
Elettromagnetismo

Prof. Francesco Ragusa
Università degli Studi di Milano

Lezione n. 17 - 02.12.2022

Corrente elettrica e densità di corrente
Conservazione carica: equazione di continuità
Conduzione elettrica e Legge di Ohm

Anno Accademico 2022/2023

Densità di corrente

- Consideriamo una situazione in cui le cariche siano tutte dello stesso segno, uguali e che si muovono tutte con la stessa velocità u
- La densità delle cariche è n (numero per unità di volume)
- La corrente elettrica è definita come la quantità di carica che attraversa la superficie S nella unità di tempo
- La carica che attraversa la superficie è quella contenuta nel prisma obliquo definito dalla superficie S e dal lato di lunghezza $u \Delta t$
- Il volume del prisma è

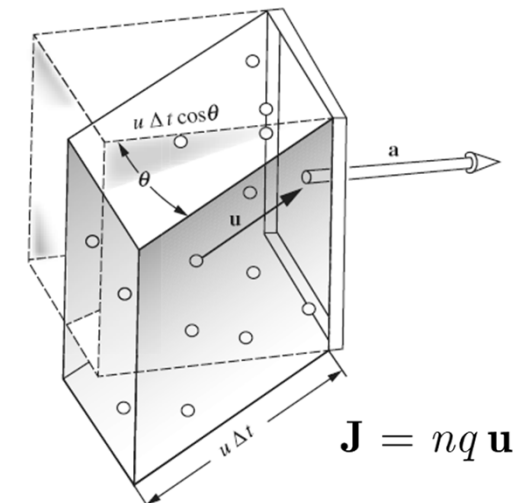
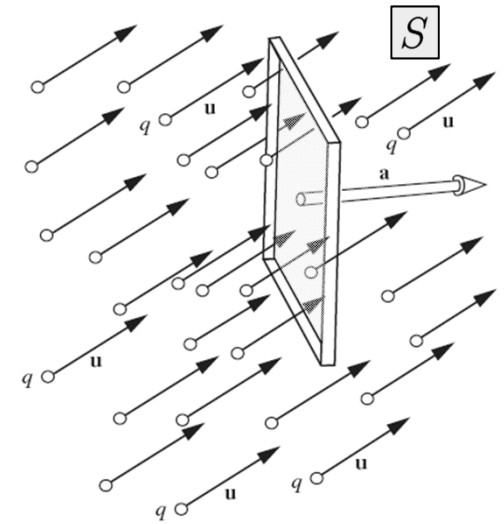
$$\Delta V = Su \Delta t \cos \theta$$

- Possiamo riscriverlo utilizzando i vettori velocità e normale alla superficie

$$\Delta V = S \mathbf{u} \cdot \hat{\mathbf{n}} \Delta t$$

- Abbiamo pertanto

$$\Delta Q = qn \Delta V = nqS \mathbf{u} \cdot \hat{\mathbf{n}} \Delta t \quad I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = nqS \mathbf{u} \cdot \hat{\mathbf{n}}$$



Densità di corrente

- Naturalmente la situazione in cui tutte le velocità sono uguali è un caso molto particolare (e non realistico)

- Nel caso generale avremo

- n_1 particelle con velocità $\mathbf{u}_1$ che contribuiscono $I_1 = q_1 n_1 S \mathbf{u}_1 \cdot \hat{\mathbf{n}}$
- n_k particelle con velocità $\mathbf{u}_k$ che contribuiscono $I_k = q_k n_k S \mathbf{u}_k \cdot \hat{\mathbf{n}}$

- La corrente totale è la somma delle correnti

$$I = I_1 + \dots + I_k + \dots + I_N = (q_1 n_1 \mathbf{u}_1 + \dots + q_k n_k \mathbf{u}_k + \dots + q_N n_N \mathbf{u}_N) \cdot \hat{\mathbf{n}} S$$

- Definiamo il vettore densità di corrente

$$\mathbf{J} = q_1 n_1 \mathbf{u}_1 + \dots + q_k n_k \mathbf{u}_k + \dots + q_N n_N \mathbf{u}_N$$

$$\mathbf{J} = \sum_{k=1}^N q_k n_k \mathbf{u}_k$$

- Le sue dimensioni sono: $[\mathbf{J}] = \text{Q L}^{-2} \text{T}^{-1} (\text{C m}^{-2} \text{s}^{-1})$
- Utilizzando il vettore $\mathbf{J}$ la corrente è

$$I = \mathbf{J} \cdot \hat{\mathbf{n}} S$$

- Specializziamo $\mathbf{J}$ al caso in cui i portatori di carica siano elettroni: $q_k = -e$

$$\mathbf{J} = \sum_{k=1}^N q_k n_k \mathbf{u}_k = -e \sum_{k=1}^N n_k \mathbf{u}_k$$

Densità di corrente

$$\mathbf{J} = -e \sum_{k=1}^N n_k \mathbf{u}_k$$

- Definiamo infine

- La densità totale di elettroni, indipendente dalla velocità

$$n_e = \sum_{k=1}^N n_k$$

- La velocità media degli elettroni

$$\bar{\mathbf{u}} = \frac{1}{n_e} \sum_{k=1}^N n_k \mathbf{u}_k$$

- Otteniamo la seguente espressione per la densità di corrente

$$\mathbf{J} = -en_e \bar{\mathbf{u}}$$

- Notiamo che $-en_e$ rappresenta la densità di carica ρ_e degli elettroni

- Utilizzando ρ_e

$$\mathbf{J} = \rho_e \bar{\mathbf{u}}$$

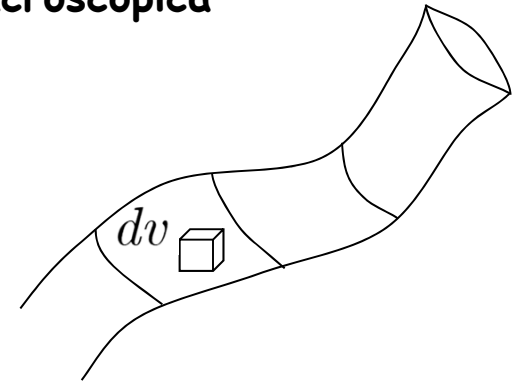
- Avevamo già incontrato una formula simile quando abbiamo definito la densità di corrente per il flusso di fluido

Densità di corrente

- Quando parliamo di conduttori o di sistemi macroscopici allora anche le grandezze che abbiamo definito e utilizzato vanno intese in senso macroscopico
 - Sono delle medie su volumi dv infinitesimi su scala macroscopica
 - Volumi grandi su scala microscopica
 - In questo caso interpretiamo la formula

$$\mathbf{J} = -en_e \bar{\mathbf{u}}$$

- n_e è la densità media degli elettroni nel volume dv
- $\bar{\mathbf{u}}$ è la velocità media degli elettroni nel volume dv
- Sia la velocità media che la densità media possono essere funzione della posizione e del tempo
 - In questo caso anche $\mathbf{J}$ è una funzione della posizione e del tempo $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)$
- La corrente attraverso una superficie arbitraria (eventualmente ideale, all'interno di un conduttore) è data da (attenzione ai segni)



$$I = \int_S \mathbf{J} \cdot \hat{\mathbf{n}} da$$

- Se $\mathbf{J}$ non dipende dal tempo si parla di correnti stazionarie (steady)
 - Le cariche si muovono ma le proprietà del flusso non variano nel tempo

Conservazione della carica

- Supponiamo adesso di avere una superficie chiusa S che delimita un volume V
- In una regione in cui è presente una densità di corrente $\mathbf{J}$
- Calcoliamo il flusso di $\mathbf{J}$

$$\int_S \mathbf{J} \cdot \hat{\mathbf{n}} da$$

- L'integrale rappresenta la quantità di carica che fluisce nell'unità di tempo attraverso la superficie

$$\int_S \mathbf{J} \cdot \hat{\mathbf{n}} da = - \frac{dQ}{dt}$$

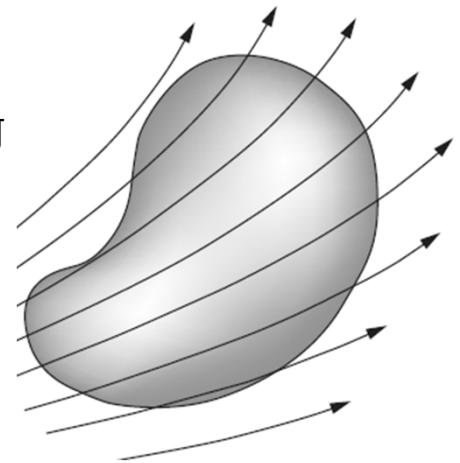
La normale è verso l'esterno

$\frac{dQ}{dt}$ è positiva se la carica all'interno di S aumenta

- Se $dQ/dt \neq 0$ significa che la carica si accumula o fuoriesce dal volume attraversando la superficie
- In una situazione stazionaria la derivata è nulla $\int_S \mathbf{J} \cdot \hat{\mathbf{n}} da = 0$
- Dal teorema della divergenza, facendo tendere a zero il volume chiuso da S

$$\int_S \mathbf{J} \cdot \hat{\mathbf{n}} da = 0 = \int_V \nabla \cdot \mathbf{J} dv = 0 \quad \longrightarrow \quad \nabla \cdot \mathbf{J} = 0$$

- Divergenza nulla significa che la carica né si crea né si distrugge dentro V



Conservazione della carica

- Consideriamo adesso un caso non necessariamente stazionario
- Dentro il volume V delimitato da S ci sarà una densità di carica $\rho(\mathbf{r}, t)$
- La carica all'interno sarà data dall'integrale di volume

$$Q_V(t) = \int_V \rho(\mathbf{r}, t) dv$$

- Nel caso non stazionario $Q_V(t)$ può variare nel tempo
- Inoltre

$$\frac{dQ_V}{dt} = \int_V \frac{\partial \rho(\mathbf{r}, t)}{\partial t} dv$$

- Per finire abbiamo visto che

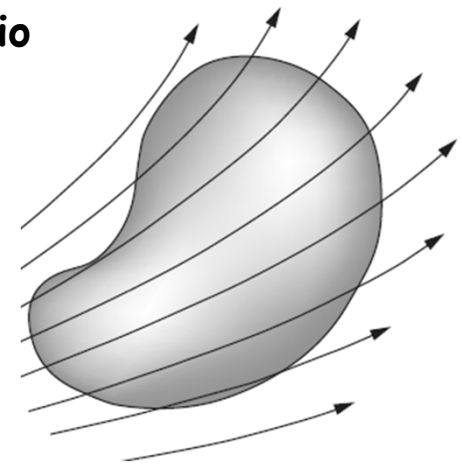
$$-\frac{dQ}{dt} = \int_S \mathbf{J} \cdot \hat{\mathbf{n}} da = \int_V \nabla \cdot \mathbf{J} dv \quad \longrightarrow \quad \int_V \nabla \cdot \mathbf{J} dv = - \int_V \frac{\partial \rho(\mathbf{r}, t)}{\partial t} dv$$

- Da cui discende l'importantissima equazione di continuità

$$\boxed{\nabla \cdot \mathbf{J} = - \frac{\partial \rho(\mathbf{r}, t)}{\partial t}}$$

• È una legge di conservazione locale

- Abbiamo espresso la legge sia in forma differenziale che integrale



Densità di corrente

- Consideriamo un sistema di cariche descritto dalla densità di carica $\rho(\mathbf{r}, t)$
 - Le cariche si muovono con velocità $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$
 - Si dice che siamo in presenza di correnti di conduzione
 - Per descrivere questo sistema si utilizza la densità di corrente

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = \rho(\mathbf{r}, t)\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$$

- La conservazione della carica è espressa con l'Equazione di Continuità

$$\nabla \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial \rho(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \qquad \oint_s \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a} = -\frac{d}{dt} \int_V \rho dV = -\frac{dQ}{dt}$$

- Nella forma differenziale è una legge che vale in ogni punto dello spazio
 - È una legge di conservazione locale
- I primi fenomeni che studieremo prendono in considerazione le correnti stazionarie
 - Le cariche si muovono (non sono statiche)
 - Le proprietà del movimento che consideriamo non variano nel tempo
 - In particolare la densità di carica non dipende dal tempo

$$\frac{\partial \rho(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = 0 \quad \longrightarrow \quad \nabla \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = 0$$

Condizione di Stazionarietà della Corrente

Corrente elettrica

- La corrente elettrica è definita come
 - Quantità di carica che attraversa una superficie al secondo

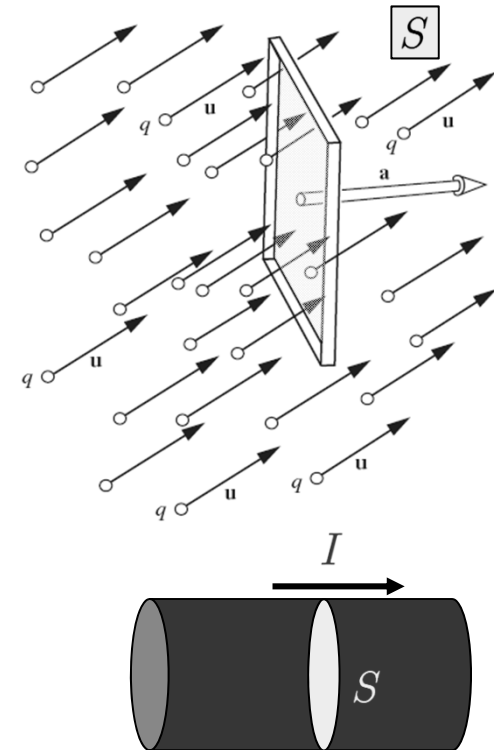
$$I = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a} = \int_S \mathbf{J} \cdot \hat{\mathbf{n}} da$$

- Spesso la corrente sarà confinata all'interno di un filo conduttore
- La corrente può essere nel vuoto o nella materia
- Tratteremo maggiormente la corrente nella materia
- In un pezzo di materia conduttrice la densità di corrente è determinata dal campo elettrico presente
 - Per materia conduttrice lineare

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$$

Legge di Ohm

- La costante σ è la conduttività
 - Si misura in $(\text{ohm} \cdot \text{m})^{-1}$
- I conduttori che abbiamo già incontrato e studiato erano ideali ($\sigma = \infty$)
 - Per un buon conduttore reale σ è comunque molto elevata
 - Per il rame $\sigma = 5.8 \cdot 10^7 (\text{ohm} \cdot \text{m})^{-1}$
- Per finire osserviamo in un conduttore ideale ($\sigma = \infty$) può circolare una corrente anche con un campo elettrico nullo



Corrente elettrica

- La relazione $J = \sigma E$ è una relazione costitutiva
 - La costante σ può essere dedotta da un modello teorico basat sulla struttura microscopica della sostanza
 - Oppure è un dato empirico che caratterizza il materiale
- Spesso si utilizza la resistività, che è il suo inverso
- Resistività di alcune sostanze

Materiale	Resistività (Ωm)
Argento	1.62×10^{-8}
Rame	1.68×10^{-8}
Oro	2.35×10^{-8}
Alluminio	2.75×10^{-8}
Tungsteno	5.25×10^{-8}
Ferro	9.68×10^{-8}
Platino	10.6×10^{-8}
Acqua di mare	2.00×10^{-1}
Acqua potabile	$10^1 - 10^3$
Silicio puro	2.5×10^3
Vetro	$10^{10} - 10^{14}$
Quarzo	$\sim 10^{16}$

Campi elettrici stazionari†

- All'interno di un materiale nel quale circola una corrente stazionaria è presente un campo elettrico
 - Si tratta di un campo elettrostatico
 - Un campo generato da cariche e/o differenze di potenziale
 - Le condizioni non "statiche" sono presenti, normalmente, fuori dal materiale
 - Forze elettromotrici che forniscono o rimuovono le cariche trasportate dalla corrente
 - Osserviamo che all'interno del conduttore non ci sono cariche libere

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} = \frac{\sigma}{\epsilon} \mathbf{D}$$

$$\rho_f = \nabla \cdot \mathbf{D} = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \nabla \cdot \mathbf{J} = 0$$

- Per sottolineare le condizioni sopra indicate il campo viene definito "stazionario"
 - Abbiamo precisato che si tratta di un campo elettrostatico e pertanto il campo è conservativo

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad \longrightarrow \quad \mathbf{E} = -\nabla \phi$$

- Inoltre, nel conduttore, supposto lineare, o anche "ohmico" $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$

- Pertanto, dato che $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$

$$\nabla \cdot \sigma \mathbf{E} = 0 = \sigma \nabla \cdot \mathbf{E} + \mathbf{E} \cdot \nabla \sigma = 0$$

- Nel caso di dielettrici omogenei $\nabla \sigma = 0 \quad \longrightarrow \quad \nabla \cdot \mathbf{E} = 0$

- Insieme alla proprietà di conservatività del campo

$$\boxed{\nabla^2 \phi = 0}$$

- †Zangwill A. – Modern Electrodynamics cap. 9 - Cambridge University Press 2012
- Jefimenko O. – Electricity and magnetism cap. 9 – Appleton Century Crofts 1966

Campi elettrici stazionari

- Abbiamo appena visto che all'interno di un conduttore in cui circola una corrente stazionaria il potenziale soddisfa l'equazione di Laplace
 - Valgono i teoremi di esistenza e unicità
 - Possiamo utilizzare i metodi introdotti per i campi elettrostatici
 - Ad esempio il metodo di separazione delle variabili
- Osserviamo anche l'analogia con il problema elettrostatico nei dielettrici
 - Il campo $\mathbf{J}$ gioca, formalmente, il ruolo di $\mathbf{D}$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad \leftrightarrow \quad \mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad \sigma \leftrightarrow \varepsilon = \kappa \varepsilon_0$$

- All'interfaccia fra mezzi differenti valgono analoghe condizioni di raccordo
 - Nei punti della superficie S di separazione fra un mezzo 1 e un mezzo 2

- La componente tangenziale di $\mathbf{E}$ si conserva

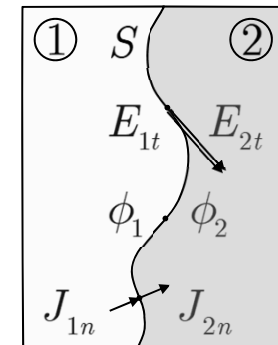
- Il potenziale è continuo

- La corrente è stazionaria ($\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$) pertanto la componente normale J_n si conserva

$$E_{1t} = E_{2t}$$

$$\phi_1 = \phi_2$$

$$J_{1n} = J_{2n}$$



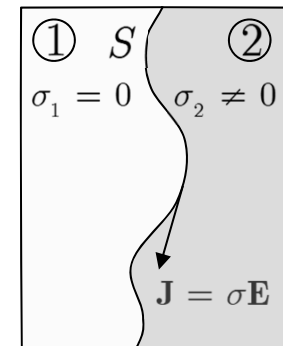
Campi elettrici stazionari

- Tuttavia ci sono anche differenze
 - La conduttività può essere nulla
 - È nulla in un isolante perfetto (dielettrico ideale, senza perdite)
 - Nel caso dei dielettrici κ non può mai essere minore di 1
 - Dato che in un dielettrico ideale $J = 0$
 - All'interfaccia fra un conduttore e un dielettrico ideale la componente normale di J nel conduttore deve essere nulla
 - Significa che all'interfaccia

$$0 = J_n = \sigma_2 E_n \quad \Rightarrow \quad E_n = 0 \quad \Rightarrow$$

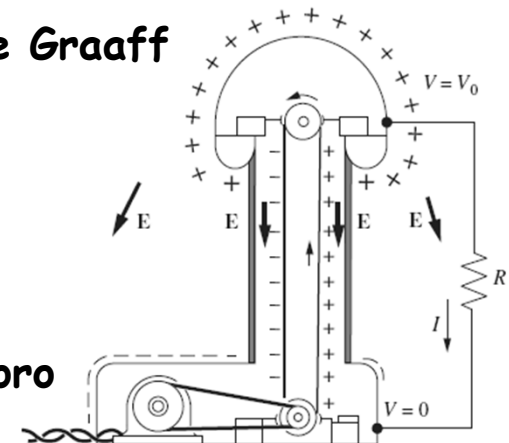
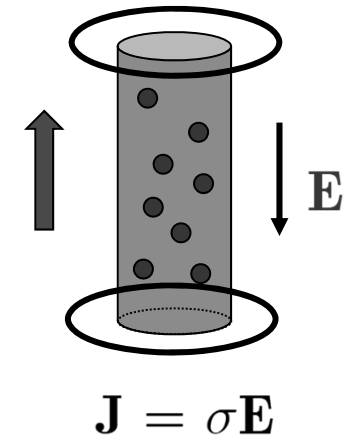
$$\boxed{\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0}$$

- Il problema del potenziale in un conduttore ohmico circondato da un isolante impone le condizioni di Neumann
 - Sulle superfici da cui entra o esce la corrente si possono avere condizioni di Neumann o di Dirichlet
- Un altro modo di vedere la stessa cosa
 - All'interfaccia con l'isolante il campo elettrico E e la densità di corrente J sono paralleli alla parete del conduttore
 - Qualunque sia la forma
 - Il campo E e il campo J "seguono" la forma del conduttore



Conduzione elettrica

- Diamo un esempio di forza elettromotrice di tipo meccanico
 - Vedremo presto un esempio elettrochimico
 - Ne vedremo un altro (importantissimo) in elettrodinamica
 - L'induzione elettromagnetica
- All'interno del conduttore la carica si muove per effetto di un campo elettrostatico E
- Fuori dal conduttore è necessario un meccanismo che
 - Rimuova la carica dalla superficie inferiore
 - La trasporti alla superficie superiore
 - In questo processo le cariche si muovono in direzione opposta a quella imposta dal campo elettrico
- Un esempio di questo meccanismo è il generatore Van de Graaff
 - Una cinghia azionata da un motore elettrico trasporta la carica dal basso verso l'alto
 - In basso la carica rimane "attaccata" alla cinghia per strofinamento
 - In alto viene "ceduta" all'elettrodo
 - Per questo "trasporto" il motore deve compiere un lavoro
 - Deve vincere la forza del campo E (verso il basso)

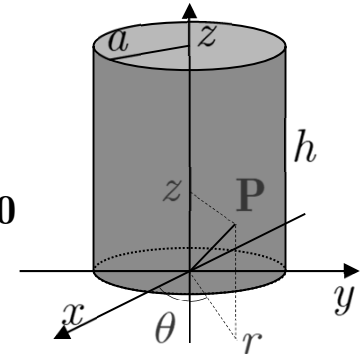


Filo cilindrico conduttore

- Consideriamo un cilindro di raggio a e altezza h
 - Composto di un materiale conduttore di conduttività σ
- Formuliamo il problema all'interno del cilindro
 - All'interno il potenziale soddisfa l'equazione di Laplace $\nabla^2\phi = 0$
 - Sulla parete laterale $\frac{\partial\phi}{\partial n} = 0$
- Per le superfici superiore e inferiore studiamo due condizioni equivalenti
 - a) Sulla superficie superiore entra una corrente I , i quella inferiore $-I$
 - La densità di corrente è $\mathbf{J} = -J_0 \hat{\mathbf{e}}_z$ $J_0 = \frac{I}{\pi a^2}$
 - Otteniamo le condizioni

$$J_z = \sigma E_z = -\sigma \frac{\partial\phi}{\partial z} \Big|_{z=h} = -J_0 \qquad -\sigma \frac{\partial\phi}{\partial z} \Big|_{z=0} = -J_0$$
 - Sono ancora condizioni di Neumann
 - b) Le due superfici sono rispettivamente a potenziale V e 0

$$\phi(h) = V_0 \qquad \phi(0) = 0$$
 - Sono due condizioni di Dirichlet
- Utilizziamo un sistema di coordinate cilindriche r, θ, z con origine nel centro del cilindro
- Osserviamo che il problema ha simmetria azimutale $\phi = \phi(r, z)$



Equaz. Laplace in coordinate cilindriche†***

- Ricordiamo il sistema di coordinate cilindriche

$$y = r \cos \theta \quad y = r \sin \theta \quad z = z$$

- In questo sistema di coordinate il laplaciano è

$$\nabla^2 \phi(r, \theta, z) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}$$

- Utilizziamo il metodo della separazione delle variabili

$$\phi(r, \theta, z) = R(r)\Theta(\theta)Z(z)$$

- Si introducono due costanti di separazione n^2 e k^2

$$r \frac{d}{dr} \left(r \frac{dR}{dr} \right) + (k^2 r^2 - n^2) R = 0 \quad \frac{d^2 \Theta}{d\theta^2} + n^2 \Theta = 0 \quad \frac{d^2 Z}{dz^2} - k^2 Z = 0$$

- Le soluzioni sono

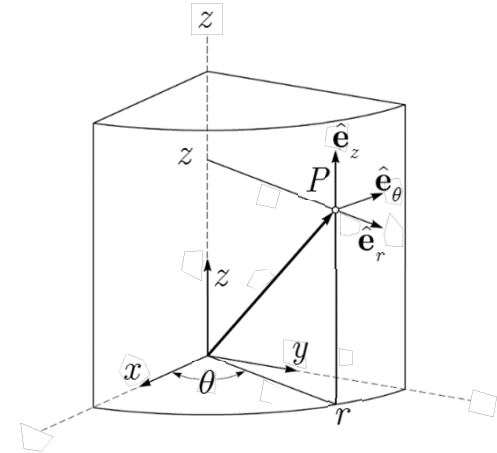
$$\Theta_n(\theta) = \begin{cases} c + d\theta & n = 0 \\ c_n e^{in\theta} + d_n e^{-in\theta} & n \neq 0 \end{cases} \quad R_n^k(\rho) = \begin{cases} A + B \ln r & k = 0 \quad n = 0 \\ A_n r^n + B_n r^{-n} & k = 0 \quad n \neq 0 \\ A_n^k J_n(kr) + B_n^k Y_n(kr) & k^2 > 0 \\ A_n^k I_n(kr) + B_n^k K_n(kr) & k^2 < 0 \end{cases}$$

$$Z_k(z) = \begin{cases} e + fz & k = 0 \\ e_k e^{kz} + f_k e^{-kz} & k \neq 0 \end{cases}$$

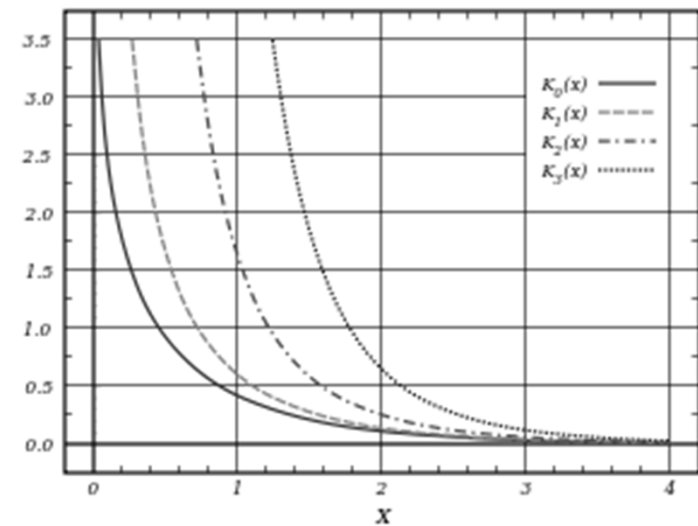
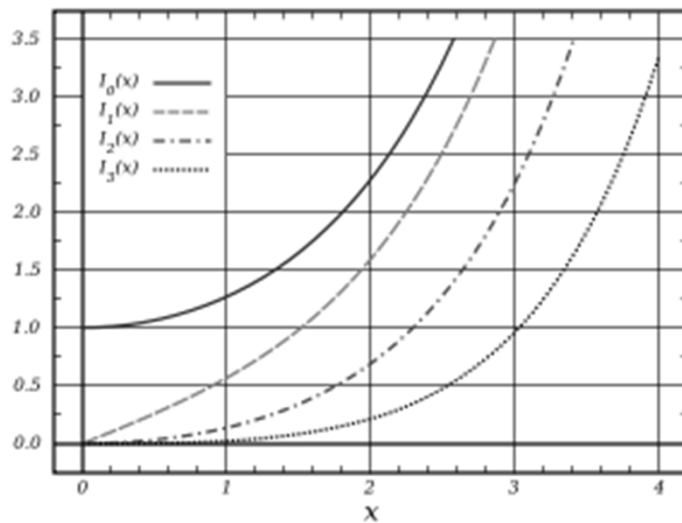
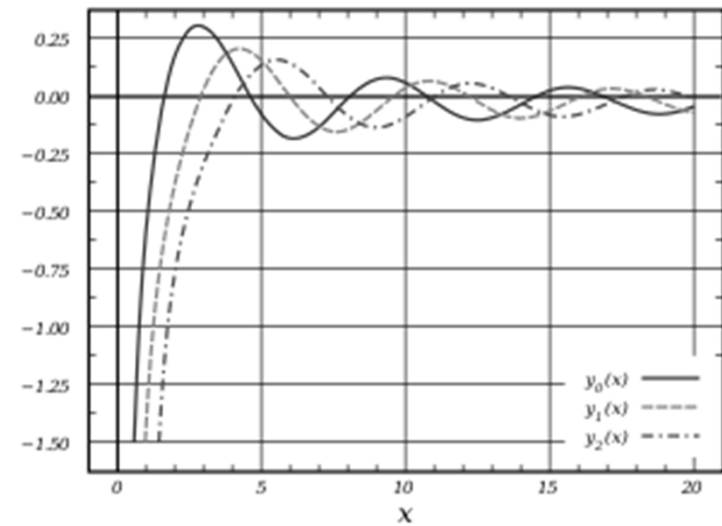
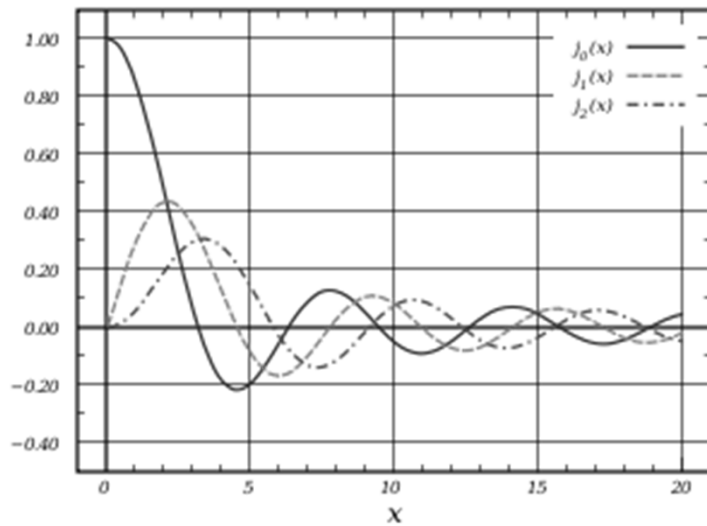
- J_n, Y_n, I_n, K_n sono le Funzioni di Bessel

- Le costanti di separazione e di integrazione sono determinate dalle condizioni al contorno

- †Vedi A. Zangwill – Modern Electrodynamics oppure D. Jackson - Classical Electrodynamics



Funzioni di Bessel



Corrente in un cilindro conduttore

- Nel nostro caso abbiamo simmetria azimutale e quindi $n = 0$
- Inoltre si dimostra che sono sufficienti le soluzioni per $k = 0$

$$R_0^0(\rho) = A + B \ln \rho \quad k = 0 \quad n = 0 \qquad Z_0(z) = e + fz \quad k = 0$$

- In definitiva la soluzione si riduce a

$$\phi(r, z) = (A + B \ln r)(e + fz)$$

- Imponiamo la condizione sulla superficie laterale

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \qquad \frac{\partial \phi}{\partial n} = \frac{\partial \phi}{\partial r}$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \phi(r, z) = \frac{\partial}{\partial r} (A + B \ln r)(e + fz) = \frac{B}{r}(e + fz) = 0$$

$$B = 0$$

- Possiamo porre $A = 1 \quad \phi(z) = fz + e$

- Sulla superficie superiore

$$-J_0 = -\sigma \left. \frac{\partial \phi(r, z)}{\partial z} \right|_{z=h} = -\sigma \left. \frac{d}{dz} (e + fz) \right|_{z=h} = -\sigma f = -J_0$$

$$f = \frac{J_0}{\sigma} = \frac{I}{\sigma \pi a^2}$$

- Stesso risultato a $z = 0$

- Si può porre $e = 0$

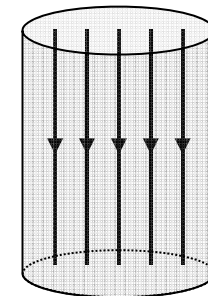
- Pertanto il potenziale è $\phi(r, z) = \phi(z) = \frac{I}{\sigma \pi a^2} z = \frac{Ih}{\sigma \pi a^2} \frac{z}{h}$

- Il campo elettrico E è uniforme

- Analogamente la densità di corrente J

- Non ci sono effetti di bordo!

Vedremo che
 $= RI = V_0$



Corrente in un cilindro conduttore

- Ripetiamo il calcolo con la seconda condizione equivalente
 - b) Le due superfici sono rispettivamente a potenziale V e 0

$$\phi(h) = V_0 \quad \phi(0) = 0$$

- Ricordiamo $\phi(z) = fz + e$

$$0 = \phi(0) = -f \cdot 0 + e = 0 \quad V_0 = \phi(h) = fh + e = V_0 \quad f = \frac{V_0}{h} \quad e = 0$$

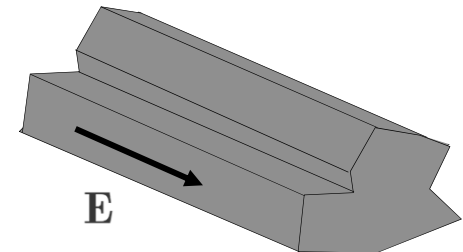
- Otteniamo

$$\phi(z) = V_0 \frac{z}{h}$$

- Il campo elettrico è

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi = -\frac{V_0}{h}\hat{\mathbf{e}}_z \quad \text{e la densità di corrente} \quad \mathbf{J} = \sigma\mathbf{E} = -\sigma\frac{V_0}{h}\hat{\mathbf{e}}_z$$

- Si ottiene lo stesso risultato per qualsiasi "cilindro" con elettrodi piani indipendentemente dalla forma delle basi
 - All'interno il campo elettrico è uniforme
 - Soddisfa le condizioni al contorno come nel problema del cilindro



Resistori e resistenza

- Un resistore è un dispositivo elettrico
 - composto da un blocco di materiale conduttore (non ideale, con conduttività diversa da zero)
 - Con due "elettrodi" composti di conduttore ideale (σ molto grande, infinita)



- Se si applica una differenza di potenziale V fra gli elettrodi
 - Nel conduttore appare un campo elettrico E
 - Inoltre si sviluppa una densità di corrente $J = \sigma E$
 - Da un elettrodo entra una corrente I , dall'altro esce la stessa corrente
- Si definisce Resistenza R del dispositivo

$$R = \frac{V}{I} \quad \text{o anche} \quad V = RI$$

- Di solito questa legge è chiamata Legge di Ohm
 - La legge di Ohm è più generale ed è $J = \sigma E$

Legge di Ohm

- Le dimensioni della conduttività sono $[\sigma] = \text{Q}^2 \text{M}^{-1} \text{L}^{-3} \text{T} (\text{C Kg}^{-1} \text{m}^{-3} \text{s})$
 - Una unità che si adopera di solito è $(\text{ohm-m})^{-1}$
 - Come nel caso della densità di polarizzazione la relazione fra $\mathbf{J}$ e $\mathbf{E}$ può essere più complicata
 - Può essere non lineare: la conduttività può dipendere dal campo $\sigma(\mathbf{E})$

- Il mezzo può essere non isotropo
$$J_i = \sum_j \sigma_{ij} E_j$$

- Considereremo solo mezzi lineari e isotropi per i quali vale la Legge di Ohm

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$$

- I materiali per i quali vale (lineari, isotropi) sono detti "ohmici"
- Nelle applicazioni tecnologiche non risulta comodo utilizzare la densità di corrente e il campo elettrico
 - Si preferisce utilizzare correnti e differenze di potenziale (tensioni)
 - Ad esempio nei circuiti elettronici