

APPELLO - FISICA I per SCIENZE GEOLOGICHE
A.A. 2017/2018, 1 Febbraio 2018

ESERCIZIO 1 – PREREQUISITI

Siano dati in un piano cartesiano ortogonale XY i vettori $\vec{a} = 2\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$ e $\vec{b} = \mathbf{i} - 3\mathbf{j}$. Determinare:

- a) i vettori $\vec{v} = \vec{a} + \vec{b}$ e $\vec{w} = \vec{a} - \vec{b}$ in modulo, direzione e verso e rappresentarli nel piano;
 - b) il prodotto scalare $\vec{v} \cdot \vec{w}$.
-

ESERCIZIO 2 – MECCANICA

Una pallina di massa $m_1 = 700 \text{ g}$ inizialmente ferma scende dalla sommità di un piano inclinato di $\theta = 25^\circ$ rispetto all'orizzontale e di lunghezza $s = 2.4 \text{ m}$. Il piano è scabro con coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0.2$. Determinare:

- a) il lavoro della forza peso e della forza di attrito lungo tutto il piano inclinato e la velocità v_f della pallina alla fine della discesa;
 - b) la velocità v_2 dopo avere percorso un tratto orizzontale $d = 2 \text{ m}$, privo di attrito e immediatamente dopo un urto, completamente anelastico, con una pallina di massa $m_2 = 0.5 \text{ kg}$, posta alla fine del tratto d liscio.
-

ESERCIZIO 3 – FLUIDI

Un recipiente cilindrico di raggio $r = 0.5 \text{ m}$ è totalmente riempito da **acqua** e da un **secondo liquido** (non miscibile con acqua), galleggiante sull'acqua, che ha densità $d_2 = 0.85 \text{ g/cm}^3$ e spessore $h_2 = 0.5 \text{ m}$. Alla base del recipiente è praticato un forellino, di dimensioni trascurabili rispetto al raggio del recipiente, da cui fuoriesce acqua con velocità $v = 5 \text{ m/s}$. Si determini:

- a) l'altezza H del recipiente;
 - b) la massa M di acqua contenuta nel recipiente.
- [Supporre l'acqua un fluido ideale]
-

ESERCIZIO 4 – TERMODINAMICA

Una mole di gas perfetto monoatomico compie la seguente trasformazione:

A $\rightarrow$ B: **Isoterma**, con volume $V_A = 1 \text{ litro}$, pressione $p_A = 4 \text{ atm}$ e volume $V_B = 2V_A$;

B $\rightarrow$ C: **Isocora**, con pressione $p_C = 5 \text{ atm}$;

C $\rightarrow$ D: **Isobara**, con volume $V_D = 5 \text{ litri}$;

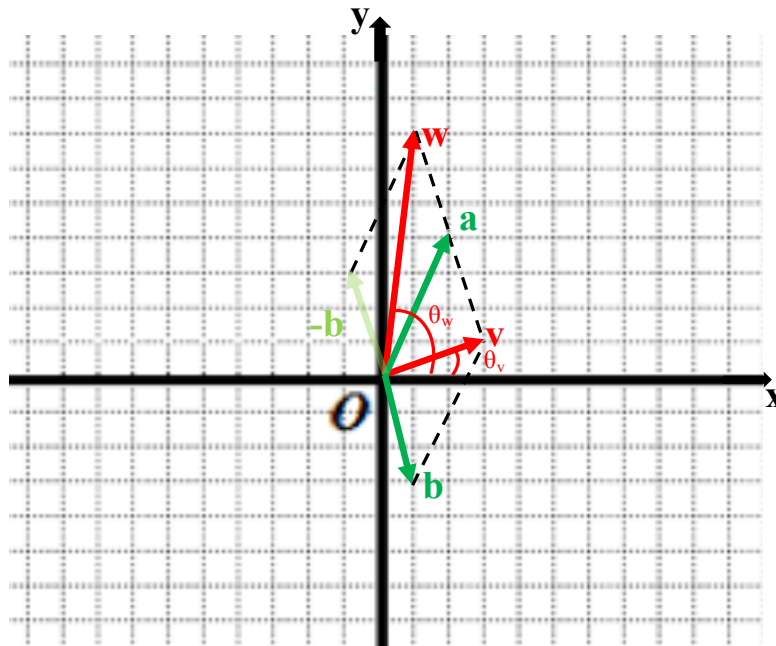
- a) Fare il grafico della trasformazione complessiva, specificando le coordinate termodinamiche in A, B, C e D.
- b) Calcolare il calore Q , il lavoro W e la variazione di energia interna ΔE , nelle singole trasformazioni e nella trasformazione complessiva.

[Nota: $R = 8.31 \text{ J/Kmole} = 0.082 \text{ l atm /Kmole}$]

SCRIVERE IN MODO CHIARO. GIUSTIFICARE I PROCEDIMENTI. SOSTITUIRE I VALORI NUMERICI SOLO ALLA FINE. NON SCORDARE LE UNITA' DI MISURA.
Testi, soluzioni ed esiti alla pagina: www.mi.infn.it/~sleoni

SOLUZIONE 1 - PREREQUISITI

a)



Vettore somma:

$$\vec{v} = \vec{a} + \vec{b} = (2 + 1)\mathbf{i} + (4 - 3)\mathbf{j} = 3\mathbf{i} + \mathbf{j}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10}$$

$$\tan \theta_v = \frac{v_y}{v_x} \Rightarrow \theta_v = \tan^{-1} \frac{v_y}{v_x} = \tan^{-1} \frac{1}{3} = 18.44^\circ$$

Vettore sottrazione:

$$\vec{w} = \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b}) = (2 - 1)\mathbf{i} + (4 + 3)\mathbf{j} = \mathbf{i} + 7\mathbf{j}$$

$$|\vec{w}| = \sqrt{w_x^2 + w_y^2} = \sqrt{1 + 49} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$\tan \theta_w = \frac{w_y}{w_x} \Rightarrow \theta_w = \tan^{-1} \frac{w_y}{w_x} = \tan^{-1} 7 = 81.89^\circ$$

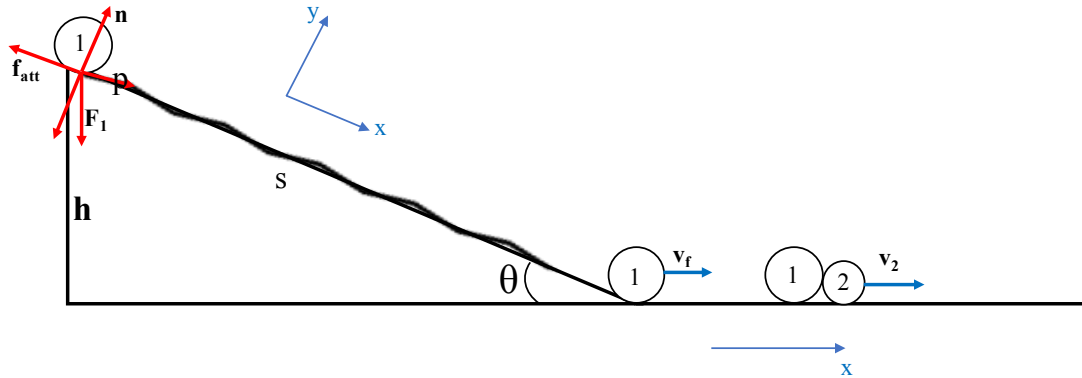
b) prodotto scalare:

$$\vec{v} \cdot \vec{w} = |\vec{v}| |\vec{w}| \cos(\theta_{v-w})$$

$$\theta_{v-w} = \theta_w - \theta_v = 81.89^\circ - 18.44^\circ = 63.45^\circ$$

$$\vec{v} \cdot \vec{w} = \sqrt{10} \cdot 5\sqrt{2} \cdot \cos(63.45^\circ) = 10$$

SOLUZIONE 2 – LAVORO-ENERGIA



a)

$$L_{f_{att}} = \vec{f}_{att} \cdot \vec{s} = |\vec{f}_{att}| |\vec{s}| \cos(\theta_{f_{att}-s}) = \mu_d m_1 g \cos \theta s \cos(\theta_{f_{att}-s})$$

$$L_{f_{att}} = 0.2 \cdot 0.7 \text{ kg} \cdot 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \cos(25^\circ) 2.4 \text{ m} \cos(180^\circ) = -2.9 \text{ J}$$

La forza peso è conservativa, pertanto il suo lavoro può essere calcolato anche come variazione di energia potenziale:

$$L_{F_P} = \vec{F}_P \cdot \vec{s} = |\vec{F}_P| |\vec{s}| \cos(\theta_{F_P-s}) = m_1 g s \cos(\theta_{F_P-s}) = m g h = m g s \sin(25^\circ)$$

$$L_{F_P} = 0.7 \text{ kg} \cdot 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} 2.4 \text{ m} \cos(65^\circ) = 6.9 \text{ J}$$

La velocità alla base del piano si ottiene dal teorema lavoro energia cinetica

$$\Delta K = \sum_i L_i = L_{f_{att}} + L_{F_P} = L_{tot}$$

$$L_{tot} = 6.9 \text{ J} - 2.9 \text{ J} = 4 \text{ J}$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_f^2 - \frac{1}{2} m_1 v_i^2 = L_{tot} \Rightarrow v_f = \sqrt{\frac{2 L_{tot}}{m_1}}$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2 \cdot 4 \text{ J}}{0.7 \text{ kg}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{0.7 \text{ kg}}} = 3.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) Al termine del tratto d, orizzontale e liscio, la velocità è invariata.

In un urto profondamente anelastico il momento si conserva, da cui segue che la velocità dei due corpi, immediatamente dopo l'urto, è pari a:

$$m_1 v_f = (m_1 + m_2) v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{m_1 v_f}{(m_1 + m_2)}$$

$$v_2 = \frac{0.7 \text{ kg} \cdot 2.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{(0.7 \text{ kg} + 0.5 \text{ kg})} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

SOLUZIONE 3 – FLUIDI

- a)** Si applica il teorema di Bernoulli al punto A, all'interfaccia acqua-secondo liquido e al punto B, in corrispondenza del forellino. Si ha quindi:

$$p_A + d_{H_2O} g h_A + d_{H_2O} v_A^2 / 2 = p_B + d_{H_2O} g h_B + d_{H_2O} v_B^2 / 2$$

$$\text{ma } d_{H_2O} v_A^2 / 2 = 0 \text{ e } d_{H_2O} g h_B = 0$$

$$\text{Inoltre } p_A = p_{ATMO} + d_{LIQ} g h_{LIQ} \text{ e } p_B = p_{ATMO}$$

$$\text{Si ottiene quindi: } d_{LIQ} g h_{LIQ} + d_{H_2O} g h_A = d_{H_2O} v_B^2 / 2, \text{ da cui si ricava } h_A = 0.85 \text{ m.}$$

L'altezza totale H del recipiente è quindi 1.35 m.

- b)** Calcolato il volume di acqua, $V = \pi r^2 h_A = 0.667 \text{ m}^3$, la massa di acqua risulta 667 kg.

SOLUZIONE 4 – TERMODINAMICA

a)

$$p_A = 4 \text{ atm} = 4.05 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$V_A = 1 \text{ litro} = 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$T_A = 48.8 \text{ K}$$

$$p_B = nRT_B/V_B = nRT_A/(2V_A) = p_A/2 = 2.03 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$V_B = 2 V_A = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$T_B = T_A = 48.8 \text{ K}$$

$$p_C = 5 \text{ atm} = 5.06 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

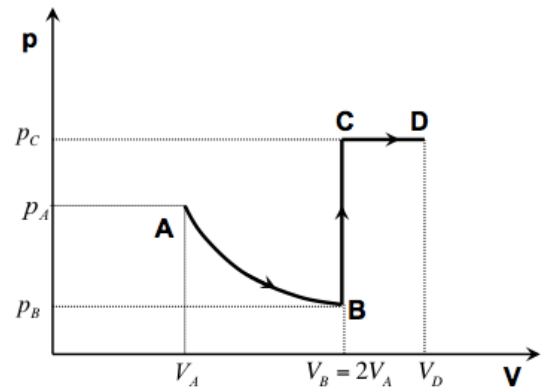
$$V_C = V_B = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$T_C = p_C V_C / R = 121.9 \text{ K}$$

$$p_D = p_C = 5 \text{ atm} = 5.06 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$V_D = 5 \text{ litro} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$T_D = 304.8 \text{ K}$$



b)

A → B isoterma:

$$\Delta E_{AB} = 0$$

$$W_{AB} = nRT_A \ln(V_B/V_A) = 280.9 \text{ J}$$

$$Q_{AB} = W_{AB}$$

B → C isocora:

$$\Delta E_{BC} = n c_V \Delta T_{BC} = 3/2 R \Delta T_{BC} = 911.7 \text{ J}$$

$$W_{BC} = 0$$

$$Q_{BC} = \Delta E_{BC} = 911.7 \text{ J}$$

C → D isobara:

$$\Delta E_{CD} = Q_{CD} - W_{CD} = 2279.3 \text{ J}$$

$$W_{CD} = p_C (V_D - V_C) = 1519.5 \text{ J}$$

$$Q_{CD} = n c_p \Delta T_{CD} = 5/2 R \Delta T_{CD} = 3798.8 \text{ J}$$

Trasformazione complessiva A → D:

$$\Delta E_{AD} = \Delta E_{AB} + \Delta E_{BC} + \Delta E_{CD} = 3190.95 \text{ J}$$

$$W_{AD} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} = 1800.4 \text{ J}$$

$$Q_{AD} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} = 4991.3 \text{ J}$$