conservazione dell'energia meccanica:

$$m_A gh = \frac{1}{2} m_A v_A^2$$

$$v_A = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.3 \text{ m}} = 2.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Dopo l'urto i due corpi rimangono attaccati e la velocità del sistema A+B si ottiene dal teorema di conservazione della quantità di moto:

$$m_A v_A = (m_A + m_B) v_{AB}$$

$$v_{AB} = \frac{v_A m_A}{m_A + m_B} \equiv v_C = 0.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Essendo il tratto liscio, la velocità alla fine del percorso è la stessa.

b) Arrivati alla fine del tratto liscio, i corpi uniti cadono nel vuoto, da altezza d, seguendo una traiettoria data dalle leggi di moto del proiettile:

$$x(t) = x_0 + v_x t$$

$$y(t) = y_0 + v_y t - \frac{1}{2} g t^2$$

ove le coordinate e la velocità del corpo in corrispondenza del gradino sono pari a (0,0) e $(v_{AB}, 0)$. Dalle equazioni precedenti è possibile ricavare il tempo di volo e la distanza D:

$$-d = -\frac{1}{2} g t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2d}{g}} = 0.5 \text{ s}$$

$$D = v_{AB} t = 0.4 \text{ m}$$

SOLUZIONE 2 – FLUIDI

a) Perché il corpo galleggi sull'acqua la forza peso F_g deve eguagliare la spinta di Archimede F_A . Mentre la forza peso agisce su tutta la massa m del corpo, la spinta di Archimede agisce solo sulla massa m_f di fluido spostato

$$mg = m_f g$$

$$\rho_C V g = \rho_{H_2O} V_f g = \rho_{H_2O} \frac{1}{3} V g$$

da cui si ricava

$$\rho_C = \frac{1}{3} \rho_{H_2O} \approx \frac{1}{3} 10^3 \frac{kg}{m^3} = 333 \frac{kg}{m^3}$$

b) Perché il corpo rimanga sommerso completamente in acqua è necessario applicare una forza F_{app} diretta verticalmente verso il basso tale che

$$\vec{F}_{app} + \vec{F}_g + \vec{F}_A = 0$$

$$-F_{app} - F_g + F_A = 0$$

da cui si ricava

$$F_{app} = F_A - F_g = m_f g - mg = (m_f - m)g$$

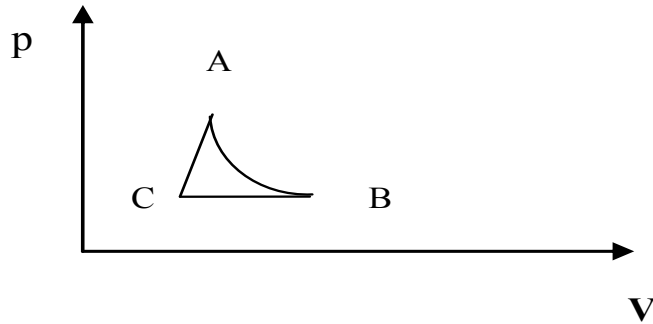
In questo caso la massa di fluido spostato corrisponde al volume occupato dall'intero corpo, ora completamente immerso:

$$F_{app} = (m_f - m)g = (\rho_{H_2O} V - \rho_C V)g = (\rho_{H_2O} - \rho_C) V g$$

$$= (\rho_{H_2O} - \frac{1}{3} \rho_{H_2O}) L^3 g = \frac{2}{3} \rho_{H_2O} L^3 g$$

$$\approx \frac{2}{3} \times 10^3 \frac{kg}{m^3} \times (0.2m)^3 \times 9.8 \frac{m}{s^2} \approx 52N$$

SOLUZIONE 4 – TERMODINAMICA



La trasformazione AB è isoterma pertanto

$$T_A = T_B = p_A V_A / nR = 122 \text{ K}$$

Il lavoro associato è pari a:

$$L_{AB} = nRT_A \ln (V_B/V_A) = 929 \text{ J.}$$

Poiché in un diagramma di questo tipo il lavoro compiuto dal gas nelle trasformazioni è pari all'area delimitata dalle trasformazioni stesse e dall'asse V, tra lo stato iniziale e quello finale,

$$L_{BC} = p_B (V_C - V_B) = - 810 \text{ J}$$

$$L_{CA} = (p_A + p_C) (V_A - V_C) / 2 = 355 \text{ J.}$$

b) Poiché AB è isoterma

$$Q_{AB} = L_{AB} = 929 \text{ J (assorbito)}$$

$$\Delta E_{AB} = 0 \text{ J.}$$

La temperatura in C è data da:

$$T_C = p_C V_C / nR = 24.4 \text{ K}$$

$$Q_{BC} = nc_p (T_C - T_B) = - 2028 \text{ J (ceduto)}$$

$$\Delta E_{BC} = nc_v (T_C - T_B) = - 1217 \text{ J (ceduto)}$$

$$\Delta E_{CA} = nc_v (T_A - T_C) = 1217 \text{ J (assorbito)}$$

$$Q_{CA} = \Delta E_{CA} + L_{CA} = 1572 \text{ J (assorbito)}$$

Per l'intero ciclo si ottiene:

$$Q_{\text{ciclo}} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} = 473 \text{ J}$$

$$L_{\text{ciclo}} = L_{AB} + L_{BC} + L_{CA} = 474 \text{ J}$$

$$\Delta E_{\text{ciclo}} = \Delta E_{AB} + \Delta E_{BC} + \Delta E_{CA} = 0 \text{ J}$$