
Elettromagnetismo

Prof. Francesco Ragusa
Università degli Studi di Milano

Lezione n. 7 - 14.11.2022

Energia del campo elettrostatico
Conduttori. Conduttore ideale
Conduttori in un campo elettrostatico

Anno Accademico 2022/2023

Energia di una sfera di carica

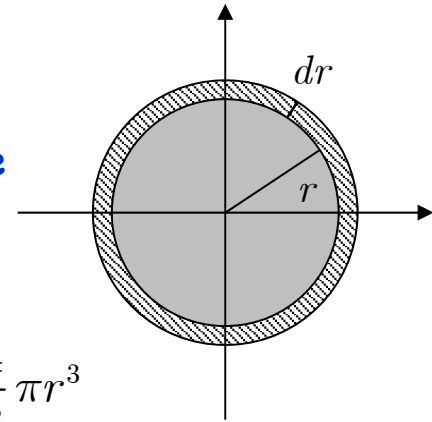
- Approfondiamo i concetti espressi con un esempio
 - L'energia di una sfera di carica (di raggio R e carica totale Q)
 - Calcoleremo il lavoro fatto per costruirla (la sua energia potenziale)
 - Calcoleremo l'energia del campo elettrostatico
 - Vedremo che sono uguali

- Per calcolare l'energia di una sfera procediamo come segue

- Supponiamo di avere già costruito una sfera di raggio r

- Il suo potenziale è

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q(r)}{r} \quad \rho_0 = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \quad q(r) = \rho_0 \frac{4}{3}\pi r^3$$



- Se aggiungiamo un guscio di carica dq (dall'infinito) l'energia potenziale del sistema aumenta di dU

$$dU = V(r) dq \quad dq = \rho_0 4\pi r^2 dr \quad dU = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q(r)}{r} \rho_0 4\pi r^2 dr$$

$$dU = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho_0}{r} \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_0 4\pi r^2 dr \quad \text{semplificando} \quad dU = \frac{1}{\epsilon_0} \rho_0^2 \frac{4}{3}\pi r^4 dr$$

Energia di una sfera di carica

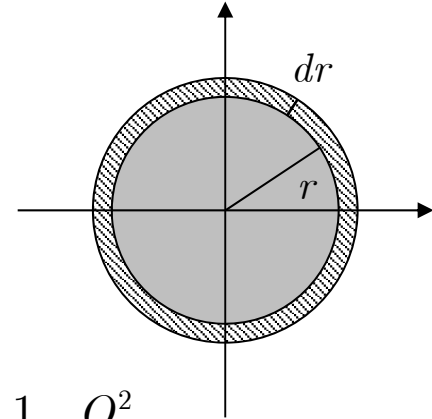
$$dU = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho_0^2 \frac{4}{3} \pi r^4 dr$$

- L'energia totale si trova integrando

$$U = \int_0^R dU = \int_0^R \frac{1}{\varepsilon_0} \rho_0^2 \frac{4}{3} \pi r^4 dr = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho_0^2 \frac{4}{3 \cdot 5} \pi R^5$$

$$U = \frac{4\pi}{4\pi} \frac{3}{3} \frac{R}{R} \frac{1}{\varepsilon_0} \rho_0^2 \frac{1}{3 \cdot 5} 4\pi R^5 = \frac{3}{5} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \right)^2 \frac{\rho_0^2}{R} = \frac{3}{5} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q^2}{R}$$

$$U = \frac{3}{5} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q^2}{R}$$



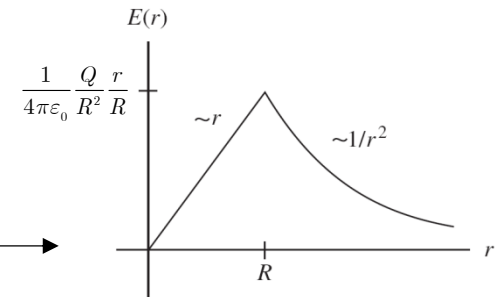
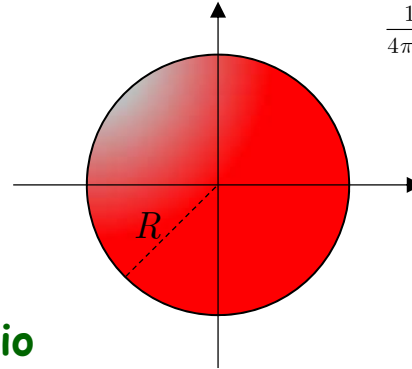
- L'espressione trovata rappresenta il lavoro fatto per "costruire" la sfera di carica Q trasportando la carica dall'infinito
- Ovviamente è anche l'energia potenziale del sistema
- Poiché la carica genera anche un campo elettrico questa può anche essere considerata come l'energia immagazzinata nel campo elettrico
- Calcoliamo adesso l'energia del campo elettrico

Energia del campo elettrico

- Abbiamo calcolato il campo elettrico di una sfera di carica uniforme nella diapositiva 111

- Calcoliamo l'energia immagazzinata nel campo

$$U = \int \rho_E(\mathbf{r}) dV \quad \rho_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$



$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^2} \frac{\mathbf{r}}{R} \quad r < R$$

$$\mathbf{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{r}}{r^3} \quad r \geq R$$

- L'integrale è esteso a tutto lo spazio
- Calcoliamo l'integrale in due pezzi

- Iniziamo con l'integrale esteso allo spazio esterno alla sfera

$$r > R \quad \rho_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{Q^2}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{1}{r^4} \quad dV = r^2 \sin\theta d\phi d\theta dr = r^2 d\Omega dr$$

$$U_1 = \int_{r>R} \rho_E dV = \int_R^\infty \int_\Omega \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{Q^2}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{1}{r^4} r^2 d\Omega dr = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{Q^2}{(4\pi\epsilon_0)^2} 4\pi \int_R^\infty \frac{1}{r^2} dr$$

$$U_1 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{R}$$

Energia del campo elettrico

- **Calcoliamo adesso l'integrale esteso al volume interno alla sfera**

$$r < R \quad \rho_E = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \frac{Q^2}{(4\pi\varepsilon_0)^2} \frac{r^2}{R^6}$$

$$dV = r^2 \sin\theta d\phi d\theta dr = r^2 d\Omega dr$$

$$U_2 = \int_{r < R} \rho_E dV = \int_0^R \frac{1}{2} \varepsilon_0 \frac{Q^2}{(4\pi\varepsilon_0)^2} \frac{r^2}{R^6} r^2 d\Omega dr$$

$$= \frac{1}{2} \varepsilon_0 \frac{Q^2}{(4\pi\varepsilon_0)^2} \frac{4\pi}{R^6} \int_0^R r^4 dr = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \frac{Q^2}{(4\pi\varepsilon_0)^2} \frac{4\pi}{R^6} \frac{R^5}{5}$$

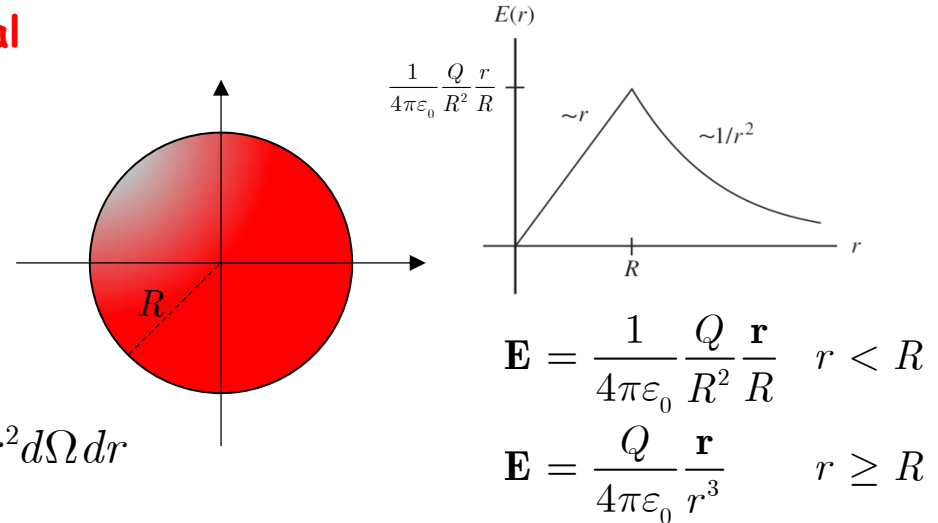
- **L'energia totale è**

$$U_E = U_1 + U_2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{R} + \frac{1}{2 \cdot 5} \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{R}$$

$$= \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{R} \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{5} \right)$$

$$U_E = \frac{3}{5} \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{R}$$

Uguale al valore trovato per l'energia potenziale della sfera



$$U_2 = \frac{1}{2 \cdot 5} \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{R}$$

$$U_1 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{R}$$

Energia del campo elettrico

- Deriviamo la formula dell'energia del campo elettrico nel caso generale

- Abbiamo visto nella diapositiva 67 l'energia di un sistema di cariche

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j=1}^N \frac{q_i q_j}{4\pi\epsilon_0 r_{ij}} \quad \text{Passando a una distribuzione di carica } \rho \quad U = \frac{1}{2} \int_V \int_V \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho(\mathbf{r}_1)\rho(\mathbf{r}_2)}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} d^3\mathbf{r}_1 d^3\mathbf{r}_2$$

- Ricordiamo l'espressione del potenziale generato da una densità di carica ρ

$$\phi(\mathbf{r}_2) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(\mathbf{r}_1)}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} d^3\mathbf{r}_1 \quad U = \frac{1}{2} \int_V \phi(\mathbf{r}_2) \rho(\mathbf{r}_2) d^3\mathbf{r}_2 \quad \boxed{U = \frac{1}{2} \int_V \phi(\mathbf{r}) \rho(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}}$$

- Utilizziamo la legge di Gauss in forma differenziale

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \rho(\mathbf{r}) = \epsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E} \quad U = \frac{\epsilon_0}{2} \int_V \phi(\mathbf{r}) \nabla \cdot \mathbf{E} d^3\mathbf{r}$$

- Si può dimostrare che per un campo scalare f e un campo vettoriale $\mathbf{A}$

$$\nabla \cdot (f\mathbf{A}) = f \nabla \cdot \mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \nabla f \quad \text{pertanto} \quad \phi \nabla \cdot \mathbf{E} = \nabla \cdot (\phi \mathbf{E}) - \mathbf{E} \cdot \nabla \phi$$

- Inseriamo nell'integrale

$$U = \frac{\epsilon_0}{2} \int_V \phi \nabla \cdot \mathbf{E} dV = \frac{\epsilon_0}{2} \int_V \nabla \cdot (\phi \mathbf{E}) d^3\mathbf{r} - \frac{\epsilon_0}{2} \int_V \mathbf{E} \cdot \nabla \phi d^3\mathbf{r}$$

- Per campi che si annullano velocemente all'infinito il primo integrale è nullo



Energia del campo elettrico

$$U = \frac{\varepsilon_0}{2} \int_V \phi \nabla \cdot \mathbf{E} dV = \frac{\varepsilon_0}{2} \int_V \nabla \cdot (\phi \mathbf{E}) d^3\mathbf{r} - \frac{\varepsilon_0}{2} \int_V \mathbf{E} \cdot \nabla \phi d^3\mathbf{r}$$

- Infatti, utilizzando il teorema della divergenza

$$\int_V \nabla \cdot (\phi \mathbf{E}) d^3\mathbf{r} = \oint_S \phi \mathbf{E} \cdot d\mathbf{a} \quad \text{All'infinito l'elemento di superficie tende a} \quad da \rightarrow r^2 d\Omega$$

- Se il prodotto $\phi \mathbf{E}$ tende a zero più velocemente di r^2 l'integrale è nullo

$$\phi E \sim r^{-(2+\varepsilon)} \quad \varepsilon > 0 \quad \oint_S \phi \mathbf{E} \cdot d\mathbf{a} \sim \frac{1}{r^\varepsilon} \xrightarrow{r \rightarrow \infty} 0$$

- L'espressione per l'energia diventa

$$U = -\frac{\varepsilon_0}{2} \int_V \mathbf{E} \cdot \nabla \phi d^3\mathbf{r} \quad \mathbf{E} = -\nabla \phi \quad U = \frac{\varepsilon_0}{2} \int_V \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} d^3\mathbf{r}$$

- Abbiamo così dimostrato che le formule viste in precedenza valgono per tutti i campi elettrostatici

$$U = \frac{\varepsilon_0}{2} \int_V \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} d^3\mathbf{r} \quad U = \int_V \rho_E d^3\mathbf{r} \quad \rho_E = \frac{\varepsilon_0}{2} E^2$$

- Osserviamo che U è anche l'energia associata con la data distribuzione di cariche ρ

Elettrostatica nel vuoto

- Riepiloghiamo quanto fatto finora

- Legge di Coulomb

- Carica Q nell'origine, q nel punto $\mathbf{r}$

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

- La legge ci dice

- Esiste la carica elettrica
 - La legge della forza
 - La forza è centrale
 - La forza varia come $1/r^2$

- Abbiamo riformulato la legge introducendo il campo elettrico

- Dall'esperimento (legge di Coulomb) ricaviamo le leggi del campo $\mathbf{E}$

- La legge della forza $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$

- Il campo è conservativo $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi$$

La vedremo presto

- Legge di Gauss

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{a} = \int_V \rho d^3\mathbf{r}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

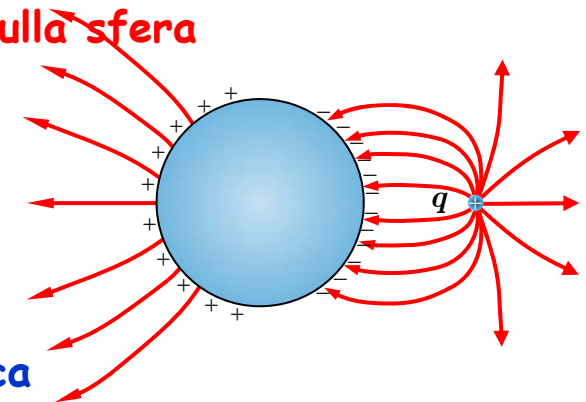
$$\nabla^2\phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

Il problema elettrostatico

- Fino ad ora abbiamo considerato sistemi in cui la distribuzione di carica è nota
 - Cariche (o distribuzioni di carica) definite e in posizioni note
 - In condizioni simili il potenziale si trova semplicemente calcolando

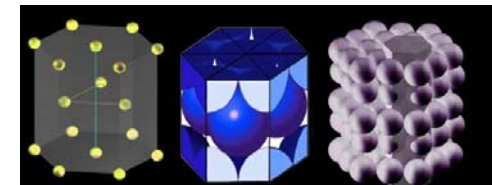
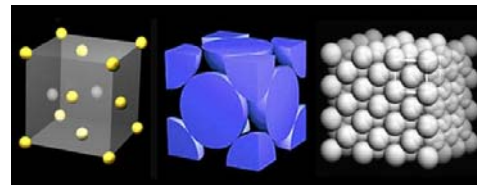
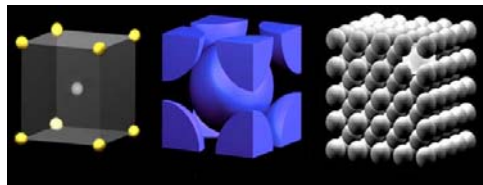
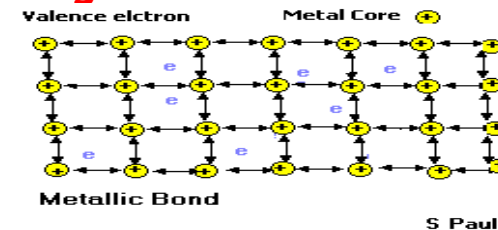
$$\phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^3\mathbf{r}'$$

- Tuttavia, normalmente non si conosce a priori la distribuzione delle cariche
 - La carica si trova nella materia
 - Può essere in un materiale isolante: studieremo il problema in seguito
 - Può essere in un conduttore
 - Le cariche in un conduttore possono muoversi
- Ad esempio: una carica q e una sfera conduttrice scarica
 - La carica q provoca una redistribuzione delle cariche sulla sfera
 - Attira le cariche negative
 - Respinge le cariche positive
 - La carica totale sulla sfera è sempre nulla
 - La nuova distribuzione di cariche genera un campo
 - Diverso dal campo di una semplice carica puntiforme
- Il problema è trovare il campo e la distribuzione di carica

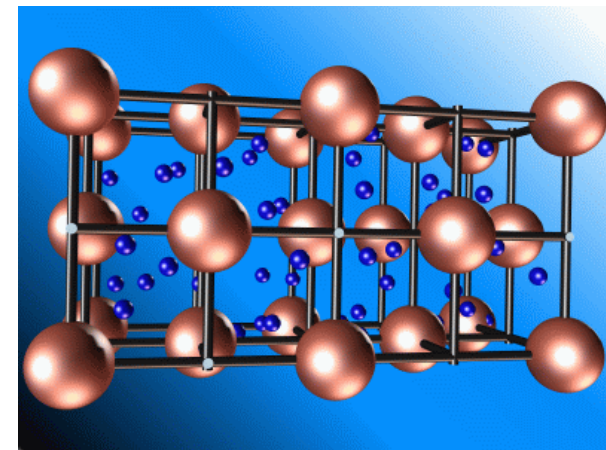


Conduttori

- Veniamo alla descrizione dei conduttori
 - In un materiale isolante ogni elettrone è legato ad un particolare atomo
 - Viceversa, in un conduttore, uno o più elettroni per ogni atomo sono liberi di muoversi all'interno del materiale
 - Gli atomi hanno 1,2,3 ... elettroni di valenza
 - Gli elettroni di valenza sono debolmente legati
 - Vengono "messi in comune"
 - Gli ioni del metallo si dispongono a formare un reticolo cristallino



- Gli elettroni, delocalizzati, sono liberi di muoversi nel reticolo
- Per descrizioni accurate è necessaria la meccanica quantistica
- Tuttavia questa semplice descrizione permette di comprendere le principali caratteristiche di un conduttore



Conduttori

- In un conduttore come il rame c'è un numero molto elevato di elettroni liberi
 - Ci sono circa 8.5×10^{22} elettroni/cm³
- Un conduttore ideale è schematizzato come una sostanza che può fornire un numero illimitato di cariche libere di muoversi
 - Il conduttore isolato è neutro: uguale numero di cariche positive e negative
- Abbiamo detto che la carica positiva rimane fissa
 - Se parte degli elettroni si spostano caricano più negativamente una regione
 - Lasciano una regione con un eccesso di carica positiva
- Naturalmente la disponibilità illimitata è una idealizzazione
 - Comunque il numero di elettroni liberi per cm³ è enorme
 - Circa 10^4 Coulomb!
 - Possiamo assumere che un conduttore si comporti sempre come un conduttore ideale
- Teniamo presente che a livello microscopico il conduttore è un sistema molto complicato e assolutamente non uniforme
 - Tuttavia quando noi parleremo di elementi di volume infinitesimi intenderemo sempre volumi grandi su scala microscopica
 - Le grandezze sono valori medi che cancellano le non uniformità presenti su scala microscopica

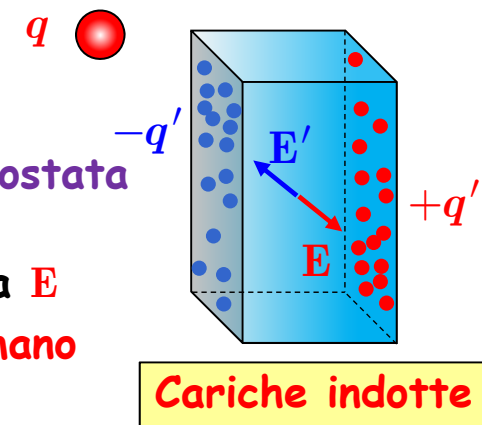
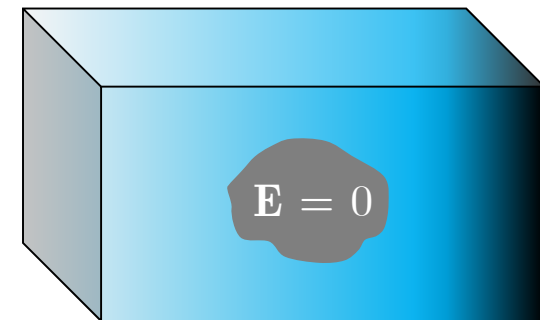
$$A_{\text{Cu}} = 63.5$$

$$\rho_{\text{Cu}} = 8.96 \text{ g/cm}^3$$

$$N_A = 6.022 \times 10^{23}$$

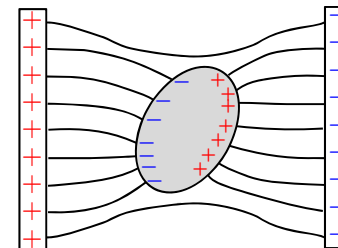
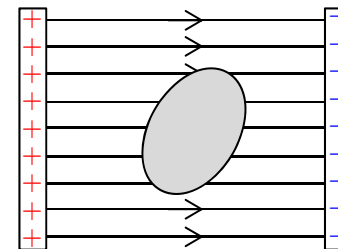
Conduttori in un campo elettrostatico

- Naturalmente in elettrostatica tutte le cariche devono essere ferme
 - In presenza di cariche esterne parte delle cariche all'interno del conduttore si spostano fino a raggiungere una condizione di equilibrio
- La richiesta di equilibrio ci permette di stabilire alcune importanti condizioni
 - Il campo elettrico all'interno di un conduttore deve essere nullo
 - Infatti all'interno di un conduttore ideale c'è un numero illimitato di cariche elettriche
 - Se il campo elettrico all'interno non fosse nullo ci sarebbero cariche in movimento
- Cerchiamo di capire meglio
 - Avviciniamo una carica $+q$ a un conduttore scarico
 - Una quantità di carica negativa $-q'$ si sposta sulle superfici più vicine alla carica esterna $+q$
 - Sulle superfici più lontane rimane una uguale quantità di carica $+q'$ rimane non neutralizzata
 - Possiamo dire che anche una carica positiva si è spostata
 - La carica esterna genera un campo E all'interno
 - Le cariche indotte generano un campo E' che cancella E
 - All'esterno i due campi sono presenti ancora e si sommano
 - Il processo è praticamente istantaneo



Conduttori in un campo elettrostatico

- Un conduttore può essere carico o scarico
 - Un conduttore è scarico quando la carica totale su di esso è nulla
 - Naturalmente nel conduttore ci sono
 - Cariche positive (ioni del reticolo)
 - Cariche negative (elettroni)
 - Si compensano esattamente
 - Un conduttore è carico quando la sua carica totale è diversa da zero
 - Può essere negativa: abbiamo aggiunto elettroni
 - Può essere positiva: abbiamo sottratto elettroni
- Sulla superficie di un conduttore le cariche si possono disporre in modo non uniforme
 - Consideriamo un campo uniforme
 - Introduciamo un conduttore scarico
 - Il campo elettrico esterno
 - Respinge le cariche positive a destra
 - Attira le cariche negative a sinistra
 - Il campo esterno non è più uniforme
 - All'interno il campo è nullo



Conduttori in un campo elettrostatico

- All'interno di un conduttore la densità totale di carica deve essere nulla
 - Infatti per la legge di Gauss

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad \text{ma } \mathbf{E} = 0, \text{ quindi ne segue che } \rho = 0$$

- Sottolineiamo che all'interno ci sono cariche
 - Tuttavia ci sono un egual numero di cariche negative (elettroni) e cariche positive (ioni) che si neutralizzano esattamente
- Un corollario è che le cariche elettriche si dispongono sulla superficie
 - Le cariche si dispongono in modo da formare distribuzioni superficiali
 - Queste distribuzioni superficiali sono tali che il campo all'interno di un conduttore sia nullo
- Le cariche si dispongono sulla superficie perché quello è l'unico luogo dove possono essere ferme nonostante la presenza di una forza
 - Esistono infatti forze che tenderebbero a farle uscire dal conduttore
 - La pressione elettrostatica, la forza di una carica esterna $+q$
 - Tuttavia questa forza è neutralizzata dalle forze e dalle leggi microscopiche (quantistiche) che rendono stabile il cristallo

Conduttori in un campo elettrostatico

- Continuiamo con le proprietà dei conduttori in un campo elettrostatico

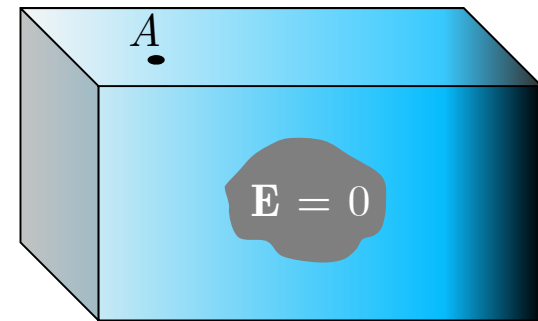
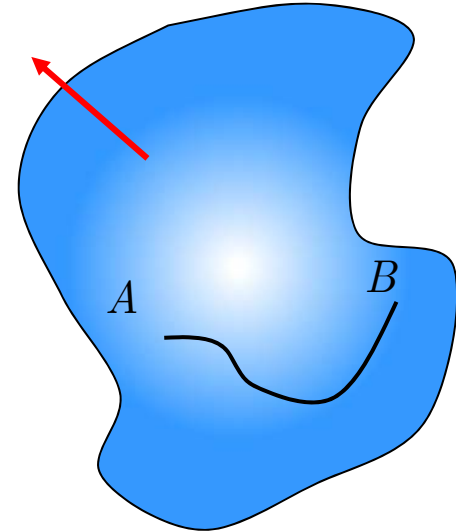
- Il campo elettrico sulla superficie di un conduttore deve essere perpendicolare alla superficie
 - Se il campo avesse una componente tangenziale le cariche si muoverebbero sulla superficie
- La superficie di un conduttore è equipotenziale
 - La differenza di potenziale fra due punti arbitrari A e B sulla superficie è

$$\Delta\phi = \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

- Ma il campo $\mathbf{E}$ è perpendicolare a $d\mathbf{l}$ in ogni punto della traiettoria e pertanto $\Delta\phi = 0$
- L'interno del conduttore è allo stesso potenziale della superficie
 - La differenza di potenziale fra un punto sulla superficie e un punto all'interno del conduttore è

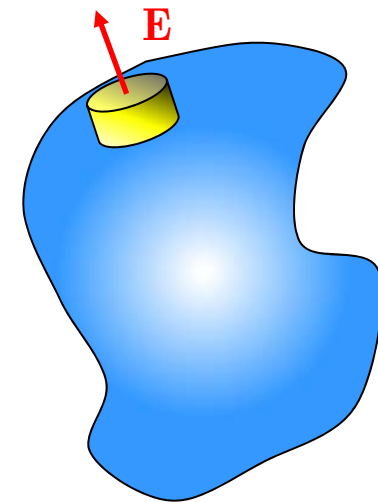
$$\Delta\phi = \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

- Ma il campo $\mathbf{E}$ è nullo e pertanto $\Delta\phi = 0$



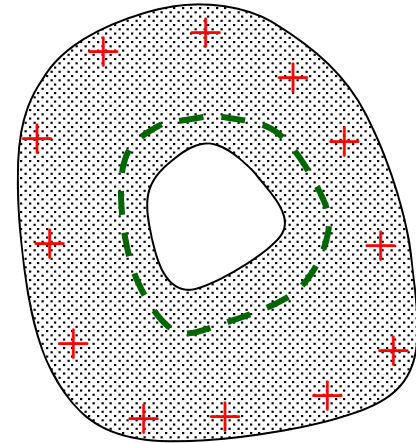
Conduttori in un campo elettrostatico

- Sottolineiamo ancora una volta che la carica si dispone sulla superficie del conduttore in risposta al campo elettrico generato da altre cariche
- La carica sulla superficie del conduttore si dispone in modo da rendere nullo il campo elettrico TOTALE all'interno del conduttore
 - Il campo elettrico è la somma del campo generato dalla distribuzione superficiale e il campo delle altre cariche
 - Questo è vero in tutto lo spazio
 - Anche all'esterno del conduttore
- Sulla superficie del conduttore si può utilizzare la legge di Gauss per trovare la relazione fra il campo elettrico e la densità superficiale di carica
 - Il campo elettrico è perpendicolare alla faccia superiore
 - Dentro il conduttore è nullo
 - Il flusso sulla superficie laterale è nullo
- Il flusso è
$$\Phi = EdA = \frac{dq}{\epsilon_0} = \frac{\sigma dA}{\epsilon_0} \qquad \mathbf{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{\mathbf{n}}$$
- Questa relazione vale sulle superfici dei conduttori
- Si potrebbe inoltre dimostrare che la densità è più elevata quando il raggio di curvatura della superficie è piccolo
 - Ad esempio, il campo su una punta è molto intenso



Conduttori in un campo elettrostatico

- Per un conduttore scarico
 - In risposta a una carica esterna compaiono cariche indotte sulla superficie esterna
 - Per un conduttore carico
 - Le cariche si distribuiscono sulla superficie esterna
 - Finora abbiamo considerato conduttori omogenei
 - Ci chiediamo cosa succede se all'interno del conduttore c'è una cavità
 - Consideriamo un conduttore carico
 - Consideriamo una superficie all'interno del conduttore che racchiuda completamente la cavità
 - Calcoliamo il flusso
 - All'interno del conduttore il campo è nullo
- $$\Phi = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{a} = \oint 0 \cdot d\mathbf{a} = 0$$
- Pertanto la carica all'interno della superficie è nulla
 - La carica nel conduttore (escluso la superficie) è zero
 - La carica nella cavità è zero
 - Anche la carica sulla superficie interna deve essere zero



Conduttori in un campo elettrostatico

- Si può anche escludere che la carica sulla superficie interna sia composta da cariche positive e negative tali che la loro somma sia nulla
 - In tal caso infatti le linee di campo che originerebbero da una carica positiva dovrebbero chiudersi su una carica negativa
 - Non possono entrare nel conduttore
 - Inoltre la superficie interna deve essere equipotenziale

- Calcoliamo la circuitazione del campo

- Lungo la linea di campo (cammino C_1)

$$\int_{C_1} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \Delta\phi \neq 0$$

- Lungo un cammino C_2 sulla superficie interna del conduttore

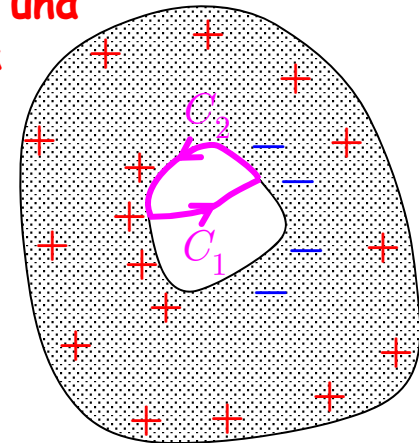
- È una superficie equipotenziale pertanto

$$\mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0 \rightarrow \int_{C_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$$

- Pertanto l'integrale lungo il cammino chiuso $C_1 + C_2$ sarebbe diverso da zero

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_{C_1} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} + \int_{C_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \neq 0$$

- In contraddizione con il fatto che il campo elettrostatico è conservativo



Schermo elettrostatico

- Applichiamo i concetti fin qui illustrati ad un problema semplice e interessante
- Consideriamo un guscio metallico sferico cavo, non necessariamente sottile

- Consideriamo per iniziare il guscio scarico
- Una carica $+q$ all'interno, in posizione arbitraria
- Cerchiamo di capire qualitativamente come è il campo elettrico

- Sappiamo che all'interno del conduttore, non nella cavità, il campo elettrico è nullo

- Utilizziamo la legge di Gauss

- Una superficie sferica S all'interno del conduttore

- Il campo elettrico è nullo all'interno del conduttore

- È quindi nullo sulla superficie sferica S scelta per il calcolo del flusso

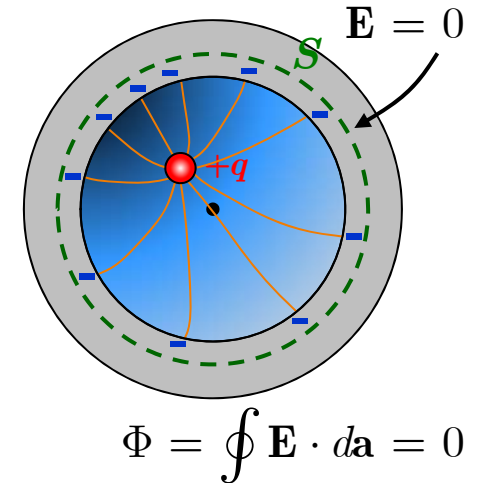
- Di conseguenza il flusso è nullo

- Sarà pertanto nulla la carica totale all'interno della superficie S

- Pertanto, oltre alla carica $+q$ sarà presente una carica $-q$ distribuita sulla superficie interna del conduttore cavo

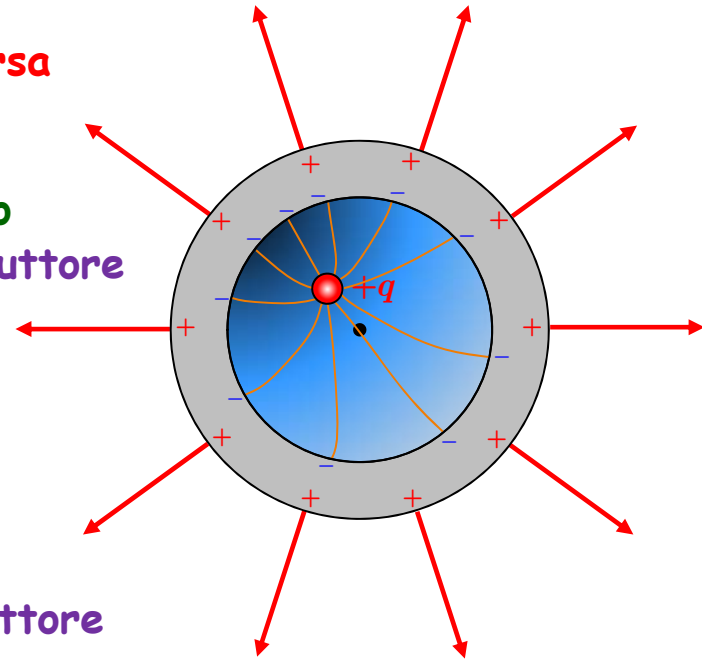
- La carica superficiale $-q$ si distribuisce in modo che il campo generato da essa e dalla carica $+q$ sia nullo all'interno del conduttore

- Nessuna linea di campo continua dentro il conduttore



Schermo elettrostatico

- Abbiamo detto che il conduttore è scarico
 - Una quantità di carica $+q$ deve essere comparsa
 - Non può essere all'interno: $\rho = 0$ ($\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$)
 - Non può essere sulla superficie interna in aggiunta a quella che abbiamo già individuato
 - Genererebbe un campo all'interno del conduttore
 - Non può che essere sulla superficie esterna
 - Rimane da capire come è distribuita
 - Deve essere distribuita uniformemente
 - Un guscio sferico e uniforme di carica
 - Sappiamo che il campo all'interno del guscio sferico di carica è nullo
 - In particolare è nullo all'interno del conduttore
 - Non modifica il campo nella cavità
 - All'esterno il campo elettrico sarà quello di una carica puntiforme $+q$ posta nel centro del conduttore sferico cavo



$$\mathbf{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon} \frac{\hat{\mathbf{r}}}{r^2} \quad r > R$$

- Nonostante la carica $+q$ non sia al centro della sfera
- Osserviamo che abbiamo derivato le distribuzioni di carica e successivamente previsto la forma dei campi senza considerare più la presenza del conduttore

Schermo elettrostatico

- Abbiamo visto in precedenza che una carica posta all'interno di un conduttore cavo genera un campo elettrico all'esterno che non risente della reale posizione della carica all'interno
- Nel caso del guscio sferico il campo esterno è quello di una carica posta nell'origine
 - La posizione è fissata dalla simmetria della forma del conduttore
- Possiamo realizzare uno schermo completo?
 - Fare in modo che all'esterno non ci sia campo elettrico
 - Una situazione complementare all'esempio precedente
- Sì, è possibile
 - Basta rimuovere la carica positiva esterna
- Si collega il conduttore ad un altro conduttore molto più grande, posto al potenziale dell'infinito (vale a dire potenziale nullo)
 - Si dice che si collega a "terra" (ground)
 - La carica esterna positiva si sposta "ancora più lontano"
 - Il conduttore è adesso carico
 - La carica negativa scherma la carica q : E_{esterno} è nullo

