
Elettromagnetismo

Prof. Francesco Ragusa
Università degli Studi di Milano

Lezione n. 20 - 27.02.2023

Rotore e teorema di Stokes

Teorema di Helmholtz

Campo elettrostatico e teorema di Helmholtz

Forze magnetiche - Esperimento di Oersted.

Anno Accademico 2022/2023

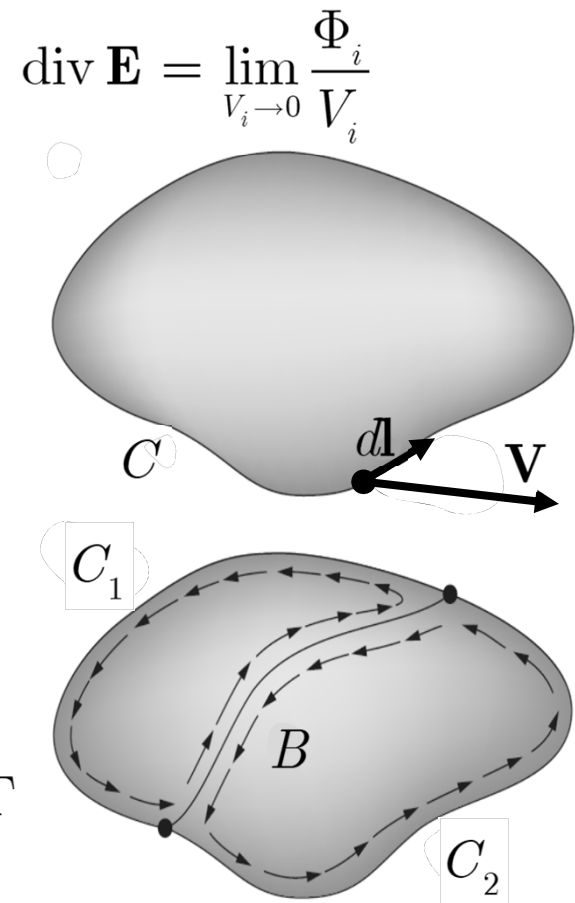
Rotore di un campo vettoriale

- Ricordiamo la procedura seguita nel caso della legge di Gauss
 - Avevamo espresso il flusso attraverso una superficie come la somma di tanti flussi attraverso superfici sempre più piccole
 - Al limite infinite superfici infinitesime
- Avevamo poi definito la divergenza come limite del rapporto fra il flusso e il volume racchiuso
- Analogamente consideriamo la circuitazione di un campo vettoriale V lungo una curva chiusa C

$$\Gamma = \oint_C V \cdot d\mathbf{l}$$

- Otteniamo lo stesso risultato se sommiamo due circuitazioni lungo i cammini C_1 e C_2
 - Notiamo che gli integrali lungo la regione di confine fra C_1 e C_2 (linea B) si elidono
 - Sono percorsi in senso inverso
 - Rimangono i contributi del resto dei cammini

$$\Gamma_1 + \Gamma_2 = \oint_{C_1} V \cdot d\mathbf{l} + \oint_{C_2} V \cdot d\mathbf{l} = \oint_C V \cdot d\mathbf{l} = \Gamma$$



Rotore di un campo vettoriale

- Il processo appena descritto può essere ripetuto
- Sommando su tutti i cammini rimane solo il contributo del cammino originale (esterno)

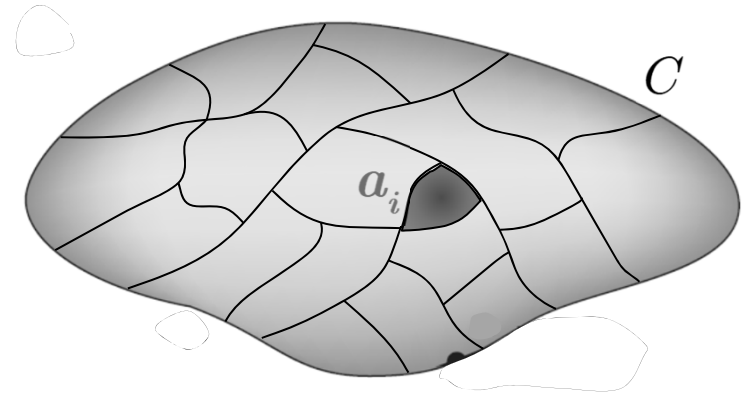
$$\Gamma = \sum_i \Gamma_i \quad \Gamma = \oint_C \mathbf{V} \cdot d\mathbf{l}$$

- Al crescere del numero delle suddivisioni il valore delle circuitazioni Γ_i diventa sempre più piccolo: $\Gamma_i \rightarrow 0$
- Nel caso della legge di Gauss avevamo definito una proprietà differenziale del campo legata alla legge del flusso calcolando il limite del rapporto fra il flusso Φ_i e il volume V_i con $\Phi_i, V_i \rightarrow 0$
- Il limite del rapporto esisteva e definiva la divergenza del campo

$$\text{div } \mathbf{E} = \lim_{V_i \rightarrow 0} \frac{\Phi_i}{V_i}$$

- Analogamente possiamo trovare una proprietà differenziale del campo legata alla legge della circuitazione calcolando il limite del rapporto fra le circuitazioni Γ_i e le superfici a_i
- Tuttavia ci sono importanti differenze

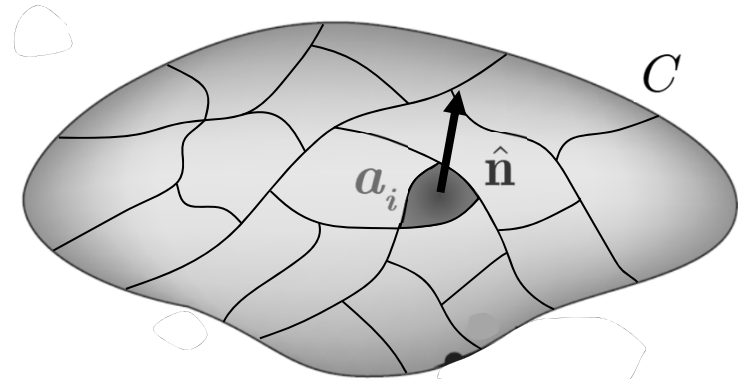
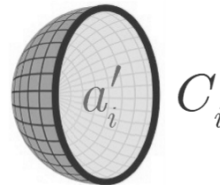
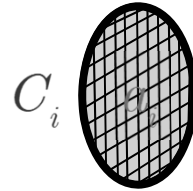
$$\Gamma_i = \oint_{C_i} \mathbf{V} \cdot d\mathbf{l}$$



$$\lim_{a_i \rightarrow 0} \frac{\Gamma_i}{a_i}$$

Rotore di un campo vettoriale

- Esaminiamo le differenze
 - La superficie a_i è connessa al cammino C_i in modo ambiguo
 - Ad esempio le due superfici di seguito hanno lo stesso contorno C_i ma hanno differenti valori a_i e a'_i



C_i non individua l'area a_i in modo univoco

- Il limite del rapporto Γ_i/a_i dipende dalla forma della superficie
- Si può ovviare a questa ambiguità utilizzando la normale $\hat{n}$ alla superficie
- Se si fa tendere a zero la superficie mantenendo fissa la direzione $\hat{n}$ della normale si dimostra che il limite esiste ed è univoco
 - È un limite diverso per ogni direzione
 - In conclusione la grandezza che stiamo definendo è un vettore
 - Mantenere fissa la direzione della normale equivale a dire che si sta calcolando la componente del vettore nella direzione di $\hat{n}$

- Il limite (vettoriale) definisce il rotore del campo vettoriale V

$$\hat{n} \cdot \text{rot} V = \lim_{a_i \rightarrow 0} \frac{\Gamma_i}{a_i}$$

In inglese $\text{curl } V$
To curl = arrotolare

Rotore di un campo vettoriale

- Notiamo che la grandezza che abbiamo definito è una funzione vettoriale del punto $\mathbf{r}$

$$\Gamma_i = \oint_{C_i} \mathbf{V} \cdot d\mathbf{l} \quad \hat{\mathbf{n}} \cdot \text{rot} \mathbf{V} = \lim_{a_i \rightarrow 0} \frac{\Gamma_i}{a_i}$$

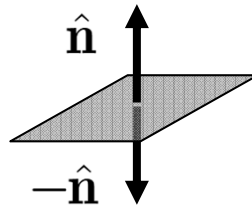


$$\text{rot} \mathbf{V} = \mathbf{F}(\mathbf{r})$$

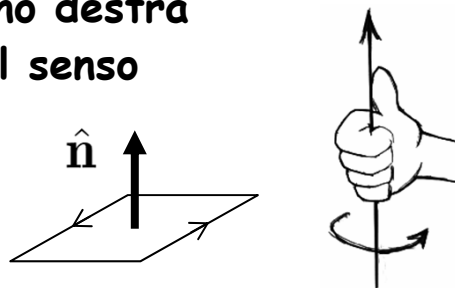
- Inoltre dobbiamo anche risolvere altre due ambiguità
 - Un cammino può essere percorso in due sensi



- La normale alla superficie può avere due versi



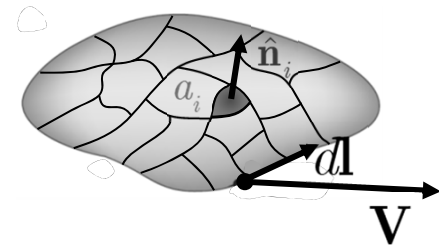
- Si usa la convenzione della mano destra
 - Lega il verso della normale al senso di percorrenza del cammino



Teorema di Stokes

- Il teorema di Stokes lega il flusso del rotore di un campo vettoriale $\mathbf{V}$ attraverso una superficie alla circuitazione del campo vettoriale $\mathbf{V}$
- È analogo al teorema di Gauss che lega l'integrale di volume della divergenza di un campo vettoriale $\mathbf{V}$ al flusso del vettore $\mathbf{V}$
- Consideriamo la circuitazione del campo $\mathbf{V}$

$$\Gamma = \oint_C \mathbf{V} \cdot d\mathbf{l} = \sum_{i=1}^N \Gamma_i = \sum_{i=1}^N \frac{\Gamma_i}{a_i} a_i$$



- Per N sufficientemente grande

$$\frac{\Gamma_i}{a_i} \rightarrow \hat{\mathbf{n}}_i \cdot (\text{rot } \mathbf{V})_{\mathbf{r}_i}$$

- Sostituendo

$$\Gamma = \sum_{i=1}^N \hat{\mathbf{n}}_i \cdot (\text{rot } \mathbf{V})_{\mathbf{r}_i} a_i \xrightarrow{N \rightarrow \infty} \int_S \text{rot } \mathbf{V} \cdot \hat{\mathbf{n}} da$$

- Otteniamo pertanto il teorema di Stokes

$$\boxed{\oint_C \mathbf{V} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \text{rot } \mathbf{V} \cdot \hat{\mathbf{n}} da}$$

La superficie S è arbitraria
ma è delimitata da C

Rotore in coordinate cartesiane

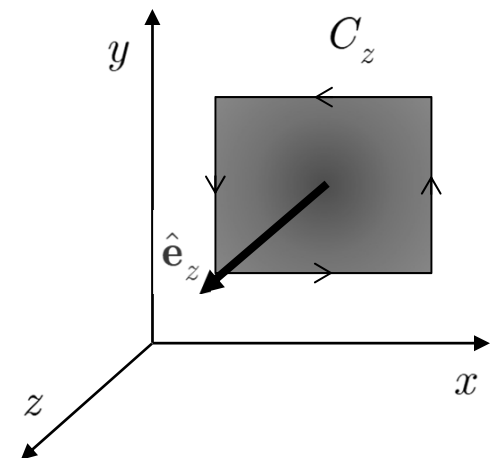
- La definizione di rotore che abbiamo dato, benché rigorosa, risulta poco conveniente per un utilizzo nei calcoli $\hat{n} \cdot \text{rot} \mathbf{V} = \lim_{a_i \rightarrow 0} \frac{\Gamma_i}{a_i}$
- Ricaviamo un'espressione che consenta di scrivere per un campo vettoriale $\mathbf{V}$ le componenti di $\text{rot} \mathbf{V}$
 - Esplicitamente e semplicemente
- Il calcolo dipende dal sistema di coordinate utilizzato
 - Utilizziamo le coordinate cartesiane
 - Nelle esercitazioni: espressione del rotore in altri sistemi di coordinate
- La componente del rotore nella direzione $\hat{n}$ è $\hat{n} \cdot \text{rot} \mathbf{V}$
 - Per trovare le tre componenti di $\text{rot} \mathbf{V}$ utilizziamo i tre versori cartesiani

$$\hat{e}_x \quad \hat{e}_y \quad \hat{e}_z$$

- Ad esempio calcoliamo la componente z

$$\hat{e}_z \cdot \text{rot} \mathbf{V} = (\text{rot} \mathbf{V})_z$$

- Utilizziamo un cammino rettangolare C_z
 - Delimita una superficie parallela al piano $x-y$
 - Il cammino è percorso in senso antiorario
 - La normale alla superficie punta nella direzione positiva dell'asse z (regola della mano destra)



Rotore in coordinate cartesiane

- Calcoliamo la circuitazione del campo $V(\mathbf{r})$ lungo il cammino rettangolare della figura
- I lati del rettangolo sono infinitesimi e hanno lunghezza Δx e Δy
- Calcoliamo il campo $V(\mathbf{r})$ nei punti $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4$
 - Definiamo per abbreviare $V_i = V(\mathbf{r}_i)$
- Approssimando al primo ordine la circuitazione

$$\Gamma = V_1 \cdot \hat{\mathbf{e}}_x \Delta x + V_2 \cdot \hat{\mathbf{e}}_y \Delta y - V_3 \cdot \hat{\mathbf{e}}_x \Delta x - V_4 \cdot \hat{\mathbf{e}}_y \Delta y$$

$$\Gamma = V_{x1} \Delta x + V_{y2} \Delta y - V_{x3} \Delta x - V_{y4} \Delta y$$

- Le componenti del campo necessarie possono essere calcolate sviluppando al primo ordine intorno al punto $\mathbf{r}_0$

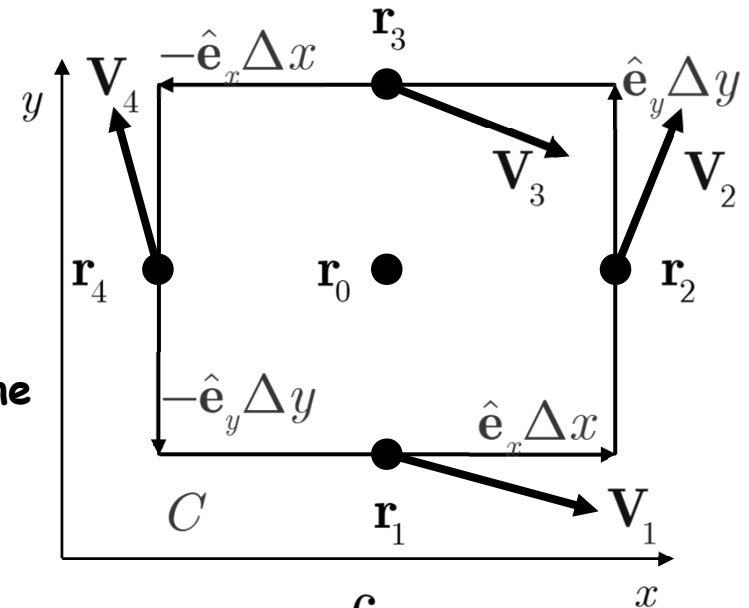
$$V_{x1} = V_{x0} + \frac{\partial V_x}{\partial y} \left(-\frac{\Delta y}{2} \right)$$

$$V_{y2} = V_{y0} + \frac{\partial V_y}{\partial x} \frac{\Delta x}{2}$$

$$V_{x3} = V_{x0} + \frac{\partial V_x}{\partial y} \frac{\Delta y}{2}$$

$$V_{y4} = V_{y0} + \frac{\partial V_y}{\partial x} \left(-\frac{\Delta x}{2} \right)$$

- Tutte le derivate sono calcolate nel punto $\mathbf{r}_0$



$$\Gamma = \oint_C \mathbf{V} \cdot d\mathbf{l}$$

Rotore in coordinate cartesiane

$$V_{x1} = V_{x0} + \frac{\partial V_x}{\partial y} \left(-\frac{\Delta y}{2} \right) \quad V_{x3} = V_{x0} + \frac{\partial V_x}{\partial y} \frac{\Delta y}{2} \quad V_{y2} = V_{y0} + \frac{\partial V_y}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \quad V_{y4} = V_{y0} + \frac{\partial V_y}{\partial x} \left(-\frac{\Delta x}{2} \right)$$

- Introduciamo nell'espressione della circuitazione

$$\Gamma = V_{x1}\Delta x + V_{y2}\Delta y - V_{x3}\Delta x - V_{y4}\Delta y$$

- Notiamo che il contributo V_{x0} nei termini V_{x1} e V_{x3} si cancella
- Analogamente il contributo V_{y0} nei termini V_{y2} e V_{y4}
- Otteniamo

$$\Gamma = -\frac{\partial V_x}{\partial y} \frac{\Delta y}{2} \Delta x + \frac{\partial V_y}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \Delta y - \frac{\partial V_x}{\partial y} \frac{\Delta y}{2} \Delta x + \frac{\partial V_y}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \Delta y$$

$$\Gamma = -\frac{\partial V_x}{\partial y} \Delta y \Delta x + \frac{\partial V_y}{\partial x} \Delta x \Delta y = \left(\frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y} \right) \Delta y \Delta x$$

- L'area della superficie delimitata dal cammino è $a = \Delta x \Delta y$
- Dalla definizione di rotore otteniamo infine

$$(\text{rot } \mathbf{V})_z = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{\Gamma}{a} = \frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y}$$

Rotore in coordinate cartesiane

- Esaminiamo il risultato ottenuto

$$\left(\text{rot } \mathbf{V} \right)_z = \frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y}$$

- In particolare l'ordine $z \ x \ y$
 - Sono ordinate ciclicamente
- Le componenti del vettore $\mathbf{V}$ da derivare sono "le altre" rispetto alla coordinata z del rotore che stiamo calcolando
 - Rispetto alla derivazione sono "scambiate"
- Avendo notato queste regolarità possiamo scrivere le altre due componenti

$$\left(\text{rot } \mathbf{V} \right)_x = \frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z}$$

$$\left(\text{rot } \mathbf{V} \right)_y = \frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x}$$

$$\text{rot } \mathbf{V} = \begin{vmatrix} \hat{\mathbf{e}}_x & \hat{\mathbf{e}}_y & \hat{\mathbf{e}}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix} = \hat{\mathbf{e}}_x \left(\frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z} \right) + \hat{\mathbf{e}}_y \left(\frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x} \right) + \hat{\mathbf{e}}_z \left(\frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y} \right)$$

$$\boxed{\text{rot } \mathbf{V} = \nabla \times \mathbf{V}}$$

Teoremi di Gauss e di Stokes

- Il teorema della divergenza è anche noto come teorema di Gauss
 - Da non confondere con la legge di Gauss

- Teorema di Gauss

$$\oint_S \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{n}} da = \int_V \nabla \cdot \mathbf{F} dV$$

- È l'uguaglianza fra un integrale di superficie ($n = 2$) e un integrale di volume ($n = 3$)
- Per indicare "la superficie che delimita V " si utilizza anche la notazione ∂V

$$\oint_{\partial V} \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{n}} da = \int_V \nabla \cdot \mathbf{F} dV$$

- Teorema di Stokes

$$\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \nabla \times \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{n}} da$$

- È l'uguaglianza fra un integrale di linea ($n = 1$) e un integrale di superficie ($n = 2$)
- Per indicare "la superficie che delimita S " si utilizza anche la notazione ∂S

$$\oint_{\partial S} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \nabla \times \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{n}} da$$

Il rotore del campo elettrostatico

- Applichiamo il teorema di Stokes al campo elettrostatico $\mathbf{E}$

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \nabla \times \mathbf{E} \cdot \hat{\mathbf{n}} da$$

- Sappiamo inoltre che per un campo elettrostatico e per un cammino arbitrario C

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$$

- L'arbitrarietà di C implica che per una superficie arbitraria S

$$\int_S \nabla \times \mathbf{E} \cdot \hat{\mathbf{n}} da = 0$$

- Ovviamente ne consegue che

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0$$

- Questa è la forma differenziale della legge sulla circuitazione del campo elettrostatico
- È condizione necessaria e sufficiente
- È una delle leggi di Maxwell in forma differenziale nel limite statico

Campi conservativi

- Vale la pena notare che se un campo vettoriale è il gradiente di un campo scalare il suo rotore è identicamente nullo

- Infatti sia

$$\mathbf{V} = \nabla \phi = \hat{\mathbf{e}}_x \frac{\partial \phi}{\partial x} + \hat{\mathbf{e}}_y \frac{\partial \phi}{\partial y} + \hat{\mathbf{e}}_z \frac{\partial \phi}{\partial z}$$

- Calcoliamo il rotore di $\mathbf{V}$

- Ad esempio la componente x

$$\left(\nabla \times \mathbf{V} \right)_x = \frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z}$$

- Sostituendo V_y e V_z

$$\left(\nabla \times \mathbf{V} \right)_x = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y \partial z} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial y \partial z} = 0$$

- Risultati analoghi per le altre due componenti
 - Anche in questo caso si tratta di condizione necessaria e sufficiente
- Notiamo che imporre che il campo elettrico $\mathbf{E}$ sia il gradiente di un campo scalare assicura il campo $\mathbf{E}$ soddisfi l'equazione di Maxwell

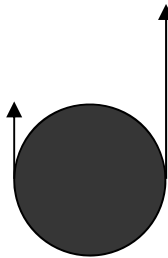
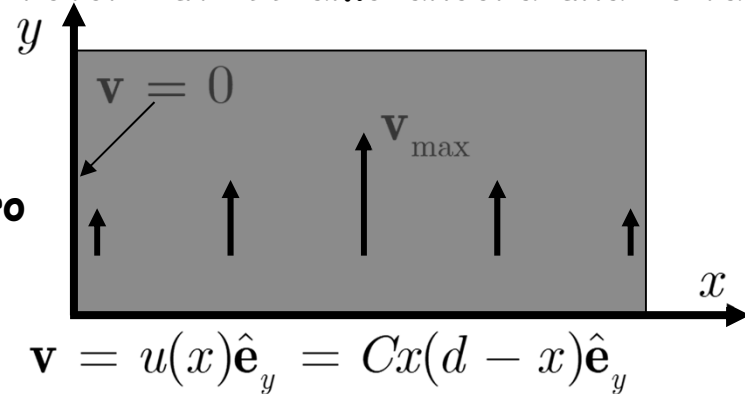
$$\nabla \times \mathbf{E} = 0$$

- Notiamo infine che nei libri inglesi e americani si usa anche la notazione $\text{curl } \mathbf{V}$

$$\text{rot } \mathbf{V} = \text{curl } \mathbf{V} = \nabla \times \mathbf{V}$$

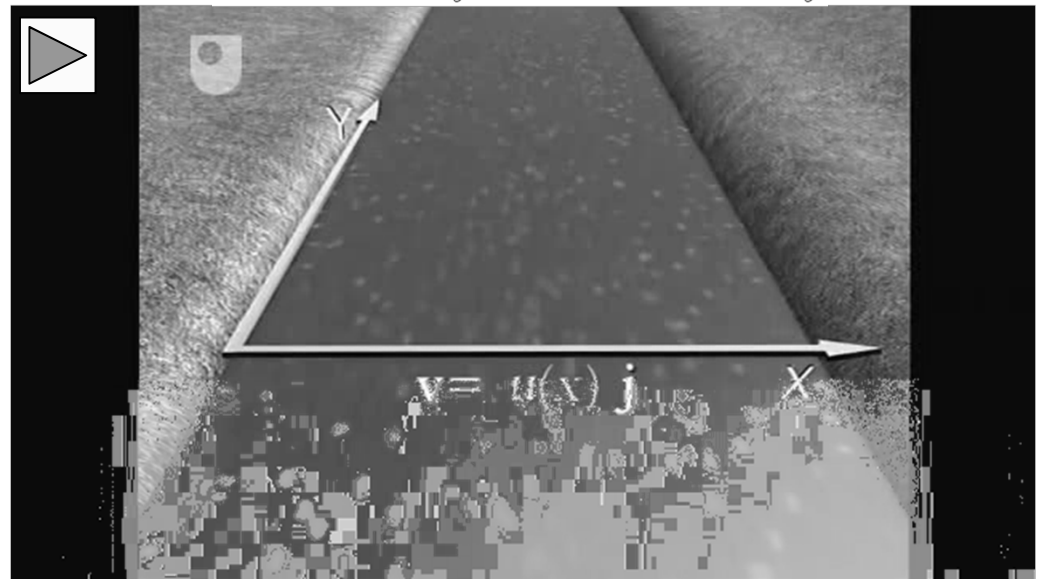
Significato fisico del rotore

- Per comprendere il significato fisico del rotore utilizziamo ancora una volta un esempio preso dalla fluidodinamica
 - Il flusso dell'acqua di un fiume
 - La velocità non è uniforme
 - È nulla sull'argine, massima al centro
- Un oggetto galleggiante è sottoposto ad un momento delle forze di attrito
 - Le forze sono differenti perché le velocità sono differenti



$$\nabla \times \mathbf{v} = C(d-2x)\hat{\mathbf{e}}_z$$

- Dimensionalmente $\nabla \times \mathbf{v}$ è una velocità angolare
- <https://www.youtube.com/watch?v=vvzTEbp9lrc>



Teorema di Helmholtz

- A questo punto vale la pena sottolineare alcuni aspetti matematici
 - Abbiamo trovato delle equazioni differenziali per il campo $\mathbf{E}$
 - Le equazioni definiscono il rotore e la divergenza del campo
 - È legittimo chiedersi se matematicamente il problema sia ben posto
 - Le due equazioni definiscono il campo $\mathbf{E}$ senza ambiguità?
- Il teorema di Helmholtz assicura che quanto asseriamo è matematicamente consistente

Teorema di Helmholtz

Sia dato un campo vettoriale $\mathbf{F}(\mathbf{r})$ di cui sono noti rotore e divergenza

a) $\nabla \cdot \mathbf{F} = \rho(\mathbf{r})$

b) $\nabla \times \mathbf{F} = \mathbf{J}(\mathbf{r})$

c) Le funzioni $\rho(\mathbf{r})$ e $\mathbf{J}(\mathbf{r})$ si annullano all'infinito più velocemente di $1/r^2$

Sotto queste condizioni il campo $\mathbf{F}(\mathbf{r})$ è univocamente determinato e ha la forma

$$\mathbf{F} = -\nabla V + \nabla \times \mathbf{A} \equiv \mathbf{F}_{\text{irr}} + \mathbf{F}_{\text{sol}} \quad \begin{array}{l} \text{Componente solenoidale} \\ \nabla \cdot \mathbf{F}_{\text{sol}} = 0 \end{array}$$

dove

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\nabla \cdot \mathbf{F}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV'$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\nabla \times \mathbf{F}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV'$$



Elettrostatica e teorema di Helmholtz

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\nabla \cdot \mathbf{F}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV'$$

- Nel caso dell'elettrostatica $\mathbf{F} = \mathbf{E}$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\nabla \times \mathbf{F}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV'$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho(r)}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0$$

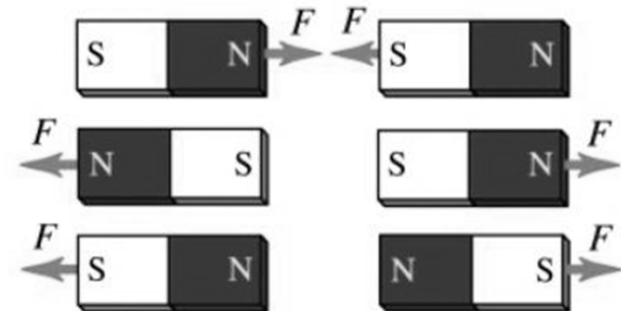
- Il secondo integrale è nullo
- Il campo elettrico è pertanto

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{\epsilon_0} \nabla V + \cancel{\nabla \times \mathbf{A}} = -\nabla V$$

- Naturalmente il campo scalare V è il potenziale elettrostatico
- Il campo elettrostatico ha solo la componente irrotazionale
- NB: l'espressione del campo è completamente determinata perché conosciamo anche il rotore di $\mathbf{E}$
 - Il fatto che $\nabla \times \mathbf{E} = 0$ non toglie che il valore del rotore sia fondamentale per determinare completamente il campo
- Studieremo presto un campo con divergenza nulla e rotore diverso da zero
 - Il campo di induzione magnetica $\mathbf{B}$
 - Inoltre nel caso dinamico (dipendente da t) il campo elettrico acquisterà anche la componente solenoidale ($\nabla \times \mathbf{E} \neq 0$)

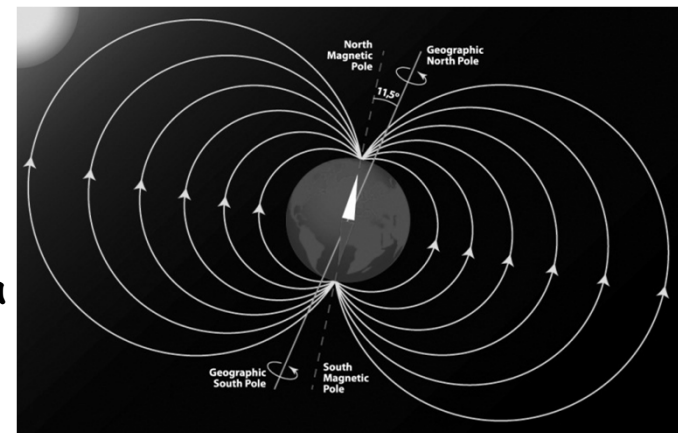
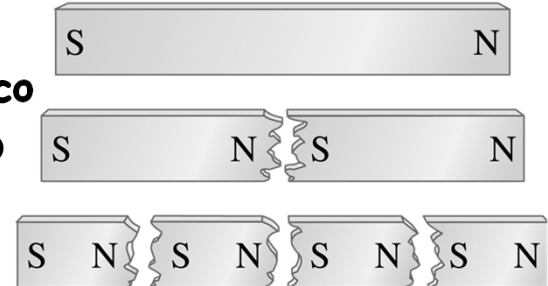
Le forze magnetiche

- Come per le forze elettriche anche per i fenomeni magnetici le prime conoscenze sono molto antiche
- Fin dall'antichità si conoscevano le proprietà di uno strano materiale, la magnetite
 - Il nome ha un origine classica, dalla città Magnesia (Asia Minore) presso cui si trovava facilmente questo materiale
- Oggi sappiamo che si tratta di una combinazione di ossidi di ferro: $\text{FeO} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$
 - È nota la capacità della magnetite di esercitare forze sulla limatura di ferro
- Oggetti costruiti utilizzando la magnetite prendono il nome di magneti (permanenti)
- Una delle proprietà caratteristiche dei magneti è la presenza di due poli (Nord, Sud)
 - Due poli magnetici si attraggono o si respingono
 - Poli di segno diverso si attraggono
 - Nord-Sud
 - Poli di segno uguale si respingono
 - Sud-Sud Nord-Nord



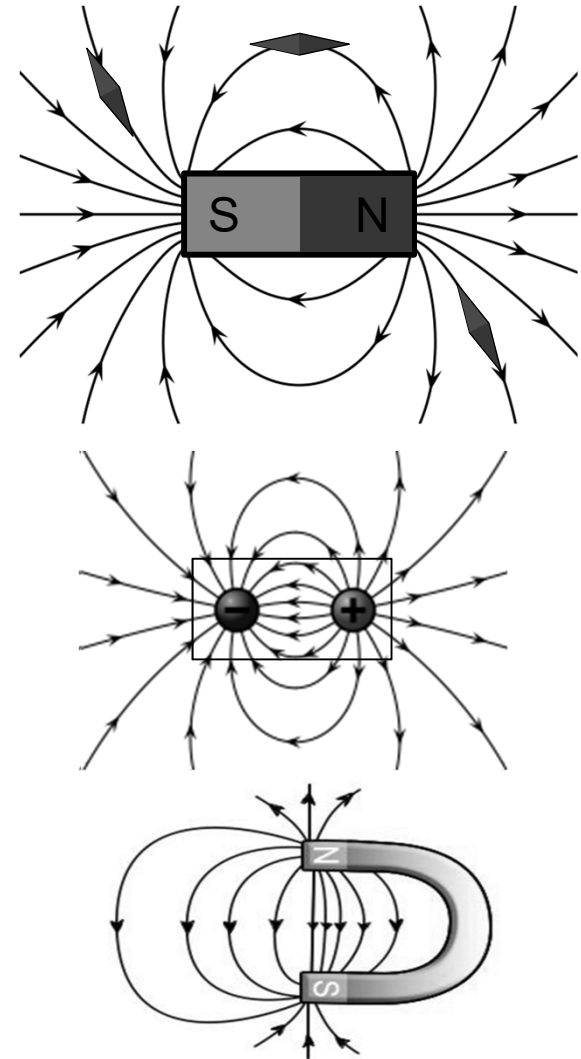
Le forze magnetiche

- Un'altra caratteristica importante di un magnete permanente è l'impossibilità di isolare un polo magnetico
 - Il tentativo di isolare un polo, ad esempio spezzando il magnete in due parti, porta comunque alla formazione di due o più magneti sempre con due poli
 - È un fatto sperimentale di fondamentale importanza l'impossibilità di isolare un polo magnetico
 - È una differenza fondamentale con le forze elettriche
- Una delle applicazioni più importanti delle forze magnetiche è stata senza dubbio la bussola per la navigazione
 - Se ne hanno notizie a partire dall'XI secolo
 - Si tratta di un sottile magnete permanente (ago magnetico) libero di ruotare in un piano
 - Il polo nord dell'ago indica la direzione del nord (magnetico)
- Oggi sappiamo che la terra possiede un campo magnetico analogo a quello di un magnete
 - L'asse del campo magnetico della terra forma circa 11.5 gradi con l'asse di rotazione
 - L'ago magnetico si allinea con il campo



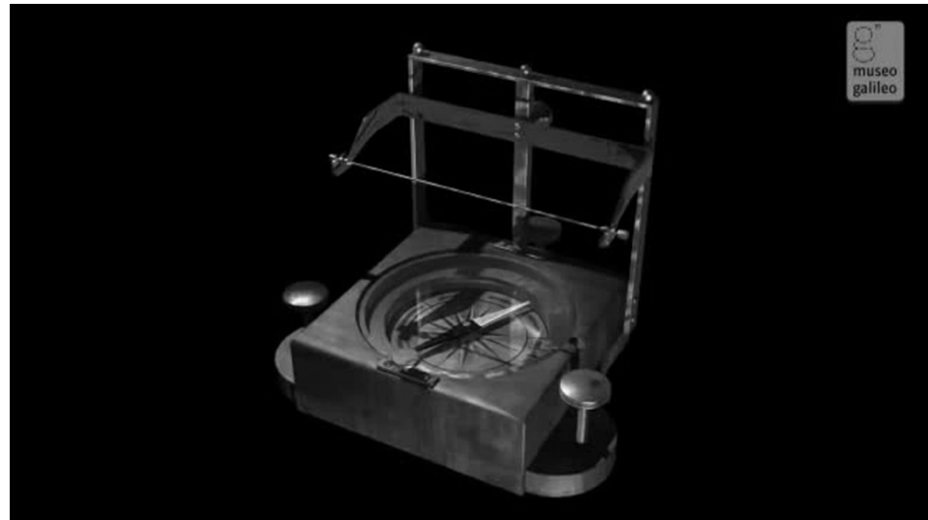
Magneti permanenti

- I magneti permanenti applicano forze
 - Ad altri magneti permanenti
 - A oggetti metallici
- Generano un campo che permette di calcolare le forze: il campo magnetico
 - Definiremo fra poco rigorosamente il campo magnetico
- Possiamo visualizzare il campo magnetico utilizzando un ago magnetizzato
 - Vale la pena notare le somiglianze con il campo di un dipolo elettrico
 - Vedremo che la somiglianza della "mappa" delle linee di forza non è casuale
 - Attenzione: gli effetti del campo magnetico sono molto diversi da quelli del campo elettrico
- Si possono realizzare magneti permanenti di forme differenti
 - Genera linee di campo parallele all'interno



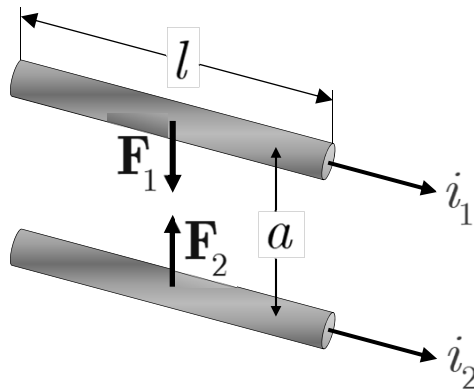
L'esperimento di Oersted

- Per molti secoli la comprensione dei fenomeni magnetici non fece progressi di rilievo
 - Coulomb studiò le forze fra magneti giungendo ad una legge formalmente simile a quella delle forze elettrostatiche
 - Tuttavia non si trattò di una strada destinata a portare ulteriori progressi
 - I fenomeni magnetici rimanevano separati da quelli elettrici
- Nel 1820 Oersted studiava gli effetti delle correnti
 - Da poco le scoperte di Galvani e Volta avevano dotato gli scienziati di un nuovo strumento di ricerca per creare correnti elettriche: le batterie
- Oersted aveva intuito che le forze magnetiche avevano un'origine elettrica
 - Il famoso esperimento di Oersted dimostra l'effetto di una corrente elettrica su un ago magnetico
 - Una corrente elettrica genera un campo magnetico analogo a quello della terra
 - Perpendicolare al filo
- Le cariche in movimento generano un campo magnetico
 - È nato l'elettromagnetismo



Forze fra correnti

- Quasi in contemporanea agli studi di Oersted avanzavano anche gli studi di Ampère
 - Grazie alla possibilità di costruire batterie si potevano studiare gli effetti delle correnti elettriche
 - Ampère scoprì che due fili percorsi da corrente esercitano forze l'uno sull'altro
- Ampère scopre la legge con cui due fili percorsi da corrente si attraggono o si respingono

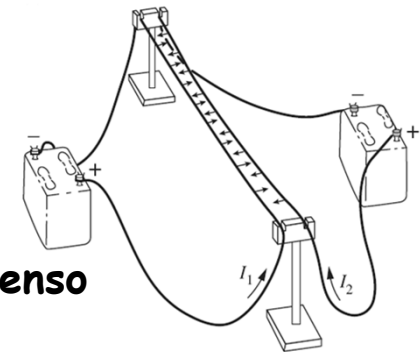


$$F = \mu_0 \frac{i_1 i_2}{2\pi a} l$$

- Nel sistema MKSA

$$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ Kg mC}^{-2}$$

Correnti nello stesso senso
Forza attrattiva



Correnti in senso opposto
Forza repulsiva

