

---

# Elettromagnetismo

Prof. Francesco Ragusa  
Università degli Studi di Milano

Lezione n. 7 - 14.11.2022

Energia del campo elettrostatico  
Conduttori. Conduttore ideale  
Conduttori in un campo elettrostatico

Anno Accademico 2022/2023

---

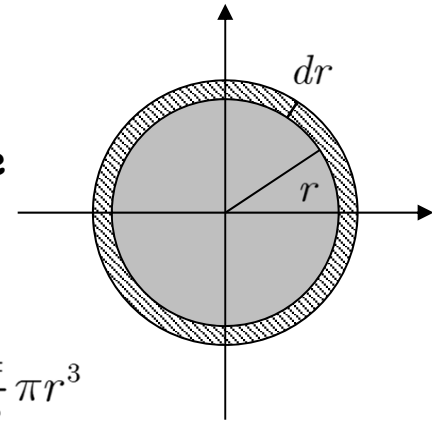
# Energia di una sfera di carica

---

- Approfondiamo i concetti espressi con un esempio
  - L'energia di una sfera di carica (di raggio  $R$  e carica totale  $Q$ )
    - Calcoleremo il lavoro fatto per costruirla (la sua energia potenziale)
    - Calcoleremo l'energia del campo elettrostatico
    - Vedremo che sono uguali

- Per calcolare l'energia di una sfera procediamo come segue
  - Supponiamo di avere già costruito una sfera di raggio  $r$ 
    - Il suo potenziale è

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q(r)}{r} \quad \rho_0 = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \quad q(r) = \rho_0 \frac{4}{3}\pi r^3$$



- Se aggiungiamo un guscio di carica  $dq$  (dall'infinito) l'energia potenziale del sistema aumenta di  $dU$

$$dU = V(r) dq \quad dq = \rho_0 4\pi r^2 dr \quad dU = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q(r)}{r} \rho_0 4\pi r^2 dr$$

$$dU = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho_0}{r} \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_0 4\pi r^2 dr \quad \text{semplificando} \quad dU = \frac{1}{\epsilon_0} \rho_0^2 \frac{4}{3}\pi r^4 dr$$

# Energia di una sfera di carica

---

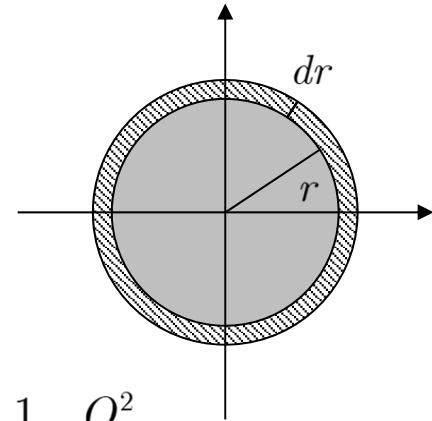
$$dU = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho_0^2 \frac{4}{3} \pi r^4 dr$$

- L'energia totale si trova integrando

$$U = \int_0^R dU = \int_0^R \frac{1}{\varepsilon_0} \rho_0^2 \frac{4}{3} \pi r^4 dr = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho_0^2 \frac{4}{3 \cdot 5} \pi R^5$$

$$U = \frac{4\pi}{4\pi} \frac{3}{3} \frac{R}{R} \frac{1}{\varepsilon_0} \rho_0^2 \frac{1}{3 \cdot 5} 4\pi R^5 = \frac{3}{5} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left( \frac{4}{3} \pi R^3 \right)^2 \frac{\rho_0^2}{R} = \frac{3}{5} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q^2}{R}$$

$$U = \frac{3}{5} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q^2}{R}$$



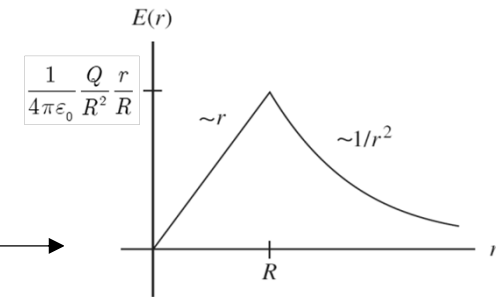
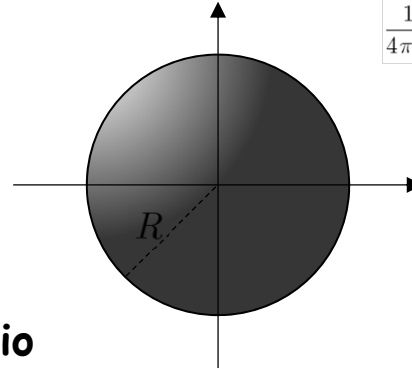
- L'espressione trovata rappresenta il lavoro fatto per "costruire" la sfera di carica  $Q$  trasportando la carica dall'infinito
- Ovviamente è anche l'energia potenziale del sistema
- Poiché la carica genera anche un campo elettrico questa può anche essere considerata come l'energia immagazzinata nel campo elettrico
- Calcoliamo adesso l'energia del campo elettrico

# Energia del campo elettrico

- Abbiamo calcolato il campo elettrico di una sfera di carica uniforme nella diapositiva **111**

- Calcoliamo l'energia immagazzinata nel campo

$$U = \int \rho_E(\mathbf{r}) dV \quad \rho_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$



$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^2} \frac{\mathbf{r}}{R} \quad r < R$$

$$\mathbf{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{r}}{r^3} \quad r \geq R$$

- L'integrale è esteso a tutto lo spazio
- Calcoliamo l'integrale in due pezzi
- Iniziamo con l'integrale esteso allo spazio esterno alla sfera

$$r > R \quad \rho_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{Q^2}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{1}{r^4} \quad dV = r^2 \sin\theta d\phi d\theta dr = r^2 d\Omega dr$$

$$U_1 = \int_{r>R} \rho_E dV = \int_R^\infty \int_\Omega \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{Q^2}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{1}{r^4} r^2 d\Omega dr = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{Q^2}{(4\pi\epsilon_0)^2} 4\pi \int_R^\infty \frac{1}{r^2} dr$$

$$U_1 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{R}$$

# Energia del campo elettrico

- Calcoliamo adesso l'integrale esteso al volume interno alla sfera

$$r < R \quad \rho_E = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \frac{Q^2}{(4\pi\varepsilon_0)^2} \frac{r^2}{R^6}$$

$$dV = r^2 \sin\theta d\phi d\theta dr = r^2 d\Omega dr$$

$$U_2 = \int_{r < R} \rho_E dV = \int_0^R \frac{1}{2} \varepsilon_0 \frac{Q^2}{(4\pi\varepsilon_0)^2} \frac{r^2}{R^6} r^2 d\Omega dr$$

$$= \frac{1}{2} \varepsilon_0 \frac{Q^2}{(4\pi\varepsilon_0)^2} \frac{4\pi}{R^6} \int_0^R r^4 dr = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \frac{Q^2}{(4\pi\varepsilon_0)^2} \frac{4\pi}{R^6} \frac{R^5}{5}$$

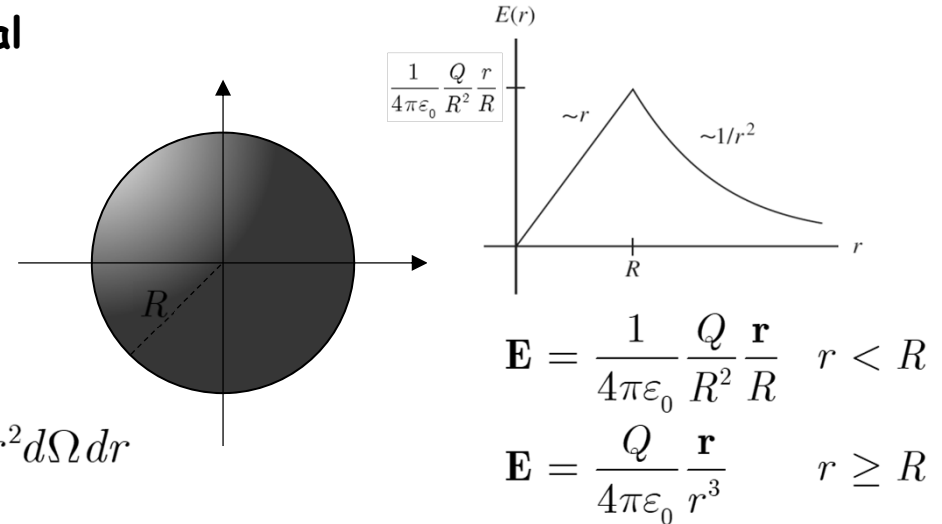
- L'energia totale è

$$U_E = U_1 + U_2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{R} + \frac{1}{2 \cdot 5} \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{R}$$

$$= \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{R} \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{5} \right)$$

$$U_E = \frac{3}{5} \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{R}$$

Uguale al valore trovato per l'energia potenziale della sfera



$$U_2 = \frac{1}{2 \cdot 5} \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{R}$$

$$U_1 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{R}$$

# Energia del campo elettrico

- Deriviamo la formula dell'energia del campo elettrico nel caso generale
  - Abbiamo visto nella diapositiva **67** l'energia di un sistema di cariche

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j=1}^N \frac{q_i q_j}{4\pi\epsilon_0 r_{ij}} \quad \text{Passando a una distribuzione di carica } \rho \quad U = \frac{1}{2} \int_V \int_V \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho(\mathbf{r}_1)\rho(\mathbf{r}_2)}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} d^3\mathbf{r}_1 d^3\mathbf{r}_2$$

- Ricordiamo l'espressione del potenziale generato da una densità di carica  $\rho$

$$\phi(\mathbf{r}_2) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(\mathbf{r}_1)}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} d^3\mathbf{r}_1 \quad U = \frac{1}{2} \int_V \phi(\mathbf{r}_2) \rho(\mathbf{r}_2) d^3\mathbf{r}_2 \quad \boxed{U = \frac{1}{2} \int_V \phi(\mathbf{r}) \rho(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}}$$

- Utilizziamo la legge di Gauss in forma differenziale

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \rho(\mathbf{r}) = \epsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E} \quad U = \frac{\epsilon_0}{2} \int_V \phi(\mathbf{r}) \nabla \cdot \mathbf{E} d^3\mathbf{r}$$

- Si può dimostrare che per un campo scalare  $f$  e un campo vettoriale  $\mathbf{A}$

$$\nabla \cdot (f\mathbf{A}) = f \nabla \cdot \mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \nabla f \quad \text{pertanto} \quad \phi \nabla \cdot \mathbf{E} = \nabla \cdot (\phi \mathbf{E}) - \mathbf{E} \cdot \nabla \phi$$

- Inseriamo nell'integrale

$$U = \frac{\epsilon_0}{2} \int_V \phi \nabla \cdot \mathbf{E} dV = \frac{\epsilon_0}{2} \int_V \nabla \cdot (\phi \mathbf{E}) d^3\mathbf{r} - \frac{\epsilon_0}{2} \int_V \mathbf{E} \cdot \nabla \phi d^3\mathbf{r}$$

- Per campi che si annullano velocemente all'infinito il primo integrale è nullo



# Energia del campo elettrico

---

$$U = \frac{\varepsilon_0}{2} \int_V \phi \nabla \cdot \mathbf{E} dV = \frac{\varepsilon_0}{2} \int_V \nabla \cdot (\phi \mathbf{E}) d^3\mathbf{r} - \frac{\varepsilon_0}{2} \int_V \mathbf{E} \cdot \nabla \phi d^3\mathbf{r}$$

- Infatti, utilizzando il teorema della divergenza

$$\int_V \nabla \cdot (\phi \mathbf{E}) d^3\mathbf{r} = \oint_S \phi \mathbf{E} \cdot d\mathbf{a} \quad \begin{array}{l} \text{All'infinito l'elemento di} \\ \text{superficie tende a} \end{array} \quad da \rightarrow r^2 d\Omega$$

- Se il prodotto  $\phi E$  tende a zero più velocemente di  $r^2$  l'integrale è nullo

$$\phi E \sim r^{-(2+\varepsilon)} \quad \varepsilon > 0 \quad \oint_S \phi \mathbf{E} \cdot d\mathbf{a} \sim \frac{1}{r^\varepsilon} \xrightarrow{r \rightarrow \infty} 0$$

- L'espressione per l'energia diventa

$$U = -\frac{\varepsilon_0}{2} \int_V \mathbf{E} \cdot \nabla \phi d^3\mathbf{r} \quad \mathbf{E} = -\nabla \phi \quad U = \frac{\varepsilon_0}{2} \int_V \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} d^3\mathbf{r}$$

- Abbiamo così dimostrato che le formule viste in precedenza valgono per tutti i campi elettrostatici

$$U = \frac{\varepsilon_0}{2} \int_V \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} d^3\mathbf{r} \quad U = \int_V \rho_E d^3\mathbf{r} \quad \rho_E = \frac{\varepsilon_0}{2} E^2$$

- Osserviamo che  $U$  è anche l'energia associata con la data distribuzione di cariche  $\rho$

# Elettrostatica nel vuoto

---

- Riepiloghiamo quanto fatto finora
  - Legge di Coulomb
    - Carica  $Q$  nell'origine,  $q$  nel punto  $r$
  - La legge ci dice
    - Esiste la carica elettrica
    - La legge della forza
    - La forza è centrale
    - La forza varia come  $1/r^2$
  - Abbiamo riformulato la legge introducendo il campo elettrico
    - Dall'esperimento (legge di Coulomb) ricaviamo le leggi del campo  $E$

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

- La legge della forza  $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$

- Il campo è conservativo  $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi$$

La vedremo  
presto

- Legge di Gauss

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{a} = \int_V \rho d^3r$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\nabla^2\phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

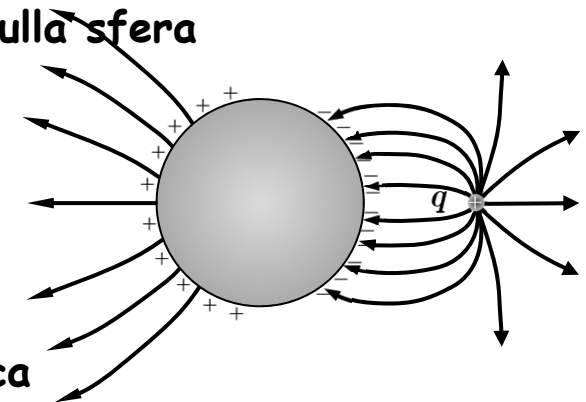
# Il problema elettrostatico

---

- Fino ad ora abbiamo considerato sistemi in cui la distribuzione di carica è nota
  - Cariche (o distribuzioni di carica) definite e in posizioni note
  - In condizioni simili il potenziale si trova semplicemente calcolando

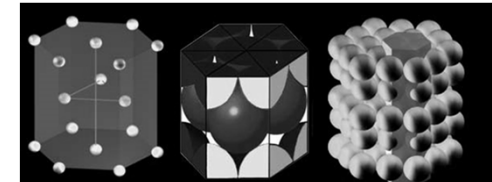
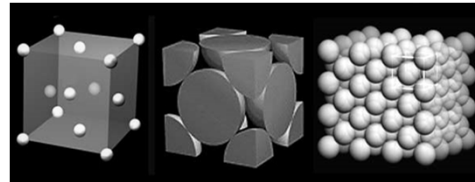
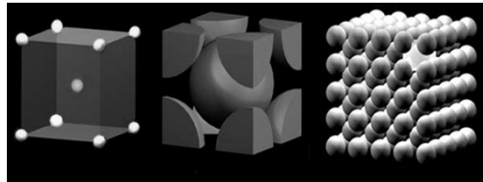
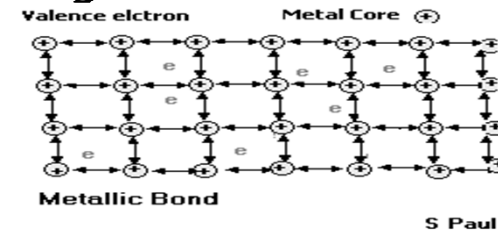
$$\phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^3\mathbf{r}'$$

- Tuttavia, normalmente non si conosce a priori la distribuzione delle cariche
  - La carica si trova nella materia
    - Può essere in un materiale isolante: studieremo il problema in seguito
    - Può essere in un conduttore
    - Le cariche in un conduttore possono muoversi
- Ad esempio: una carica  $q$  e una sfera conduttrice scarica
  - La carica  $q$  provoca una redistribuzione delle cariche sulla sfera
    - Attira le cariche negative
    - Respinge le cariche positive
    - La carica totale sulla sfera è sempre nulla
  - La nuova distribuzione di cariche genera un campo
    - Diverso dal campo di una semplice carica puntiforme
  - Il problema è trovare il campo e la distribuzione di carica

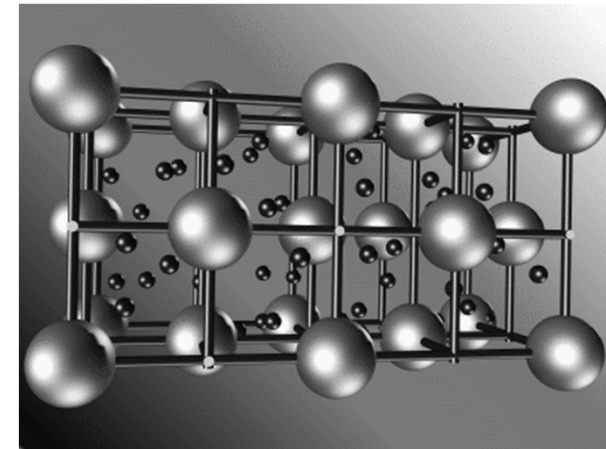


# Conduttori

- Veniamo alla descrizione dei conduttori
  - In un materiale isolante ogni elettrone è legato ad un particolare atomo
  - Viceversa, in un conduttore, uno o più elettroni per ogni atomo sono liberi di muoversi all'interno del materiale
    - Gli atomi hanno 1,2,3 ... elettroni di valenza
    - Gli elettroni di valenza sono debolmente legati
      - Vengono "messi in comune"
  - Gli ioni del metallo si dispongono a formare un reticolo cristallino



- Gli elettroni, delocalizzati, sono liberi di muoversi nel reticolo
- Per descrizioni accurate è necessaria la meccanica quantistica
- Tuttavia questa semplice descrizione permette di comprendere le principali caratteristiche di un conduttore



# Conduttori

---

- In un conduttore come il rame c'è un numero molto elevato di elettroni liberi
  - Ci sono circa  $8.5 \times 10^{22}$  elettroni/cm<sup>3</sup>
- Un conduttore ideale è schematizzato come una sostanza che può fornire un numero illimitato di cariche libere di muoversi
  - Il conduttore isolato è neutro: uguale numero di cariche positive e negative
- Abbiamo detto che la carica positiva rimane fissa
  - Se parte degli elettroni si spostano caricano più negativamente una regione
    - Lasciano una regione con un eccesso di carica positiva
- Naturalmente la disponibilità illimitata è una idealizzazione
  - Comunque il numero di elettroni liberi per cm<sup>3</sup> è enorme
    - Circa  $10^4$  Coulomb!
    - Possiamo assumere che un conduttore si comporti sempre come un conduttore ideale
- Teniamo presente che a livello microscopico il conduttore è un sistema molto complicato e assolutamente non uniforme
  - Tuttavia quando noi parleremo di elementi di volume infinitesimi intenderemo sempre volumi grandi su scala microscopica
    - Le grandezze sono valori medi che cancellano le non uniformità presenti su scala microscopica

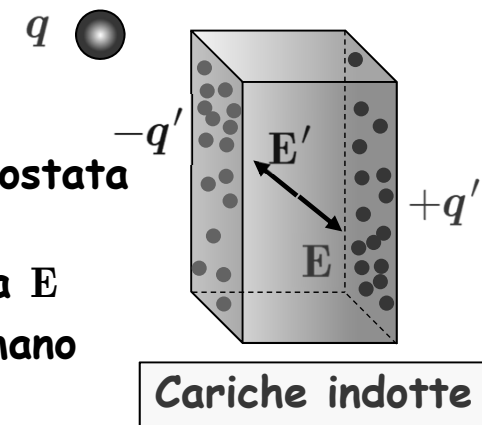
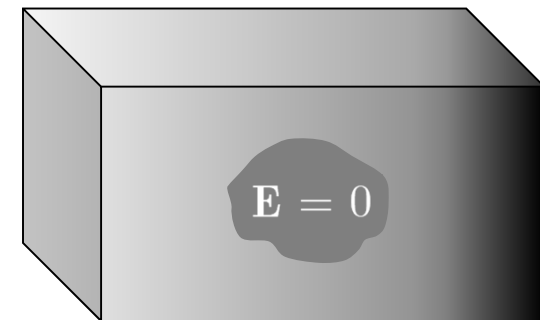
$$A_{\text{Cu}} = 63.5$$

$$\rho_{\text{Cu}} = 8.96 \text{ g/cm}^3$$

$$N_A = 6.022 \times 10^{23}$$

# Conduttori in un campo elettrostatico

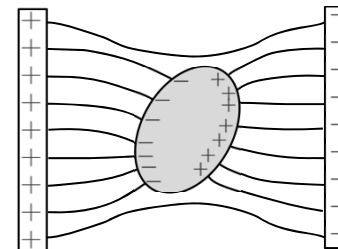
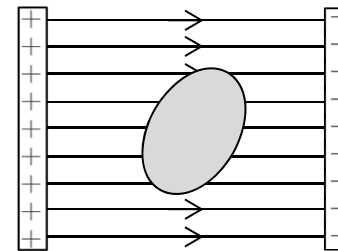
- Naturalmente in elettrostatica tutte le cariche devono essere ferme
  - In presenza di cariche esterne parte delle cariche all'interno del conduttore si spostano fino a raggiungere una condizione di equilibrio
- La richiesta di equilibrio ci permette di stabilire alcune importanti condizioni
  - Il campo elettrico all'interno di un conduttore deve essere nullo
    - Infatti all'interno di un conduttore ideale c'è un numero illimitato di cariche elettriche
    - Se il campo elettrico all'interno non fosse nullo ci sarebbero cariche in movimento
- Cerchiamo di capire meglio
  - Avviciniamo una carica  $+q$  a un conduttore scarico
    - Una quantità di carica negativa  $-q'$  si sposta sulle superfici più vicine alla carica esterna  $+q$
    - Sulle superfici più lontane rimane una uguale quantità di carica  $+q'$  rimane non neutralizzata
      - Possiamo dire che anche una carica positiva si è spostata
    - La carica esterna genera un campo  $E$  all'interno
    - Le cariche indotte generano un campo  $E'$  che cancella  $E$
    - All'esterno i due campi sono presenti ancora e si sommano
      - Il processo è praticamente istantaneo



# Conduttori in un campo elettrostatico

---

- Un conduttore può essere carico o scarico
  - Un conduttore è scarico quando la carica totale su di esso è nulla
    - Naturalmente nel conduttore ci sono
      - Cariche positive (ioni del reticolo)
      - Cariche negative (elettroni)
    - Si compensano esattamente
  - Un conduttore è carico quando la sua carica totale è diversa da zero
    - Può essere negativa: abbiamo aggiunto elettroni
    - Può essere positiva: abbiamo sottratto elettroni
- Sulla superficie di un conduttore le cariche si possono disporre in modo non uniforme
  - Consideriamo un campo uniforme
  - Introduciamo un conduttore scarico
  - Il campo elettrico esterno
    - Respinge le cariche positive a destra
    - Attrae le cariche negative a sinistra
  - Il campo esterno non è più uniforme
  - All'interno il campo è nullo



# Conduttori in un campo elettrostatico

---

- All'interno di un conduttore la densità totale di carica deve essere nulla
  - Infatti per la legge di Gauss

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad \text{ma } \mathbf{E} = 0, \text{ quindi ne segue che } \rho = 0$$

- Sottolineiamo che all'interno ci sono cariche
  - Tuttavia ci sono un egual numero di cariche negative (elettroni) e cariche positive (ioni) che si neutralizzano esattamente
- Un corollario è che le cariche elettriche si dispongono sulla superficie
  - Le cariche si dispongono in modo da formare distribuzioni superficiali
  - Queste distribuzioni superficiali sono tali che il campo all'interno di un conduttore sia nullo
- Le cariche si dispongono sulla superficie perché quello è l'unico luogo dove possono essere ferme nonostante la presenza di una forza
  - Esistono infatti forze che tenderebbero a farle uscire dal conduttore
    - La pressione elettrostatica, la forza di una carica esterna  $+q$
  - Tuttavia questa forza è neutralizzata dalle forze e dalle leggi microscopiche (quantistiche) che rendono stabile il cristallo

# Conduttori in un campo elettrostatico

---

- Continuiamo con le proprietà dei conduttori in un campo elettrostatico

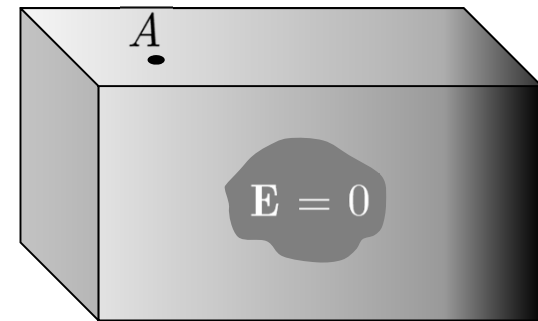
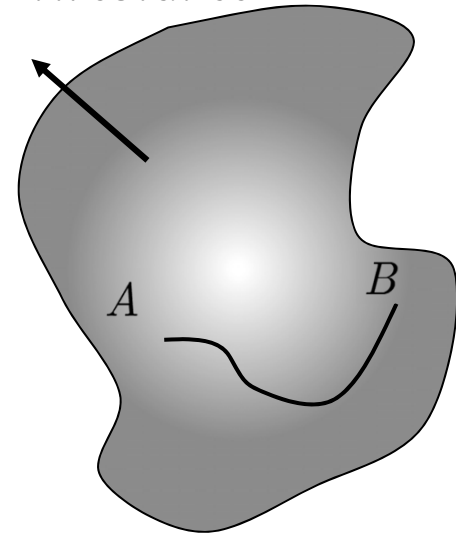
- Il campo elettrico sulla superficie di un conduttore deve essere perpendicolare alla superficie
  - Se il campo avesse una componente tangenziale le cariche si muoverebbero sulla superficie
- La superficie di un conduttore è equipotenziale
  - La differenza di potenziale fra due punti arbitrari  $A$  e  $B$  sulla superficie è

$$\Delta\phi = \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

- Ma il campo  $\mathbf{E}$  è perpendicolare a  $d\mathbf{l}$  in ogni punto della traiettoria e pertanto  $\Delta\phi = 0$
- L'interno del conduttore è allo stesso potenziale della superficie
  - La differenza di potenziale fra un punto sulla superficie e un punto all'interno del conduttore è

$$\Delta\phi = \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

- Ma il campo  $\mathbf{E}$  è nullo e pertanto  $\Delta\phi = 0$



# Conduttori in un campo elettrostatico

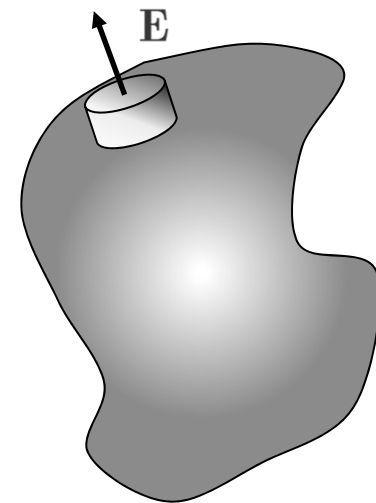
---

- Sottolineiamo ancora una volta che la carica si dispone sulla superficie del conduttore in risposta al campo elettrico generato da altre cariche
- La carica sulla superficie del conduttore si dispone in modo da rendere nullo il campo elettrico TOTALE all'interno del conduttore
  - Il campo elettrico è la somma del campo generato dalla distribuzione superficiale e il campo delle altre cariche
  - Questo è vero in tutto lo spazio
  - Anche all'esterno del conduttore
- Sulla superficie del conduttore si può utilizzare la legge di Gauss per trovare la relazione fra il campo elettrico e la densità superficiale di carica
  - Il campo elettrico è perpendicolare alla faccia superiore
  - Dentro il conduttore è nullo
  - Il flusso sulla superficie laterale è nullo
- Il flusso è

$$\Phi = EdA = \frac{dq}{\epsilon_0} = \frac{\sigma dA}{\epsilon_0}$$

$$\mathbf{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{\mathbf{n}}$$

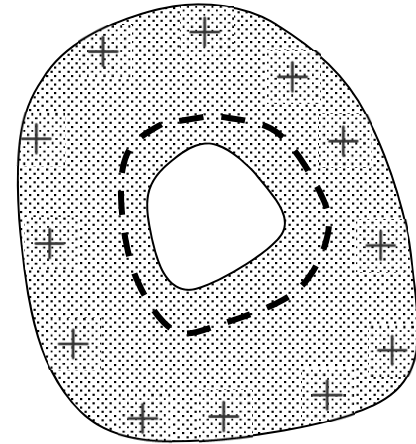
- Questa relazione vale sulle superfici dei conduttori
- Si potrebbe inoltre dimostrare che la densità è più elevata quando il raggio di curvatura della superficie è piccolo
  - Ad esempio, il campo su una punta è molto intenso



# Conduttori in un campo elettrostatico

---

- Per un conduttore scarico
    - In risposta a una carica esterna compaiono cariche indotte sulla superficie esterna
  - Per un conduttore carico
    - Le cariche si distribuiscono sulla superficie esterna
  - Finora abbiamo considerato conduttori omogenei
  - Ci chiediamo cosa succede se all'interno del conduttore c'è una cavità
    - Consideriamo un conduttore carico
    - Consideriamo una superficie all'interno del conduttore che racchiuda completamente la cavità
    - Calcoliamo il flusso
      - All'interno del conduttore il campo è nullo
- $$\Phi = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{a} = \oint \mathbf{0} \cdot d\mathbf{a} = 0$$
- Pertanto la carica all'interno della superficie è nulla
    - La carica nel conduttore (escluso la superficie) è zero
    - La carica nella cavità è zero
    - Anche la carica sulla superficie interna deve essere zero



# Conduttori in un campo elettrostatico

---

- Si può anche escludere che la carica sulla superficie interna sia composta da cariche positive e negative tali che la loro somma sia nulla
  - In tal caso infatti le linee di campo che originerebbero da una carica positiva dovrebbero chiudersi su una carica negativa
    - Non possono entrare nel conduttore
  - Inoltre la superficie interna deve essere equipotenziale
- Calcoliamo la circuitazione del campo
  - Lungo la linea di campo (cammino  $C_1$ )

$$\int_{C_1} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \Delta\phi \neq 0$$

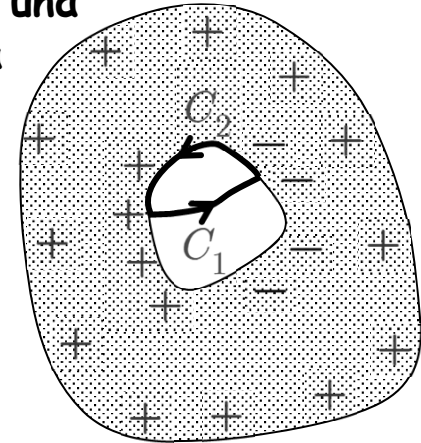
- Lungo un cammino  $C_2$  sulla superficie interna del conduttore
  - È una superficie equipotenziale pertanto

$$\mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0 \rightarrow \int_{C_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$$

- Pertanto l'integrale lungo il cammino chiuso  $C_1 + C_2$  sarebbe diverso da zero

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_{C_1} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} + \int_{C_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \neq 0$$

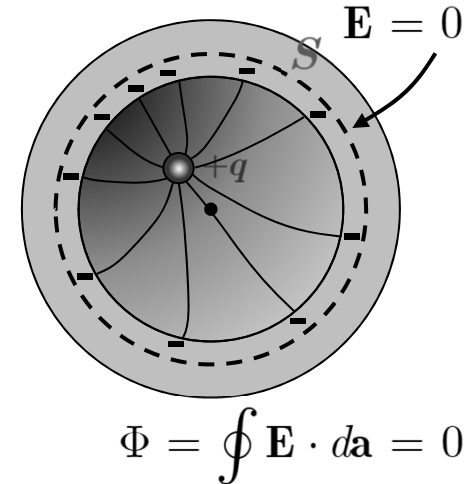
- In contraddizione con il fatto che il campo elettrostatico è conservativo



# Schermo elettrostatico

---

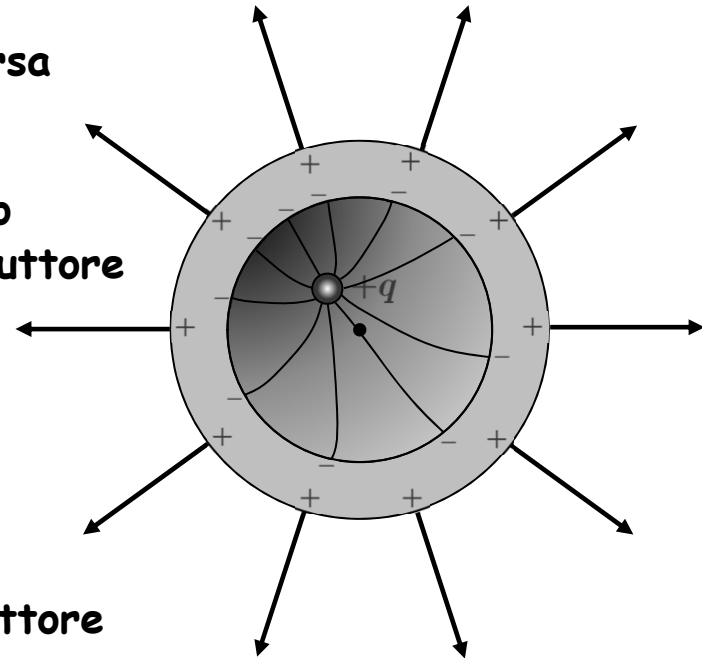
- Applichiamo i concetti fin qui illustrati ad un problema semplice e interessante
- Consideriamo un guscio metallico sferico cavo, non necessariamente sottile
  - Consideriamo per iniziare il guscio scarico
  - Una carica  $+q$  all'interno, in posizione arbitraria
  - Cerchiamo di capire qualitativamente come è il campo elettrico
- Sappiamo che all'interno del conduttore, non nella cavità, il campo elettrico è nullo
  - Utilizziamo la legge di Gauss
    - Una superficie sferica  $S$  all'interno del conduttore
  - Il campo elettrico è nullo all'interno del conduttore
    - È quindi nullo sulla superficie sferica  $S$  scelta per il calcolo del flusso
  - Di conseguenza il flusso è nullo
  - Sarà pertanto nulla la carica totale all'interno della superficie  $S$ 
    - Pertanto, oltre alla carica  $+q$  sarà presente una carica  $-q$  distribuita sulla superficie interna del conduttore cavo
    - La carica superficiale  $-q$  si distribuisce in modo che il campo generato da essa e dalla carica  $+q$  sia nullo all'interno del conduttore
    - Nessuna linea di campo continua dentro il conduttore



# Schermo elettrostatico

---

- Abbiamo detto che il conduttore è scarico
  - Una quantità di carica  $+q$  deve essere comparsa
    - Non può essere all'interno:  $\rho = 0$  ( $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ )
    - Non può essere sulla superficie interna in aggiunta a quella che abbiamo già individuato
      - Genererebbe un campo all'interno del conduttore
    - Non può che essere sulla superficie esterna
- Rimane da capire come è distribuita
- Deve essere distribuita uniformemente
  - Un guscio sferico e uniforme di carica
  - Sappiamo che il campo all'interno del guscio sferico di carica è nullo
    - In particolare è nullo all'interno del conduttore
    - Non modifica il campo nella cavità
- All'esterno il campo elettrico sarà quello di una carica puntiforme  $+q$  posta nel centro del conduttore sferico cavo



$$\mathbf{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon} \frac{\hat{\mathbf{r}}}{r^2} \quad r > R$$

- Nonostante la carica  $+q$  non sia al centro della sfera
- Osserviamo che abbiamo derivato le distribuzioni di carica e successivamente previsto la forma dei campi senza considerare più la presenza del conduttore

# Schermo elettrostatico

- Abbiamo visto in precedenza che una carica posta all'interno di un conduttore cavo genera un campo elettrico all'esterno che non risente della reale posizione della carica all'interno
- Nel caso del guscio sferico il campo esterno è quello di una carica posta nell'origine
  - La posizione è fissata dalla simmetria della forma del conduttore
- Possiamo realizzare uno schermo completo?
  - Fare in modo che all'esterno non ci sia campo elettrico
  - Una situazione complementare all'esempio precedente
- Sì, è possibile
  - Basta rimuovere la carica positiva esterna
- Si collega il conduttore ad un altro conduttore molto più grande, posto al potenziale dell'infinito (vale a dire potenziale nullo)
  - Si dice che si collega a "terra" (ground)
  - La carica esterna positiva si sposta "ancora più lontano"
  - Il conduttore è adesso carico
    - La carica negativa schermo la carica  $q$ :  $E_{\text{esterno}}$  è nullo

