
Elettromagnetismo

Prof. Francesco Ragusa
Università degli Studi di Milano

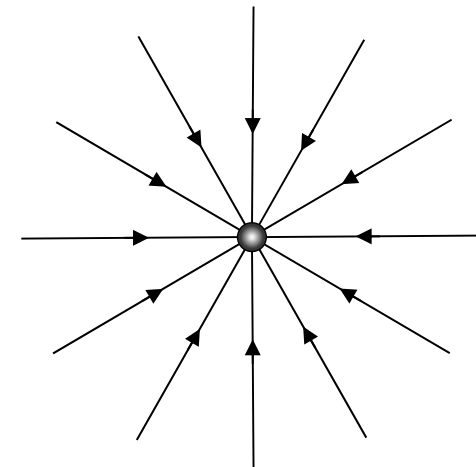
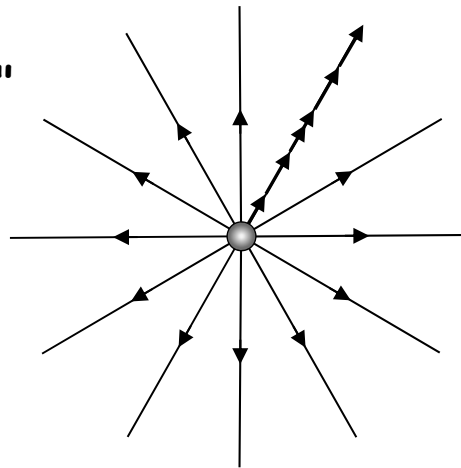
Lezione n. 3 - 06.10.2022

Visualizzazione del campo elettrico
Distribuzioni di carica. Esempi.
Potenziale elettrostatico
Superfici equipotenziali

Anno Accademico 2022/2023

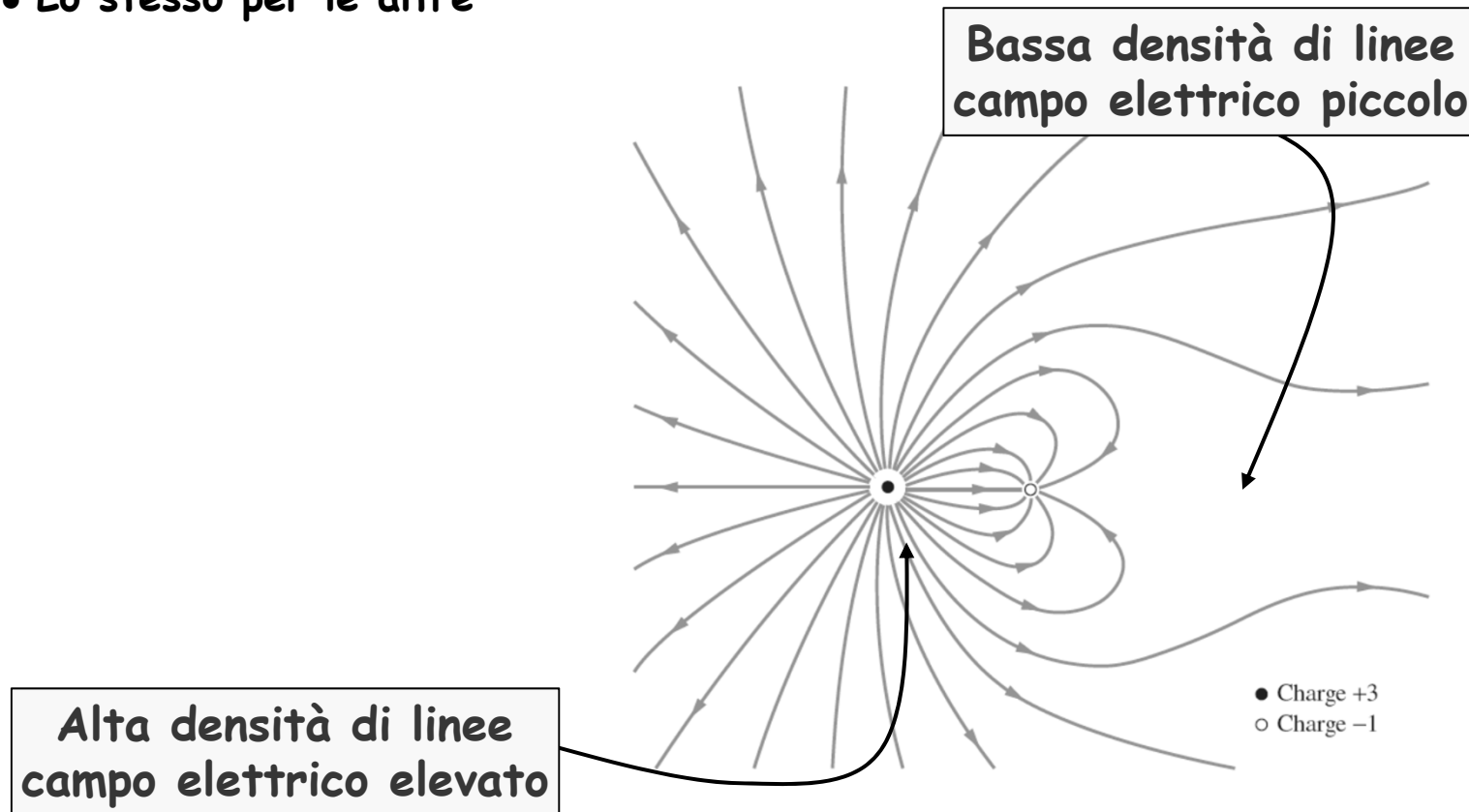
Visualizzazione del Campo Elettrico

- Con il calcolo del Campo Elettrico si assegna ad ogni punto r dello spazio un vettore $E(r)$
 - È sottinteso che $E(r)$ è un vettore applicato nel punto r
- La visualizzazione di un campo elettrico con metodi grafici è difficile
 - Di solito a due dimensioni. Un'approssimazione inadeguata
- Il metodo più utilizzato è quello delle linee di campo
 - Si tratta di linee curve che sono tangenti al campo elettrico in ogni punto
- Consideriamo per cominciare il campo elettrico di una carica puntiforme $q > 0$
- Tracciamo una linea allontanandoci dalla carica positiva richiedendo che sia sempre tangente a $E(r)$
 - Lo stesso per le altre
- Notiamo che le linee "escono" dalla carica positiva
 - È una sorgente
- Per una carica negativa la situazione è analoga
 - Le linee "entrano" nella carica negativa
 - È un pozzo



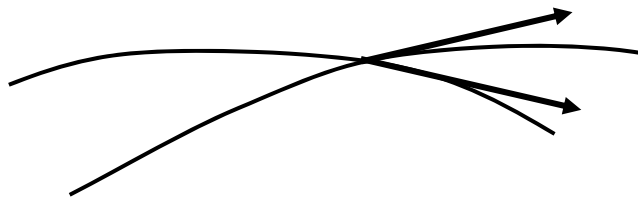
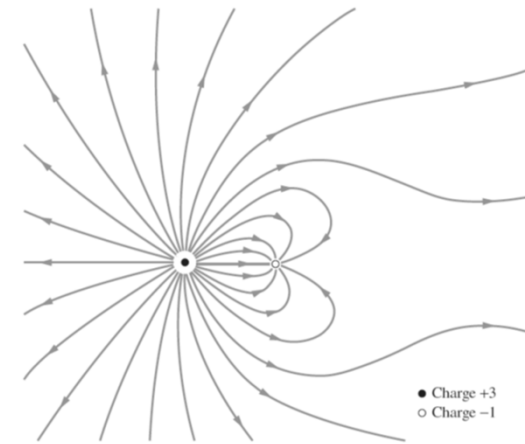
Visualizzazione del Campo Elettrico

- Consideriamo adesso il campo generato da una carica $q_+ = +3$ e una carica $q_- = -1$ (unità arbitrarie)
- Tracciamo una linea allontanandoci dalla carica positiva richiedendo che sia sempre tangente a $E(\mathbf{r})$
- Lo stesso per le altre



Visualizzazione del Campo Elettrico

- Si potrebbe dare una definizione analitica delle linee di campo
 - Un breve accenno e un esempio si trovano nel testo di Mazzoldi, Nigro, Voci
- Non ci addentreremo nella descrizione analitica delle linee di campo
 - Potreste utilizzare il vostro computer e le tecniche di programmazione dei laboratori di informatica per rappresentare graficamente alcuni campi elettrici
- È bene tenere presente alcune proprietà delle linee di campo
 - In ogni punto la tangente alla linea dà la direzione del campo elettrico
 - La densità locale delle linee di campo è maggiore dove il campo elettrico è più intenso
 - In pratica si disegnano un numero di linee proporzionale al valore delle cariche positive
 - Termineranno sulle cariche negative o all'infinito
 - Le linee di campo non si incrociano mai
 - Se si incrociassero, nel punto di incrocio il campo elettrico avrebbe due direzioni simultaneamente

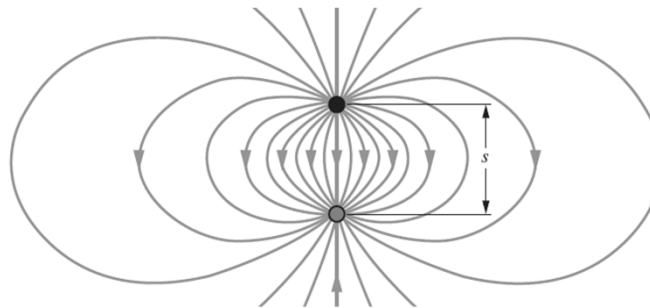
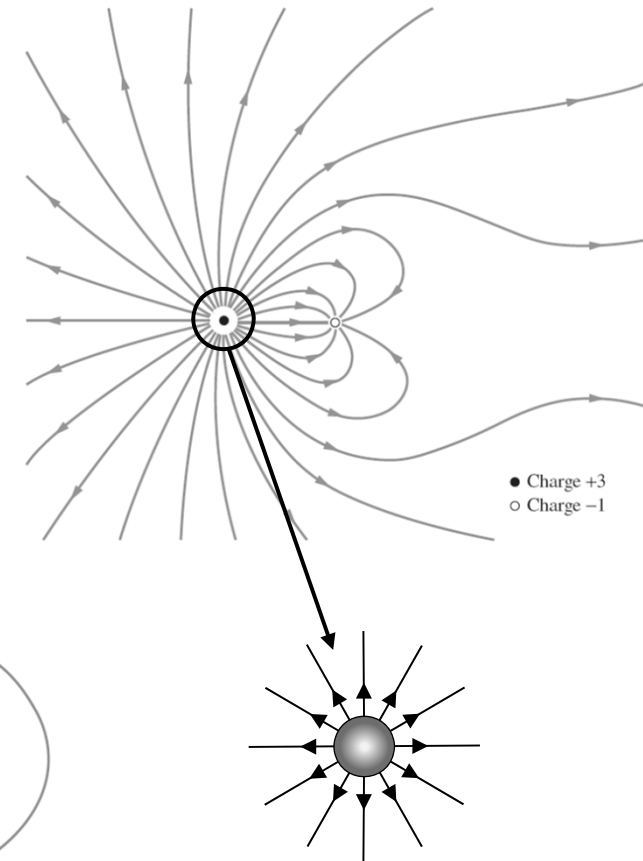


?

impossibile

Visualizzazione del Campo Elettrico

- Le linee di campo originano dalle cariche positive e terminano su quelle negative
- Oppure possono partire o terminare all'infinito
- Il numero di linee che originano da una carica (o terminano su una carica) è proporzionale alla grandezza della carica
- Caso particolare: in un sistema con due cariche uguali tutte le linee che originano dalla carica positiva terminano sulla carica negativa
- Eventualmente passando per l'infinito



- Anche per sistemi con più di una carica, a distanze molto piccole dalle cariche puntiformi le linee di campo sono radiali

Distribuzioni di carica

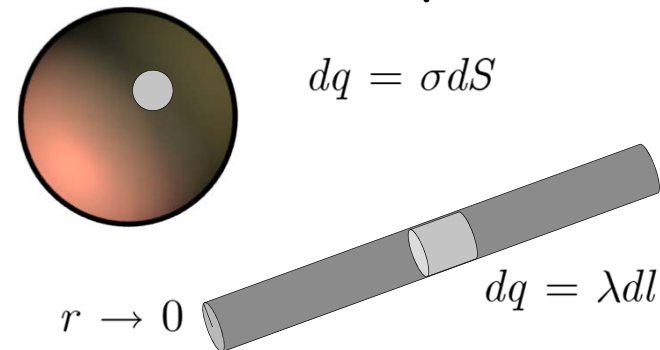
- Fino ad ora abbiamo considerato solo cariche puntiformi
 - Particelle cariche di dimensioni trascurabili
 - Matematicamente punti senza dimensione
- Risulta tuttavia conveniente generalizzare il concetto di carica e ammettere che la carica possa essere una sorta di sostanza continua caratterizzata da una densità volumetrica di carica ρ (Coulomb/m³)
 - Un volume $dV = dxdydz$ contiene una carica dq

$$dq = \rho dV$$

- Abbiamo già visto che la materia contiene dell'ordine di 10^{23} elettroni per cm³
 - Un numero estremamente elevato che giustifica la trattazione continua
 - Almeno finché dV è piccolo ma sempre di dimensioni macroscopiche, non atomiche
- Naturalmente la densità di carica è, in generale, una funzione della posizione
- Accanto alla densità volumetrica si usano anche

- La densità superficiale σ : $dq = \sigma dS$

- La densità lineare λ : $dq = \lambda dl$



Distribuzioni di carica

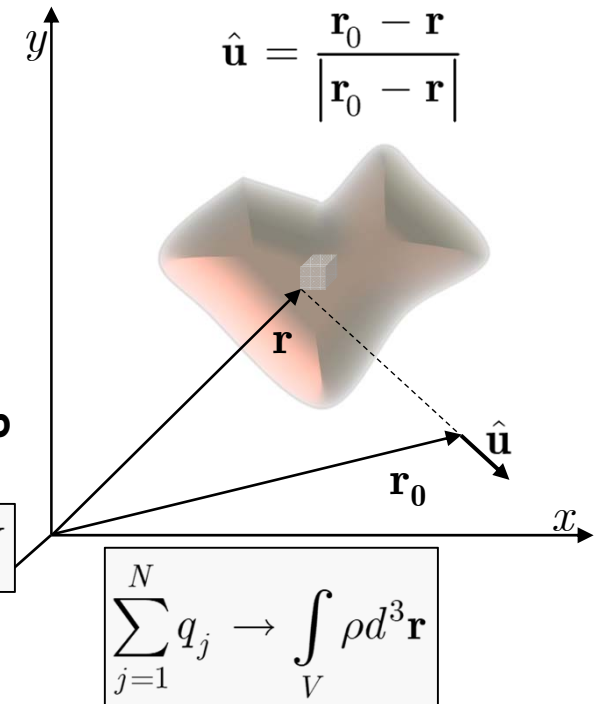
- Richiamiamo la formula scritta per il calcolo del campo elettrico
 - Per una data configurazione di cariche puntiformi

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_0) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{j=1}^N \frac{q_j}{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_j|^2} \hat{\mathbf{r}}_{0j}$$

- La formula può essere generalizzata al caso di distribuzioni continue di carica
 - Consideriamo un oggetto con una generica distribuzione di carica descritta dalla funzione $\rho(\mathbf{r})$
 - Individuiamo un volume $dV = dxdydz \equiv d^3\mathbf{r}$ all'interno
 - La sua carica è $dq = \rho(\mathbf{r})d^3\mathbf{r}$
 - È la generalizzazione di q_j
 - La somma è sostituita da un integrale
 - Il campo in $\mathbf{r}_0$ è

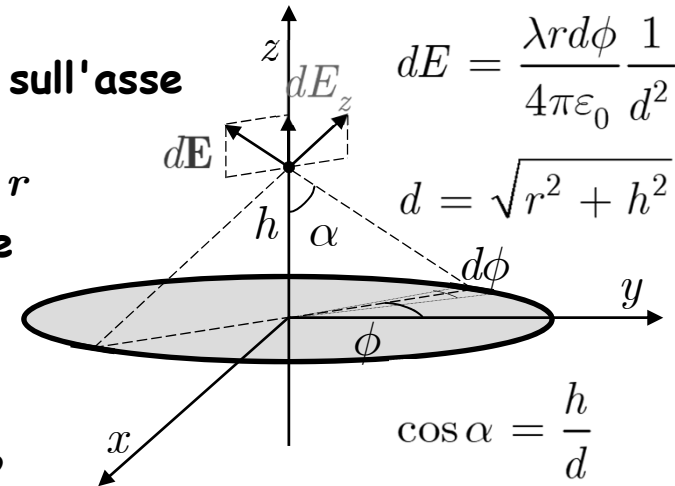
$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_0) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(\mathbf{r})d^3\mathbf{r}}{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}|^2} \hat{\mathbf{u}}(\mathbf{r})$$

- Il versore $\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{r})$ punta dalla posizione $\mathbf{r}$ della carica $dq = \rho d^3\mathbf{r}$ al punto $\mathbf{r}_0$
- L'integrale è esteso a tutto il volume dell'oggetto



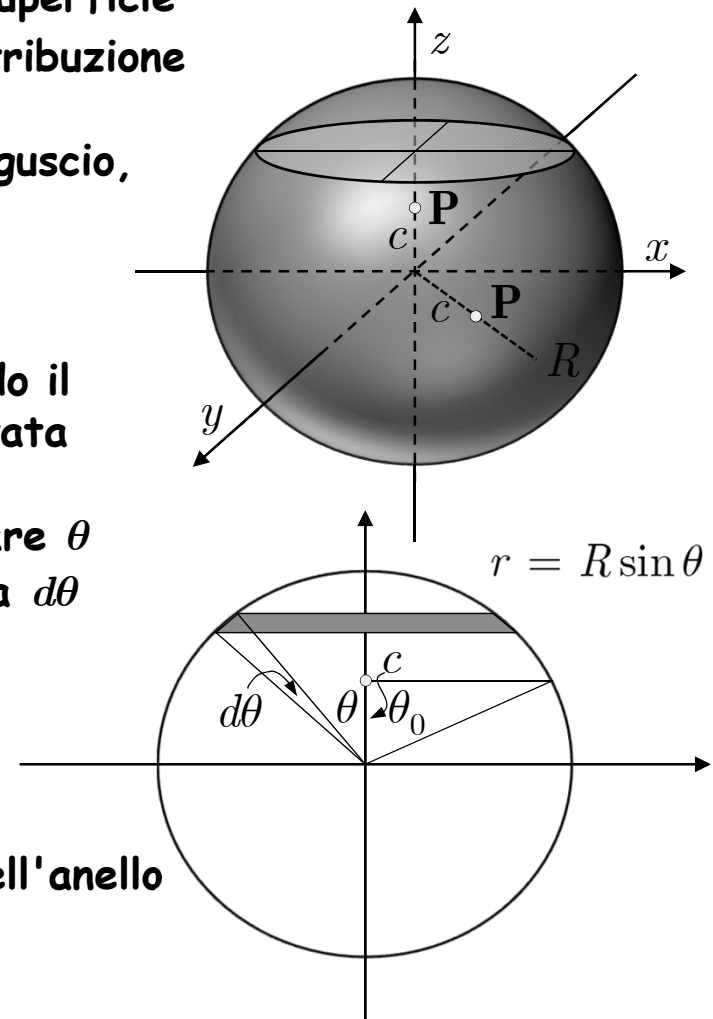
Campo generato da un anello

- Consideriamo un anello di carica Q e di raggio r .
Calcolare il campo elettrico in un generico punto sull'asse
- Supponiamo che le dimensioni trasversali dell'anello siano trascurabili rispetto al raggio r
 - Possiamo modellizzarlo come una distribuzione lineare di carica di densità $\lambda = Q/(2\pi r)$
- Consideriamo un elemento di carica sull'anello
 - La lunghezza dell'elemento è $dl = r d\phi$
 - La carica dell'elemento è $dQ = \lambda dl = \lambda r d\phi$
- Consideriamo un punto ad altezza h dal piano che contiene l'anello di carica
 - La distanza del punto considerato dall'elemento di carica è d
 - Il modulo del campo elettrico è $dE = |d\mathbf{E}|$
- Il campo elettrico generato dall'elemento forma un angolo α con l'asse z
 - La proiezione lungo l'asse z del campo è $dE_z = dE \cos\alpha$
 - La proiezione perpendicolare all'asse z si elide con il contributo dell'elemento sull'anello posto ad un angolo $\phi + \pi$
- Il campo elettrico totale si trova integrando E_z su ϕ
 - Per $z < 0$ il campo cambia segno
 - Sufficiente considerare h con segno



Campo all'interno di un guscio sferico

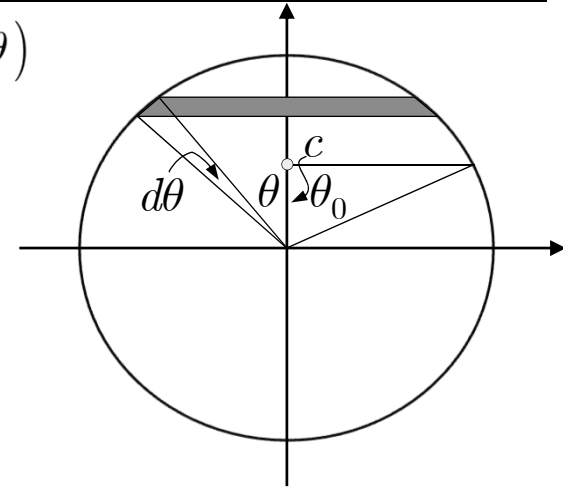
- Calcolare il campo elettrico all'interno di un guscio sferico cavo di raggio R e carica totale Q distribuita uniformemente sulla superficie
 - Il guscio può essere modellizzato come una distribuzione di carica superficiale uniforme $\sigma = Q/4\pi R^2$
- Consideriamo un generico punto P all'interno del guscio, a distanza c dal centro
 - Non si perde generalità nella soluzione se si considera il punto P sull'asse z
- Il problema può adesso essere risolto suddividendo il guscio in tanti anelli e utilizzare la soluzione trovata per il campo generato da un anello (sull'asse)
 - Un generico anello è individuato dall'angolo polare θ
 - E dalla sua estensione trasversale infinitesima $d\theta$
 - La superficie dell'anello è
$$da = 2\pi R \sin \theta R d\theta = 2\pi R^2 \sin \theta d\theta$$
 - La carica dell'anello è
$$dq = \sigma da = \sigma 2\pi R^2 \sin \theta d\theta$$
 - L'altezza (con segno) del punto P sul piano dell'anello
$$h = c - R \cos \theta \qquad h = R \cos \theta_0 - R \cos \theta$$



Campo all'interno di un guscio sferico

- Riepilogando $dq = \sigma 2\pi R^2 \sin \theta d\theta$ $h = R(\cos \theta_0 - \cos \theta)$
 $r = R \sin \theta$
- Il campo generato dall'anello è

$$E_z = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2 + h^2} \frac{h}{\sqrt{r^2 + h^2}}$$



- Sostituendo

$$dE_z = \frac{\sigma 2\pi R^2 \sin \theta d\theta}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{R^2 \sin^2 \theta + R^2 (\cos \theta_0 - \cos \theta)^2} \frac{R(\cos \theta_0 - \cos \theta)}{\sqrt{R^2 \sin^2 \theta + R^2 (\cos \theta_0 - \cos \theta)^2}}$$

$$dE_z = \frac{\sigma 2\pi \sin \theta d\theta}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\sin^2 \theta + (\cos \theta_0 - \cos \theta)^2} \frac{(\cos \theta_0 - \cos \theta)}{\sqrt{\sin^2 \theta + (\cos \theta_0 - \cos \theta)^2}}$$

$$dE_z = \frac{\sigma \sin \theta d\theta}{2\epsilon_0} \frac{\cos \theta_0 - \cos \theta}{\left[\sin^2 \theta + (\cos \theta_0 - \cos \theta)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}$$

Campo all'interno di un guscio sferico

$$dE_z = \frac{\sigma \sin \theta d\theta}{2\varepsilon_0} \frac{\cos \theta_0 - \cos \theta}{\left[\sin^2 \theta + (\cos \theta_0 - \cos \theta)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \quad \begin{aligned} x &= \cos \theta \\ x_0 &= \cos \theta_0 \\ dx &= -\sin \theta d\theta \end{aligned}$$

• **Pertanto**

$$E_z = \int_0^\pi \frac{\sigma \sin \theta d\theta}{2\varepsilon_0} \frac{\cos \theta_0 - \cos \theta}{\left[\sin^2 \theta + (\cos \theta_0 - \cos \theta)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} = \int_{-1}^{+1} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{x_0 - x}{\left[1 - x^2 + (x_0 - x)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} dx$$

$$E_z = \int_{-1}^{+1} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{x_0 - x}{\left[1 + x_0^2 - 2x_0x \right]^{\frac{3}{2}}} dx$$

• **Operiamo un cambio di variabile** $x_0 - x = y$ $dx = -dy$

• **I limiti di integrazione diventano** $-1 \rightarrow x_0 + 1$ $+1 \rightarrow x_0 - 1$

• **Sostituendo (cambiando l'ordine di integrazione)**

$$E_z = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \int_{x_0-1}^{x_0+1} \frac{y}{\left[1 + x_0^2 - 2x_0(x_0 - y) \right]^{\frac{3}{2}}} dy = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \int_{x_0-1}^{x_0+1} \frac{y}{\left[1 - x_0^2 + 2x_0y \right]^{\frac{3}{2}}} dy$$

Campo all'interno di un guscio sferico

$$E_z = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \int_{x_0-1}^{x_0+1} \frac{y}{\left[1 - x_0^2 + 2x_0y\right]^{\frac{3}{2}}} dy \quad X^{\frac{1}{2}} = \left(1 - x_0^2 + 2x_0x\right)^{\frac{1}{2}}$$

- L'integrale si trova nelle tabelle di integrali

- Posto

$$X^{\frac{1}{2}} = (a + bx)^{\frac{1}{2}} \quad \longrightarrow \quad \int \frac{xdx}{X^{\frac{3}{2}}} = \frac{2}{b^2} \left(X^{\frac{1}{2}} + \frac{a}{X^{\frac{1}{2}}} \right)$$

- Nel nostro problema $a = 1 - x_0^2$ $b = 2x_0$

- Calcoliamo $X^{\frac{1}{2}}$ esteso fra gli estremi di integrazione

$$X^{\frac{1}{2}} \Big|_{x=x_0-1} = \left(1 - x_0^2 + 2x_0(x_0 - 1)\right)^{\frac{1}{2}} = \left(1 + x_0^2 - 2x_0\right)^{\frac{1}{2}} = 1 - x_0$$

$$X^{\frac{1}{2}} \Big|_{x=x_0+1} = \left(1 - x_0^2 + 2x_0(x_0 + 1)\right)^{\frac{1}{2}} = \left(1 + x_0^2 + 2x_0\right)^{\frac{1}{2}} = 1 + x_0$$

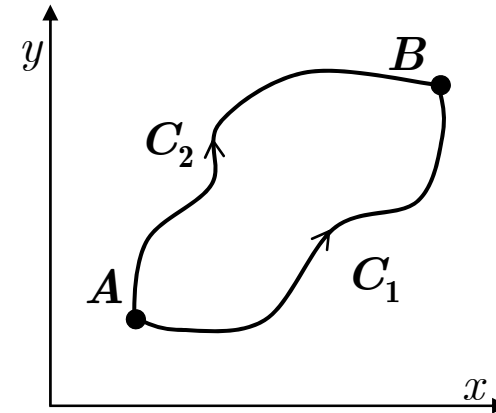
$$\begin{aligned} \int_{x_0-1}^{x_0+1} \frac{xdx}{X^{\frac{3}{2}}} &= \frac{2}{4x_0^2} \left(X^{\frac{1}{2}} + \frac{1 - x_0^2}{X^{\frac{1}{2}}} \right) \Big|_{x_0-1}^{x_0+1} = \frac{2}{4x_0^2} \left[\left(1 + x_0 + \frac{1 - x_0^2}{1 + x_0} \right) - \left(1 - x_0 + \frac{1 - x_0^2}{1 - x_0} \right) \right] \\ &= \frac{2}{4x_0^2} \left[(1 + x_0 + 1 - x_0) - (1 - x_0 + 1 + x_0) \right] = \frac{1}{2x_0^2} (2 - 2) = 0 \end{aligned}$$

Il potenziale elettrico

- Abbiamo visto che la forza elettrica è conservativa
- Il lavoro che una forza meccanica in equilibrio con la forza elettrica compie su una carica non dipende dalla traiettoria ma solo dai punti di partenza e di arrivo

$$W_1 = \int_{C_1} \mathbf{F}_m \cdot d\mathbf{s} \quad W_2 = \int_{C_2} \mathbf{F}_m \cdot d\mathbf{s} \quad \boxed{W_1 = W_2}$$

- Ad ogni istante $\mathbf{F}_m = -\mathbf{F}_{el}$



- Abbiamo inoltre visto che la forza elettrica è $\boxed{\mathbf{F}_{el} = q\mathbf{E}}$
- Quindi, indipendentemente dal percorso, per spostare una carica da A a B si compie un lavoro W_{BA}

$$W_{BA} = \int_A^B \mathbf{F}_m \cdot d\mathbf{s} = \int_A^B -q\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

- Il lavoro meccanico che scompare può essere recuperato compiendo il percorso opposto
- Pertanto W_{BA} definisce l'energia potenziale U_{BA} che la carica q acquista nel campo elettrico $\mathbf{E}$ spostata da A a B

$$U_{BA} = -q \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

Il potenziale elettrico

- Il campo elettrico è generato da un sistema di cariche arbitrario
 - La cosa importante è conoscere $\mathbf{E}(\mathbf{r})$
 - Il campo elettrico modifica lo spazio
- Analogamente all'introduzione del campo elettrico (forza per unità di carica) è conveniente definire una energia potenziale per unità di carica
 - Il potenziale elettrico

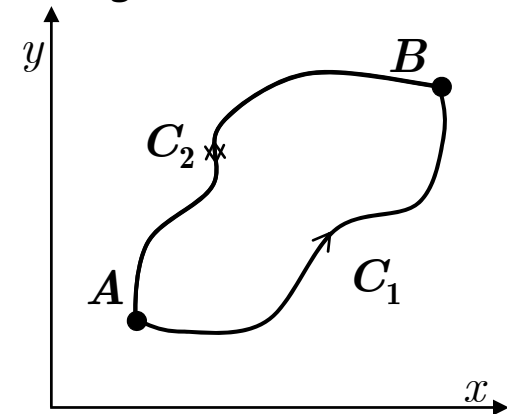
$$V_{BA} = \frac{U_{BA}}{q} = -\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \equiv V_B - V_A$$

- Più correttamente V_{BA} è definito come differenza di potenziale fra B e A
- Naturalmente la proprietà dell'integrale di essere indipendente dal cammino vale anche per il campo elettrico $\mathbf{E}$
 - Questa proprietà viene espressa dicendo che l'integrale lungo un cammino chiuso è nullo

$$\int_{C_1} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \int_{C_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \quad \int_{C_1} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} - \int_{C_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = 0$$

$$-\int_{C_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \int_{-C_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \quad \int_{C_1} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} + \int_{-C_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = 0$$

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = 0$$



Il potenziale elettrico

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = 0$$

- L'equazione appena trovata stabilisce un'importantissima proprietà del campo elettrostatico
 - Il campo elettrostatico è conservativo
- Vedremo che questo non sarà più vero per campi variabili nel tempo
 - Induzione elettromagnetica
- Si tratta di una equazione integrale
 - La riscriveremo in forma differenziale
- È un caso particolare di una delle 4 equazioni di Maxwell
 - Nel caso statico (campi non variabili nel tempo)
 - Espressa in forma integrale
- Per finire le unità di misura del campo elettrico e del potenziale
 - Dimensioni V : Energia per unità di carica $[V] = \text{ML}^2\text{T}^{-2}\text{Q}^{-1}$
Volt (V)
 - L'unità di misura è il
 - Dimensioni: E forza per unità di carica $[E] = \text{MLT}^{-2}\text{Q}^{-1}$
Volt/metro (V/m)
 - L'unità di misura è il

Il potenziale elettrico

- Ricordiamo ancora l'equazione fondamentale

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = 0 \quad \longrightarrow \quad \int_{C_1} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \int_{C_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

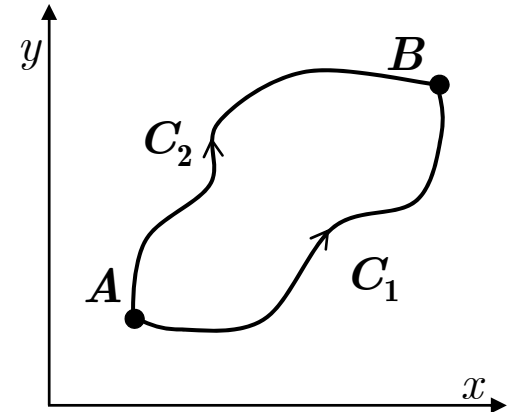
- Il fatto che l'integrale dipenda solo dai punti A e B implica che deve esistere una funzione $\phi(\mathbf{r})$ tale che

$$-\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \phi(\mathbf{r}_B) - \phi(\mathbf{r}_A)$$

- L'equazione precedente esprime anche la circostanza che solo differenze di potenziale hanno un senso fisico
- Tuttavia si può decidere di associare ad ogni punto dello spazio il valore di una funzione scalare $\phi(\mathbf{r})$ (campo scalare) rispetto ad un potenziale arbitrario di un punto $\mathbf{r}_A$ scelto come punto di riferimento

$$\phi(\mathbf{r}_B) = \phi(\mathbf{r}_A) - \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

- Di solito il potenziale di riferimento $\phi(\mathbf{r}_A)$ è posto uguale a zero: $\phi(\mathbf{r}_A) = 0$



Il potenziale elettrico

- Chiariamo meglio questo punto
- Calcoliamo la differenza di potenziale fra i punti $\mathbf{r}_1$ e $\mathbf{r}_2$

$$V_{21} = - \int_{\mathbf{r}_1}^{\mathbf{r}_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

- Possiamo scegliere una traiettoria arbitraria
 - Da $\mathbf{r}_1$ a $\mathbf{r}_A$ e successivamente da $\mathbf{r}_A$ a $\mathbf{r}_2$
- Otteniamo evidentemente

$$V_{21} = - \int_{\mathbf{r}_1}^{\mathbf{r}_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = - \int_{\mathbf{r}_1}^{\mathbf{r}_A} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} - \int_{\mathbf{r}_A}^{\mathbf{r}_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

- Se scegliamo $\mathbf{r}_A$ come punto di riferimento, in accordo con la definizione di potenziale, abbiamo

$$\phi(\mathbf{r}_1) = - \int_{\mathbf{r}_A}^{\mathbf{r}_1} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} + \phi(\mathbf{r}_A)$$

$$- \int_{\mathbf{r}_1}^{\mathbf{r}_A} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \phi(\mathbf{r}_A) - \phi(\mathbf{r}_1)$$

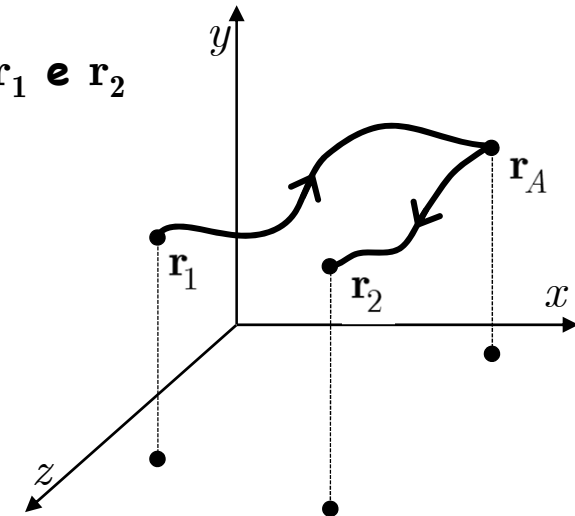
$$\phi(\mathbf{r}_2) = - \int_{\mathbf{r}_A}^{\mathbf{r}_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} + \phi(\mathbf{r}_A)$$

$$- \int_{\mathbf{r}_A}^{\mathbf{r}_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \phi(\mathbf{r}_2) - \phi(\mathbf{r}_A)$$

$$V_{21} = \phi(\mathbf{r}_A) - \phi(\mathbf{r}_1) + [\phi(\mathbf{r}_2) - \phi(\mathbf{r}_A)]$$

$$\boxed{V_{21} = \phi(\mathbf{r}_2) - \phi(\mathbf{r}_1)}$$

- È evidente che il risultato è indipendente dal valore del potenziale di riferimento $\phi(\mathbf{r}_A)$



Il potenziale elettrico

- Illustriamo i concetti appena introdotti con un esempio
 - Il potenziale di una carica puntiforme q
- Abbiamo visto che il campo elettrico di una carica puntiforme è

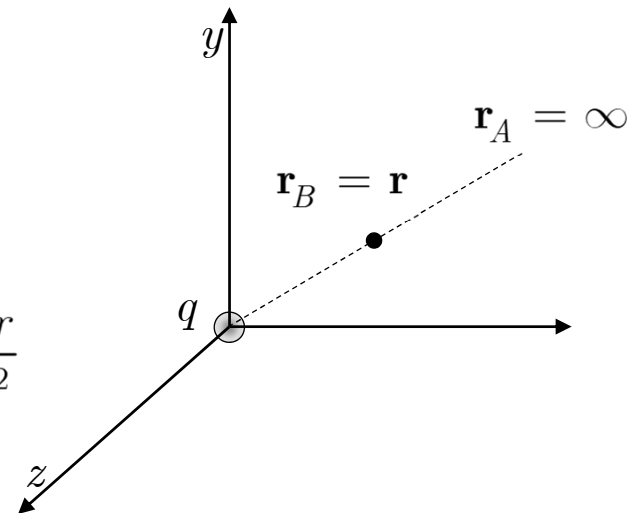
$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

- Calcoliamo il potenziale rispetto ad un punto all'infinito per il quale assumiamo che il potenziale sia nullo
 - Scegliamo una traiettoria semplice: radiale
 - Abbiamo già fatto questo calcolo

$$\phi(\mathbf{r}_B) = - \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} + \phi(\mathbf{r}_A)$$

$$\begin{aligned} \phi(\mathbf{r}) &= - \int_{\infty}^r \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \cdot d\mathbf{s} + \phi(\infty) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_r^{\infty} \frac{dr}{r^2} \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_r^{\infty} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \end{aligned}$$

$$\phi(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$$



Energia potenziale

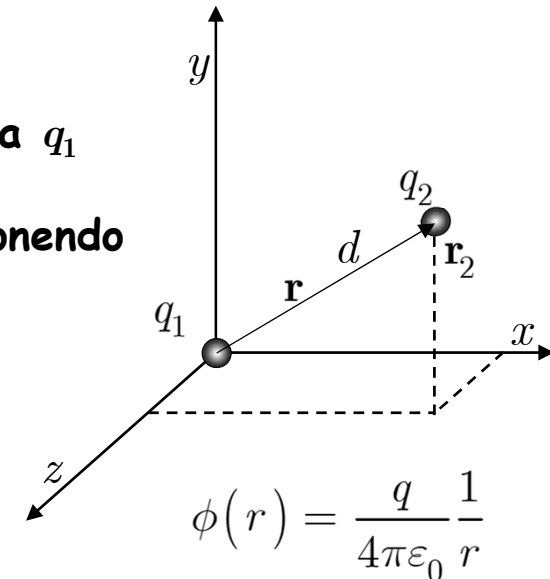
- Sottolineiamo che il potenziale è stato definito come l'energia potenziale per unità di carica
- Pertanto se $\phi(\mathbf{r})$ è il potenziale generato dalla carica q_1 posta nell'origine
- L'energia potenziale del sistema che si ottiene ponendo una carica q_2 in $\mathbf{r}_2$ (a distanza d dall'origine) è

$$U_{12} = q_2 \phi(\mathbf{r}_2) = q_2 \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{d}$$

- Questo ragionamento può essere esteso a N cariche
- L'energia potenziale del sistema si trova sommando l'energia potenziale di tutte le coppie

$$U_N = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j=1}^N \frac{q_i q_j}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_{ij}}$$

- Il fattore $\frac{1}{2}$ tiene conto che nella somma ogni termine compare 2 volte
- Infine, tornando all'energia U_{12} notiamo che essa rappresenta il lavoro che è stato fatto dalla forza esterna per portare la carica dall'infinito a d
- È anche il lavoro che farebbe la forza elettrica per portare la carica da d all'infinito



Energia potenziale

- Notiamo che se le cariche hanno lo stesso segno U_{12} è positiva
 - Se le cariche hanno lo stesso segno la forza è repulsiva
 - Nello spostamento da d all'infinito il campo elettrico compie lavoro sul sistema esterno
 - Cede energia
- Viceversa, se le cariche hanno segno opposto U_{12} è negativa
 - Se le cariche hanno segno opposto la forza è attrattiva
 - Nello spostamento da d all'infinito il campo elettrico "assorbe" lavoro dal sistema esterno
 - Assorbe energia

Il potenziale elettrico

- Come nel caso del campo elettrico, noto il valore e la posizione delle cariche che compongono un sistema elettrostatico il potenziale può essere facilmente calcolato
- Utilizzando il principio di sovrapposizione

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_0) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{j=1}^N \frac{q_j}{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_j|^2} \hat{\mathbf{r}}_{0j} \quad \longrightarrow \quad V(\mathbf{r}_0) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{j=1}^N \frac{q_j}{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_j|}$$

- Notiamo che il calcolo del potenziale è meno laborioso del calcolo del campo elettrico
 - È una funzione scalare; ha una sola componente
 - Infine sottolineiamo che stiamo considerando un sistema in cui le posizioni delle cariche sono fisse
- Analogamente, se abbiamo un sistema in cui la carica ha una distribuzione continua $\rho(\mathbf{r})$

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(\mathbf{r}') d^3\mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$$