
Interazioni Elettrodeboli

prof. Francesco Ragusa
Università di Milano

Iscrizione appello

Lezione n. 20

13.12.2022

Interazioni di corrente neutra

Modello standard

Gruppo di simmetria $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$

Isospin debole Ipercarica debole

Invarianza locale e interazioni

anno accademico 2022-2023

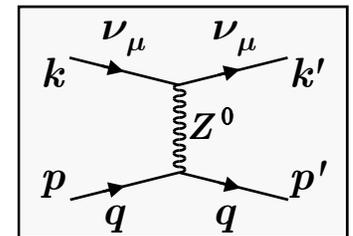
Interazioni di corrente neutra

- Ricaviamo adesso le formule per le sezioni d'urto di neutrini (e antineutrini) in processi di corrente neutra su nucleone

$$\nu_\mu N \rightarrow \nu_\mu X \qquad \bar{\nu}_\mu N \rightarrow \bar{\nu}_\mu X$$

- Vogliamo sviluppare le formule nell'ambito del modello a partoni
- Ci servono le sezioni d'urto per interazioni di neutrini su quark
- Una formulazione analoga a quella delle correnti cariche ci porta a ipotizzare un'ampiezza di scattering proporzionale al prodotto di due correnti

$$\mathfrak{M} = \frac{4G}{\sqrt{2}} 2\rho J_\mu^{NC}(\nu) J_\mu^{NC}(q) \quad \text{Normalizzazione } c_v \text{ e } c_a$$



- Il parametro ρ tiene conto di un'eventuale differenza di intensità fra la corrente carica (G) e la corrente neutra (ρG)
- Le correnti cariche hanno mostrato che il neutrino è sempre left-handed; assumiamo che la corrente neutra abbia la stessa forma chirale

$$J_\mu^{NC}(\nu) = \frac{1}{2} \bar{u}_\nu \gamma_\mu (1 - \gamma^5) u_\nu$$

- Per la corrente dei quark si assumono sempre gli accoppiamenti vettoriali (V, A) ma con coefficienti c_v e c_a arbitrari da determinare

$$J_\mu^{NC}(q) = \frac{1}{2} \bar{u}_q \gamma_\mu (c_v - c_a \gamma^5) u_q$$

Interazioni di corrente neutra

$$J_{\mu}^{NC}(q) = \frac{1}{2} \bar{u}_q \gamma_{\mu} (c_v - c_a \gamma^5) u_q$$

- L'arbitrarietà di c_v e c_a (che devono essere determinati dall'esperimento) significa che la corrente neutra può contenere una componente *LH* e una *RH*

- Infatti troviamo g_R e g_L tali che $c_v - c_a \gamma^5 = g_R (1 + \gamma^5) + g_L (1 - \gamma^5)$

- Sviluppando

$$\begin{cases} g_R + g_L = c_v \\ g_R - g_L = -c_a \end{cases} \quad \begin{cases} g_R = \frac{c_v - c_a}{2} \\ g_L = \frac{c_v + c_a}{2} \end{cases}$$

- Infine

$$J_{\mu}^{NC}(q) = \frac{1}{2} g_R \bar{u}_q \gamma_{\mu} (1 + \gamma^5) u_q + \frac{1}{2} g_L \bar{u}_q \gamma_{\mu} (1 - \gamma^5) u_q$$

- Pertanto l'elemento di matrice diventa

$$\mathfrak{M} = \frac{4G}{\sqrt{2}} 2\rho J_{\mu}^{NC}(\nu) J_{NC}^{\mu}(q) = \frac{4G}{\sqrt{2}} 2\rho \left[g_L J_{\mu}^{NC}(\nu) J_{NC}^{\mu}(q_L) + g_R J_{\mu}^{NC}(\nu) J_{NC}^{\mu}(q_R) \right]$$

- La somma dell'ampiezza di scattering di un neutrino
 - Su un quark Right Handed q_R con intensità g_R
 - Su un quark Left Handed q_L con intensità g_L

Interazione neutrino quark (NC)

- Le sezioni d'urto per l'interazione neutrino-quark tramite corrente neutra possono essere scritte utilizzando i risultati ottenuti per le correnti cariche
 - Dal momento che la corrente neutra è una sovrapposizione di una corrente $V-A$ e di una corrente $V+A$ per ogni sezione d'urto occorre considerare due contributi
- Abbiamo inoltre visto che la dipendenza della sezione d'urto dall'angolo era determinata dalle elicità dei fermioni e dal momento angolare totale

- La sezione d'urto è isotropa quando $J_z = 0$

- Nei casi $\nu_\mu q_L$ e $\nu_\mu \bar{q}_R$

$$\begin{array}{c} J_z = 0 \\ \text{Isotropa} \end{array}$$

- La sezione d'urto dipende da $(1+\cos\theta)^2$ per $J_z = \pm 1$

- Nei casi $\nu_\mu q_R$ e $\nu_\mu \bar{q}_L$

$$\begin{array}{c} J_z = 1 \rightarrow J_z = 1 \\ \sim d_{1,1} \sim 1 + \cos \theta \end{array}$$

$$\begin{array}{c} J_z = -1 \rightarrow J_z = -1 \\ \sim d_{-1,-1} \sim 1 + \cos \theta \end{array}$$

- Per le interazioni di antineutrini valgono considerazioni analoghe
- Infine avevamo utilizzato la relazione

$$1 - y = \frac{1}{2}(1 + \cos \theta)$$

Sezioni d'urto neutrino quark (NC)

$J_z = 0$
Isotropia

$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{G^2 s}{4\pi^2}$

$\mathfrak{M}_L \sim g_L^q$

$J_z = -1 \rightarrow J_z = -1$
 $\mathfrak{M} \sim d_{-1,-1} \sim 1 + \cos\theta$
 $\sigma = 0$ per $\theta = \pi$

$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{G^2 s}{16\pi^2} (1 + \cos\theta)^2$

$\mathfrak{M}_R \sim g_R^q$

$J_z = -1 \rightarrow J_z = -1$
 $\mathfrak{M} \sim d_{-1,-1} \sim 1 + \cos\theta$
 $\sigma = 0$ per $\theta = \pi$

$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{G^2 s}{16\pi^2} (1 + \cos\theta)^2$

$\mathfrak{M}_R \sim g_L^q$

$J_z = 0$
Isotropia

$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{G^2 s}{4\pi^2}$

$\mathfrak{M}_L \sim g_R^q$

Sezioni d'urto antineutrino quark (NC)

$J_z = +1 \rightarrow J_z = +1$
 $\mathfrak{M} \sim d_{1,1} \sim 1 + \cos\theta$
 $\sigma = 0 \text{ per } \theta = \pi$

$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{G^2 s}{16\pi^2} (1 + \cos\theta)^2$

$\mathfrak{M}_L \sim g_L^q$

$J_z = 0$
Isotropia

$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{G^2 s}{4\pi^2}$

$\mathfrak{M}_R \sim g_R^q$

$J_z = 0$
Isotropia

$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{G^2 s}{4\pi^2}$

$\mathfrak{M}_R \sim g_L^q$

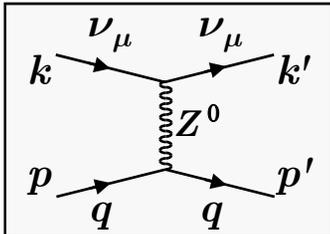
$J_z = +1 \rightarrow J_z = +1$
 $\mathfrak{M} \sim d_{1,1} \sim 1 + \cos\theta$
 $\sigma = 0 \text{ per } \theta = \pi$

$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{G^2 s}{16\pi^2} (1 + \cos\theta)^2$

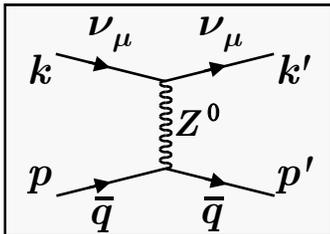
$\mathfrak{M}_L \sim g_R^q$

Riepilogo sezioni d'urto (NC)

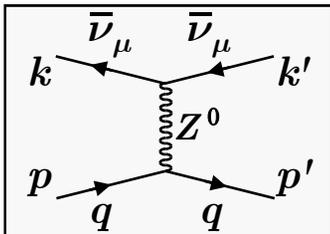
$$1 - y = \frac{1}{2}(1 + \cos\theta)$$



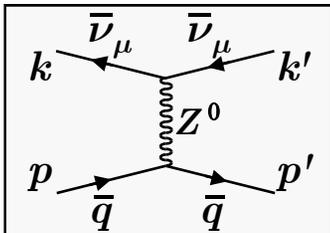
$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\nu q} = \frac{G^2 s}{4\pi^2} \left[\left(g_R^q \right)^2 (1 - y)^2 + \left(g_L^q \right)^2 \right]$$



$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\nu \bar{q}} = \frac{G^2 s}{4\pi^2} \left[\left(g_R^q \right)^2 + \left(g_L^q \right)^2 (1 - y)^2 \right]$$



$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\bar{\nu} q} = \frac{G^2 s}{4\pi^2} \left[\left(g_R^q \right)^2 + \left(g_L^q \right)^2 (1 - y)^2 \right]$$



$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\bar{\nu} \bar{q}} = \frac{G^2 s}{4\pi^2} \left[\left(g_R^q \right)^2 (1 - y)^2 + \left(g_L^q \right)^2 \right]$$

- Queste formule valgono anche per lo scattering neutrino elettrone

Sezioni d'urto neutrino nucleone (NC)

- Per semplicità trascuriamo il contenuto di anti-quark

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\nu q} = \frac{G^2_s}{4\pi^2} \left[\left(g_R^q \right)^2 (1-y)^2 + \left(g_L^q \right)^2 \right]$$

$$\frac{d\sigma^{\nu p}}{dx dy} = \frac{G^2_s}{\pi} x \left\{ \left[g_{dR}^2 d_p(x) + g_{uR}^2 u_p(x) \right] (1-y)^2 + \left[g_{dL}^2 d_p(x) + g_{uL}^2 u_p(x) \right] \right\}$$

- Utilizzando la simmetria di isospin

$$d_p(x) = u_n(x) = d(x) \quad \mathbf{p} \begin{array}{c} \bullet \\ \bullet \bullet \end{array} \begin{array}{c} d \\ u \ u \end{array}$$

$$u_p(x) = d_n(x) = u(x) \quad \mathbf{n} \begin{array}{c} \bullet \\ \bullet \bullet \end{array} \begin{array}{c} u \\ d \ d \end{array}$$

$$\frac{d\sigma^{\nu p}}{dx dy} = \frac{G^2_s}{\pi} x \left\{ \left[g_{dR}^2 d(x) + g_{uR}^2 u(x) \right] (1-y)^2 + \left[g_{dL}^2 d(x) + g_{uL}^2 u(x) \right] \right\}$$

- Per il neutrone

$$\frac{d\sigma^{\nu n}}{dx dy} = \frac{G^2_s}{\pi} x \left\{ \left[g_{dR}^2 u(x) + g_{uR}^2 d(x) \right] (1-y)^2 + \left[g_{dL}^2 u(x) + g_{uL}^2 d(x) \right] \right\}$$

Sezioni d'urto anti-neutrino nucleone (NC)

- Per semplicità trascuriamo il contenuto di anti-quark

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{\bar{\nu}q} = \frac{G^2 s}{4\pi^2} \left[(g_R^q)^2 + (g_L^q)^2 (1-y)^2 \right]$$

$$\frac{d\sigma^{\bar{\nu}p}}{dx dy} = \frac{G^2 s}{\pi} x \left\{ \left[g_{dR}^2 d_p(x) + g_{uR}^2 u_p(x) \right] + \left[g_{dL}^2 d_p(x) + g_{uL}^2 u_p(x) \right] (1-y)^2 \right\}$$

- Utilizzando la simmetria di isospin

$$d_p(x) = u_n(x) = d(x) \quad p \begin{array}{c} \bullet \\ \bullet \\ \bullet \end{array} \begin{array}{c} d \\ u \\ u \end{array}$$

$$u_p(x) = d_n(x) = u(x) \quad n \begin{array}{c} \bullet \\ \bullet \\ \bullet \end{array} \begin{array}{c} u \\ d \\ d \end{array}$$

$$\frac{d\sigma^{\bar{\nu}p}}{dx dy} = \frac{G^2 s}{\pi} x \left\{ \left[g_{dR}^2 d(x) + g_{uR}^2 u(x) \right] + \left[g_{dL}^2 d(x) + g_{uL}^2 u(x) \right] (1-y)^2 \right\}$$

- Per il neutrone

$$\frac{d\sigma^{\bar{\nu}n}}{dx dy} = \frac{G^2 s}{\pi} x \left\{ \left[g_{dR}^2 u(x) + g_{uR}^2 d(x) \right] + \left[g_{dL}^2 u(x) + g_{uL}^2 d(x) \right] (1-y)^2 \right\}$$

Sezioni d'urto per bersagli isoscalari (NC)

- Considerando nuclei bersaglio isoscalari (con uguale numero di neutroni e protoni) le sezioni d'urto sono la media delle sezioni d'urto precedenti
- Per le sezioni d'urto di neutrino

$$\frac{d\sigma^{\nu p}}{dx dy} = \frac{G^2 s}{\pi} x \left\{ \left[g_{dR}^2 d(x) + g_{uR}^2 u(x) \right] (1-y)^2 + \left[g_{dL}^2 d(x) + g_{uL}^2 u(x) \right] \right\}$$

$$\frac{d\sigma^{\nu n}}{dx dy} = \frac{G^2 s}{\pi} x \left\{ \left[g_{dR}^2 u(x) + g_{uR}^2 d(x) \right] (1-y)^2 + \left[g_{dL}^2 u(x) + g_{uL}^2 d(x) \right] \right\}$$

- **Definiamo** $Q(x) = \frac{u(x) + d(x)}{2}$

- **Otteniamo**

$$\frac{d\sigma^{\nu N}}{dx dy} = \frac{G^2 s}{\pi} x \left\{ \left[g_{dR}^2 + g_{uR}^2 \right] (1-y)^2 + \left[g_{dL}^2 + g_{uL}^2 \right] \right\} Q(x)$$

- **Definiamo** $g_R^2 \equiv g_{uR}^2 + g_{dR}^2$ $g_L^2 \equiv g_{uL}^2 + g_{dL}^2$

- **Otteniamo**

- **E analogamente per le sezioni d'urto di anti-neutrino**

$\frac{d\sigma^{\nu N}}{dx dy} = \frac{G^2 s}{\pi} x \left\{ g_R^2 (1-y)^2 + g_L^2 \right\} Q(x)$	$\frac{d\sigma^{\bar{\nu} N}}{dx dy} = \frac{G^2 s}{\pi} x \left\{ g_R^2 + g_L^2 (1-y)^2 \right\} Q(x)$
---	---

Sezioni d'urto per bersagli isoscalari (NC)

- Integriamo le sezioni d'urto rispetto a x e definiamo

$$Q = \int_0^1 xQ(x) dx = \int_0^1 x[u(x) + d(x)] dx \quad \bar{Q} = \int_0^1 x\bar{Q}(x) dx = \int_0^1 x[\bar{u}(x) + \bar{d}(x)] dx$$

- Otteniamo

$$\frac{d\sigma^{\nu N}}{dy} = \frac{G^2 s}{\pi} \left\{ g_R^2 (1-y)^2 + g_L^2 \right\} Q \quad \frac{d\sigma^{\bar{\nu} N}}{dy} = \frac{G^2 s}{\pi} \left\{ g_R^2 + g_L^2 (1-y)^2 \right\} \bar{Q}$$

- Se non si trascura il contributo degli anti-quark

$$\frac{d\sigma^{\nu N}}{dy} = \frac{G^2 s}{\pi} \left\{ g_R^2 \left[\bar{Q} + Q(1-y)^2 \right] + g_L^2 \left[Q + \bar{Q}(1-y)^2 \right] \right\}$$

$$\frac{d\sigma^{\bar{\nu} N}}{dy} = \frac{G^2 s}{\pi} \left\{ g_R^2 \left[Q + \bar{Q}(1-y)^2 \right] + g_L^2 \left[\bar{Q} + Q(1-y)^2 \right] \right\}$$

- Le quantità Q e \bar{Q} sono state determinate dalle misure di sezione d'urto neutrino - nucleone tramite CC (vedi diapositiva [571](#))
- Si possono determinare gli accoppiamenti[†]

$$g_L^2 = 0.292 \pm 0.010 \quad g_R^2 = 0.036 \pm 0.011$$

- [†]Eisele F. - High Energy Neutrino Interactions - Reports on Progress on Physics 49, p. 233 (1986)

Correnti neutre

$$g_L^2 = 0.292 \pm 0.010 \quad g_R^2 = 0.036 \pm 0.011$$

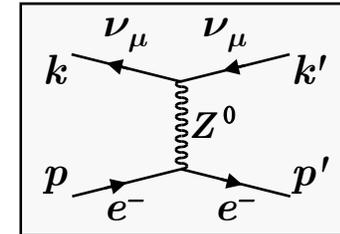
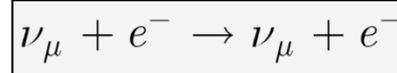
- Il risultato precedente mostra che le correnti neutre hanno una componente predominante di tipo $V-A$
 - Hanno comunque una componente $V+A$ non trascurabile
- Le misure di interazioni di neutrini tramite corrente neutra sono difficili
 - Basse sezioni d'urto
 - Non si possono misurare le variabili cinematiche del leptone nello stato finale
 - Occorre un calorimetro adronico ad alte prestazioni
- Gli errori sono grandi
 - Sono risultati pre-LEP
 - È tuttavia importante sottolineare che queste misure confermano l'esistenza delle correnti neutre
 - Danno un impulso decisivo alla diffusione della teoria di Glashow-Weinberg-Salam

Interazione neutrino elettrone

- Consideriamo le seguenti reazioni:

- Neutrino muonico su elettrone

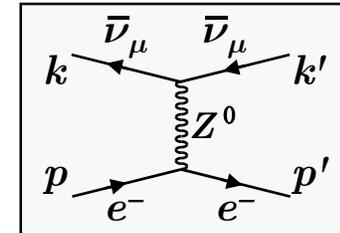
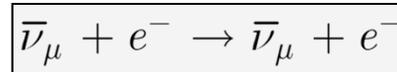
- Procede solo tramite corrente neutra



$$\mathfrak{M}_{\nu_\mu e \rightarrow \nu_\mu e} = \frac{G}{\sqrt{2}} \bar{\nu} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \nu \bar{e} \gamma_\mu (c_v^e - c_a^e \gamma^5) e$$

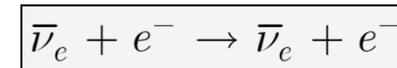
- Antineutrino muonico su elettrone

- Procede solo tramite corrente neutra

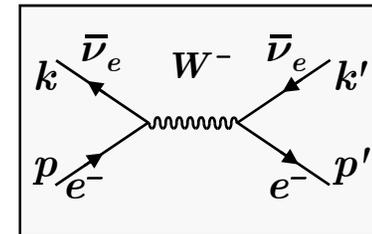
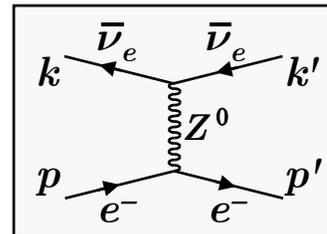


- Per finire la reazione

antineutrino elettronico su elettrone



- Può procedere sia attraverso la corrente neutra che la corrente carica



Interazione neutrino elettrone

- Il calcolo delle sezioni d'urto dà

$$\nu_\mu + e^- \rightarrow \nu_\mu + e^-$$

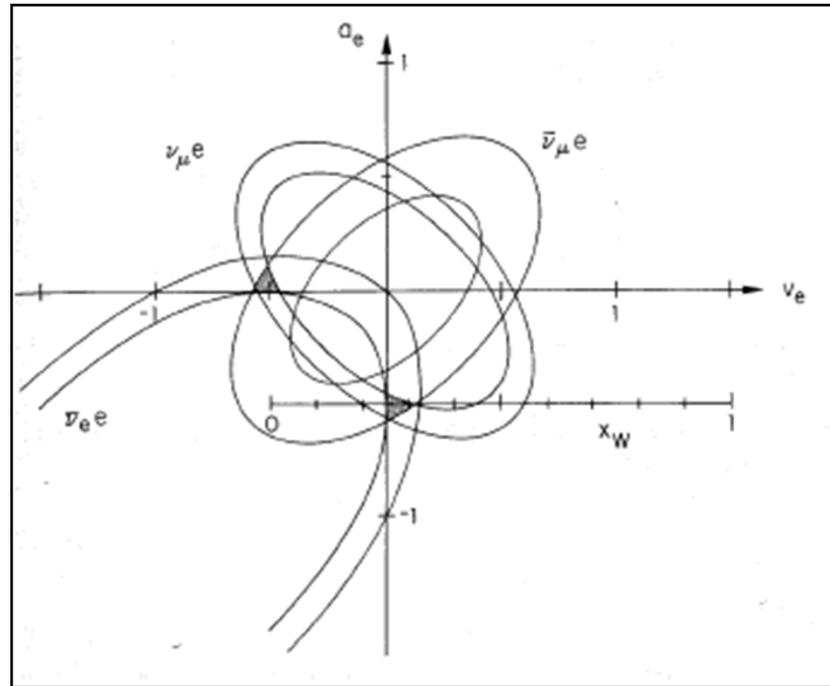
$$\sigma(\nu_\mu) = \frac{G^2 s}{3\pi} [v_e^2 + v_e a_e + a_e^2]$$

$$\bar{\nu}_\mu + e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu + e^-$$

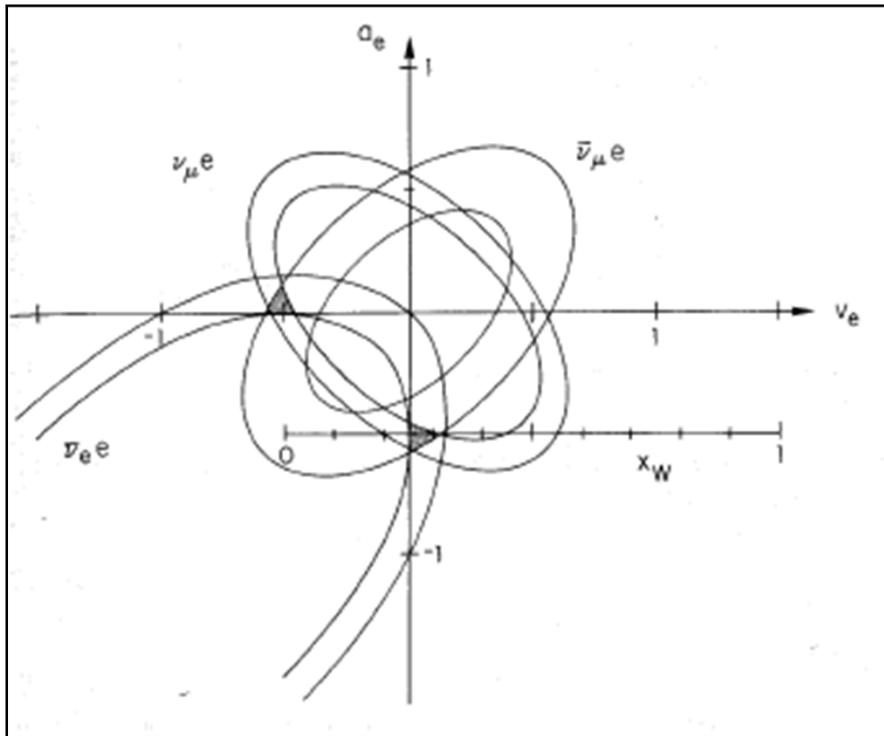
$$\sigma(\bar{\nu}_\mu) = \frac{G^2 s}{3\pi} [v_e^2 - v_e a_e + a_e^2]$$

$$\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow \bar{\nu}_e + e^-$$

$$\sigma(\bar{\nu}_e) = \frac{G^2 s}{3\pi} [v_e^2 - v_e a_e + a_e^2 + v_e + a_e + 1]$$



Interazione neutrino elettrone



$$a_e = -0.52 \pm 0.06$$

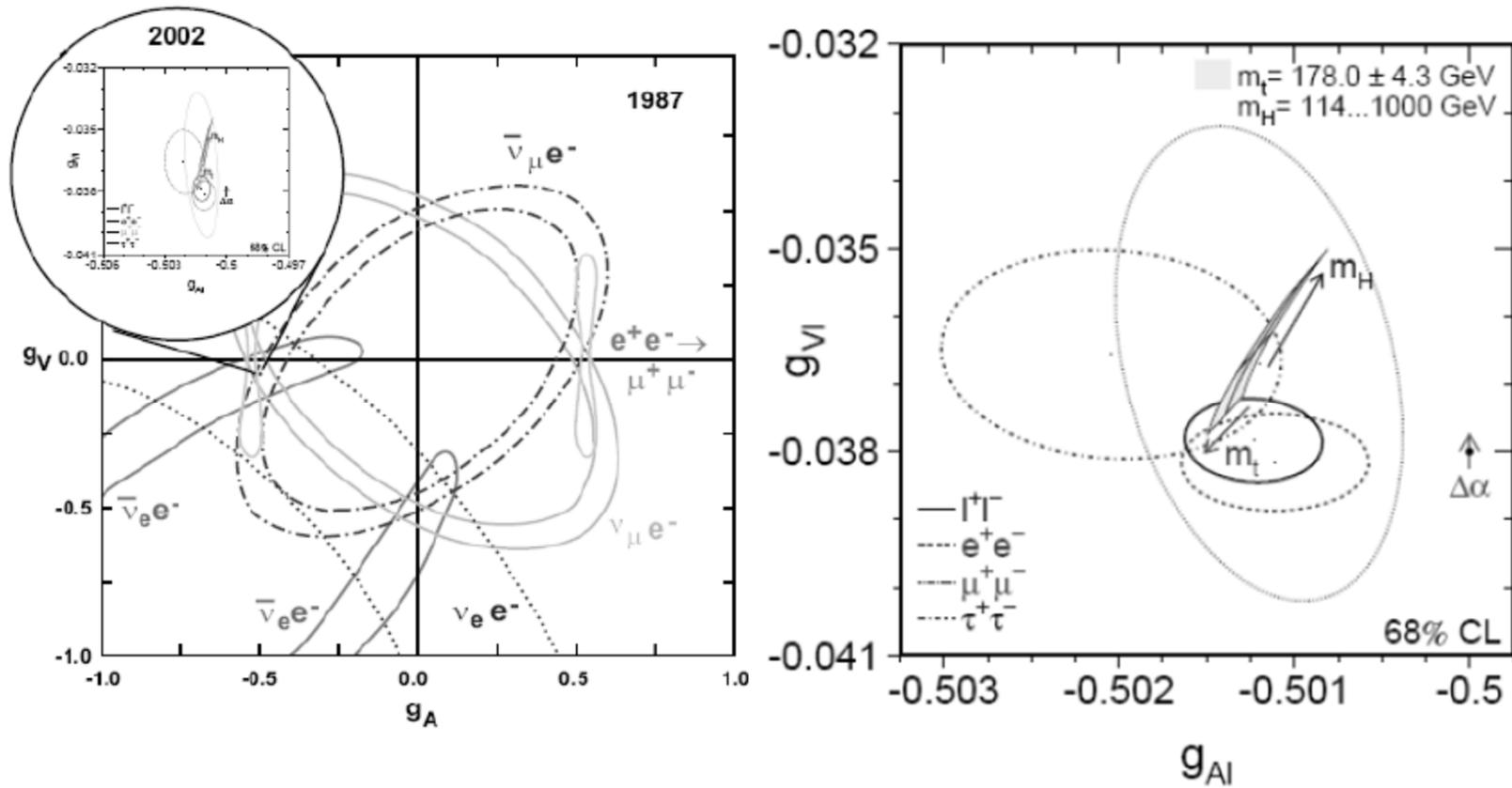
$$v_e = -0.06 \pm 0.08$$

$$v_e = -\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_W \quad a_e = -\frac{1}{2}$$

$$\sin^2 \theta_W \approx 0.25$$

- Si tratta di risultati pre-LEP
- Citati per interesse storico
- Citati per rendersi conto della precisione delle misure di LEP

Interazione neutrino elettrone

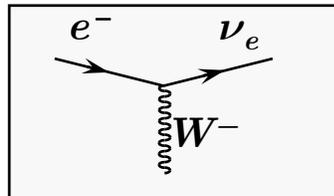


Le simmetrie del Modello Standard

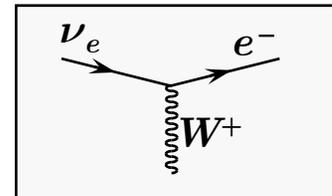
- L'elettrodinamica è localmente invariante rispetto al gruppo $U(1)$
 - La corrente elettromagnetica è una corrente neutra e ha componenti chirali LH e RH presenti in ugual misura
 - L'interazione elettromagnetica ha range infinito
 - Il mediatore della forza è senza massa (il fotone)
- L'interazione debole ha correnti cariche e correnti neutre
 - Richiede mediatori carichi e neutri; ne richiede tre
 - La corrente carica ha solo la componente chirale LH
 - La corrente neutra ha componenti chirali LH e RH presenti in misura differente
 - L'interazione debole ha un range molto breve
 - I quanti devono avere massa
- Il gruppo proposto da Glashow, Weinberg e Salam tratta in modo differente le componenti chirali LH e RH dei fermioni

Isospin debole

- Il modello standard delle Interazioni Elettrodeboli è l'applicazione della richiesta di invarianza locale di gauge alla teoria delle interazioni deboli
 - Richiede il passaggio dal gruppo abeliano $U(1)$ ad un gruppo più complesso
 - Il gruppo non abeliano $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$
- Il gruppo $SU(2)_L$ è associato ad un nuovo numero quantico
 - L'isospin debole
 - La "L" indica che la simmetria $SU(2)$ si applica alla sola proiezione chirale left degli spinori
- Le interazioni di corrente carica dei leptoni che abbiamo studiato sono descritte dai vertici



$$J_\mu = \bar{\nu}_e \gamma_\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma^5) e$$



$$J_\mu^\dagger = \bar{e} \gamma_\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma^5) \nu_e$$

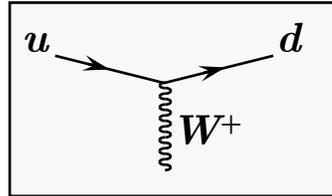
- Introducendo la proiezione chirale $f_L = \frac{1}{2} (1 - \gamma^5) f$ le correnti sono riscritte

$$J_\mu = \bar{\nu}_{eL} \gamma_\mu e_L$$

$$J_\mu^\dagger = \bar{e}_L \gamma_\mu \nu_{eL}$$

Isospin debole

- Vertici analoghi per i quark: transizioni da up a down e viceversa



$$J_\mu = \bar{d}_L \gamma_\mu u_L$$

- In analogia a quanto fatto con le correnti di Isospin con SU(2) si possono introdurre dei doppietti (isospinori a due dimensioni)

$$\ell_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \quad q_L = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$$

- Le proiezioni chirali Left dei fermioni sono pertanto raggruppate in multipletti (doppietti) di isospin debole $T = \frac{1}{2}$

$$\nu_L \quad T_3 = +\frac{1}{2} \quad e_L \quad T_3 = -\frac{1}{2} \quad u_L \quad T_3 = +\frac{1}{2} \quad d_L \quad T_3 = -\frac{1}{2}$$

- Le proiezioni chirali Right dei fermioni sono singoletti di isospin debole $T = 0$
 - $e_R, u_R, d_R \quad T = 0 \quad \nu_R$ non esiste
- L'isospin debole è la carica debole
 - Le proiezioni chirali Right sono "SU(2) - neutre" e quindi non interagiscono con i bosoni $W_1 \ W_2 \ W_3$ (e quindi neppure con W^\pm)

Isospin debole

- Vediamo come scrivere le correnti leptoniche e adroniche (quark) in $SU(2)_L$

- La simmetria globale $SU(2)_L$ permette di introdurre le correnti conservate

- Abbiamo usato le matrici di Pauli $J_i = \bar{\ell}_L \gamma_\mu \frac{\tau_i}{2} \ell_L$

- Definiamo le correnti

$$J_\pm = J_1 \pm iJ_2$$

$$J_\pm = \bar{\ell}_L \gamma_\mu \tau_\pm \ell_L$$

$$\tau_+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \tau_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- La corrente carica leptonica si può riscrivere utilizzando J_+

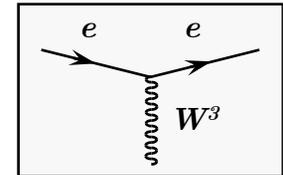
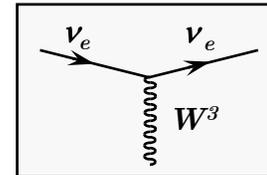
$$J_+ = \bar{\ell}_L \gamma_\mu \tau_+ \ell_L = \begin{pmatrix} \bar{\nu}_e & \bar{e} \end{pmatrix}_L \gamma_\mu \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} \bar{\nu}_e & \bar{e} \end{pmatrix}_L \gamma_\mu \begin{pmatrix} e \\ 0 \end{pmatrix}_L = \bar{\nu}_{eL} \gamma_\mu e_L = J_\mu^\dagger$$

- Analogamente J_-

- C'è anche la corrente J_3 $J_3 = \bar{\ell}_L \gamma_\mu \frac{\tau_3}{2} \ell_L$

$$J_3 = \frac{1}{2} \bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L - \frac{1}{2} \bar{e}_L \gamma_\mu e_L$$

- Corrisponderebbe ai diagrammi
- Correnti neutre di tipo $V-A$
- Fenomeni di corrente neutra di elettrone puramente $V-A$ non sono mai stati osservati



Isospin debole

- Le correnti J_1, J_2, J_3 che abbiamo introdotto sono le correnti di isospin debole
 - I 3 bosoni vettoriali W^μ_k mediano l'interazione, come il fotone A^μ nella QED
- In una teoria di gauge gli accoppiamenti delle correnti con i bosoni vettoriali sono fissati dall'invarianza di gauge locale
 - Per la QED l'invarianza per la trasformazione $e^{i\alpha(x)}$ di U(1) richiede l'introduzione della derivata covariante

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu(x)$$

- Il nuovo termine fissa il vertice di interazione

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi + e\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu$$

- Il gruppo U(1) ha un parametro a cui corrisponde un bosone A^μ
- Nel caso dell'isospin debole gli accoppiamenti sono fissati dall'invarianza per trasformazioni di $SU(2)_L$

$$\exp\left[i\vec{\alpha}(x)\frac{\vec{\tau}}{2}\right] \quad D_\mu = \partial_\mu - ig_1\frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \mathbf{W}_\mu(x)$$

- Il gruppo $SU(2)_L$ ha 3 parametri a cui corrispondono 3 bosoni W^k
- Con D_μ la Lagrangiana diventa $\mathcal{L} = i\bar{\ell}\gamma^\mu\partial_\mu\ell - m\bar{\ell}\ell + g_1\bar{\ell}\gamma^\mu\frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \mathbf{W}_\mu\ell$
- Abbiamo visto che la corrente mediata da W^3 non corrisponde a fenomeni osservati

$$J_3 = \frac{1}{2}\bar{\nu}_L\gamma_\mu\nu_L - \frac{1}{2}\bar{e}_L\gamma_\mu e_L$$

Isospin debole

$$J_3 = \frac{1}{2} \bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L - \frac{1}{2} \bar{e}_L \gamma_\mu e_L$$

- Contiene termini con la stessa struttura $V-A$ delle correnti cariche
 - La distribuzione angolare delle interazioni di corrente neutra di neutrini con elettroni e quarks mostra che non sono correnti $V-A$ pure
- Le correnti previste da J_3 non sono osservate sperimentalmente
- Sperimentalmente si osserva che le correnti neutre dei fermioni carichi hanno sia una componente $V-A$ che una $V+A$

$$J_\mu^{NC} = g_R \bar{e}_R \gamma_\mu e_R + g_L \bar{e}_L \gamma_\mu e_L$$

- Osserviamo che anche la corrente elettromagnetica ha sia componenti Left-Handed che Right-Handed

$$J_\mu^{em} = -e \bar{u} \gamma_\mu u = -e \bar{u}_R \gamma_\mu u_R - e \bar{u}_L \gamma_\mu u_L$$

- Partendo da questa osservazione si può tentare di usare un gruppo a 4 parametri e tentare di unificare
 - Interazioni deboli cariche e neutre
 - Interazioni elettromagnetiche, solo neutre

Il modello standard

- Il gruppo di simmetria (a 4 parametri) del modello standard è $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$
 - Ai due gruppi sono associati i seguenti bosoni vettoriali

$SU(2)_L$	$W_1^\mu, W_2^\mu, W_3^\mu$	$U(1)_Y$	B^μ
-----------	-----------------------------	----------	---------

- Il gruppo $U(1)_Y$ è associato ad un ulteriore numero quantico
 - L'ipercarica debole, cui è associata una corrente di ipercarica debole
 - Analoga alla corrente $U(1)_Q$ dell'elettromagnetismo

$$J_Y^\mu = \bar{f} \gamma^\mu Y f$$

- Tuttavia, come vedremo, Y differenzia le componenti f_R e f_L

- La relazione fra isospin debole, ipercarica debole e carica è identica alla relazione di Gell-Mann e Nishijima

$\frac{Q}{e} = T_3 + \frac{Y}{2}$

- Questa relazione ci dice che una opportuna combinazione di correnti di isospin debole e di corrente di ipercarica debole produce la corrente elettromagnetica

Per i fermioni	T	T_3	Q	Y	T	T_3	Q	Y	
ν_L	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	0	-1	u_L	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
e_L	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-1	d_L	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
e_R	0	0	-1	-2	u_R	0	0	$+\frac{2}{3}$	$+\frac{4}{3}$
					d_R	0	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$

- Discuteremo in seguito queste assegnazioni dell'ipercarica debole ai fermioni

Il modello standard

- L'Invarianza locale di Gauge fissa gli accoppiamenti Bosoni-Correnti

$$D_\mu = \partial_\mu + ig_1 \frac{\tau}{2} \cdot \mathbf{W}_\mu(x) + ig_2 \frac{Y}{2} B_\mu$$

$$\mathcal{L}' = g_1 (J_1^\mu W_\mu^1 + J_2^\mu W_\mu^2 + J_3^\mu W_\mu^3) + \frac{1}{2} g_2 J_Y^\mu B_\mu$$

- La corrente di ipercarica per i leptoni è data da

$$J_Y^\mu = \bar{f} \gamma^\mu Y f \quad J_Y^\mu = -2\bar{e}_R \gamma^\mu e_R - 1\bar{e}_L \gamma^\mu e_L - 1\bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L$$

- I parametri g_1 e g_2 sono le costanti di accoppiamento relative ai gruppi $SU(2)_L$ e $U(1)_Y$ rispettivamente
 - I bosoni vettoriali W e B hanno massa nulla (teoria rinormalizzabile)
- Per dotare i bosoni di massa Weinberg e Salam introdussero nella teoria il meccanismo della rottura spontanea della simmetria
 - Introduzione di un doppietto scalare: il campo di Higgs
 - Vedremo che tramite la rottura della simmetria i bosoni W^3 e B sono sostituiti dalle combinazioni lineari ($M_A = 0, M_Z$)

$$\begin{aligned} A_\mu &= B_\mu \cos \theta_W + W_\mu^3 \sin \theta_W \\ Z_\mu &= -B_\mu \sin \theta_W + W_\mu^3 \cos \theta_W \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_\mu &= A_\mu \cos \theta_W - Z_\mu \sin \theta_W \\ W_\mu^3 &= A_\mu \sin \theta_W + Z_\mu \cos \theta_W \end{aligned}$$

Correnti cariche

- Le correnti accoppiate ai bosoni W^1 e W^2 sono

$$g_1 (J_1^\mu W_\mu^1 + J_2^\mu W_\mu^2)$$

- Utilizzando l'isospin debole abbiamo definito le correnti

$$J_+ = J_1 + iJ_2 \quad J_- = J_1 - iJ_2 \quad J_1 = \frac{1}{2}(J_+ + J_-) \quad J_2 = \frac{i}{2}(J_- - J_+)$$

- Sostituendo J_1 e J_2 nella prima espressione

$$\frac{g_1}{2} ((J_+^\mu + J_-^\mu) W_\mu^1 + i(J_-^\mu - J_+^\mu) W_\mu^2) \quad \frac{g_1}{2} (J_+^\mu (W_\mu^1 - iW_\mu^2) + J_-^\mu (W_\mu^1 + iW_\mu^2))$$

- Definiamo i nuovi bosoni W^+ e W^-

$$W_\mu^+ = \frac{W_\mu^1 - iW_\mu^2}{\sqrt{2}} \quad W_\mu^- = \frac{W_\mu^1 + iW_\mu^2}{\sqrt{2}}$$

- Vedremo che le combinazioni W^+ e W^- hanno massa M_W
- Sostituendo otteniamo

$$\frac{g_1}{\sqrt{2}} (J_+^\mu W_\mu^+ + J_-^\mu W_\mu^-)$$

- Queste sono le interazioni di correnti cariche che abbiamo studiato
- Hanno la struttura $V-A$

Corrente elettromagnetica: Isospin+Ipercarica

- Interpretiamo adesso le correnti neutre

$$J_\mu^Y = Y_{eR} \bar{e}_R \gamma_\mu e_R + Y_{eL} \bar{e}_L \gamma_\mu e_L + Y_{\nu L} \bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L \quad J_3 = \frac{1}{2} \bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L - \frac{1}{2} \bar{e}_L \gamma_\mu e_L$$

- Gli accoppiamenti sono

$$g_1 J_3^\mu W_\mu^3 + \frac{1}{2} g_2 J_Y^\mu B_\mu$$

- Sostituiamo la definizione dei Bosoni Neutri ottenuti dopo la rottura spontanea della simmetria

$$B_\mu = A_\mu \cos \theta_W - Z_\mu \sin \theta_W \quad W_\mu^3 = A_\mu \sin \theta_W + Z_\mu \cos \theta_W$$

- Otteniamo

$$g_1 J_3^\mu W_\mu^3 + \frac{1}{2} g_2 J_Y^\mu B_\mu = g_1 J_3^\mu A_\mu \sin \theta_W + g_1 J_3^\mu Z_\mu \cos \theta_W + \frac{1}{2} g_2 J_Y^\mu A_\mu \cos \theta_W - \frac{1}{2} g_2 J_Y^\mu Z_\mu \sin \theta_W$$

- Consideriamo dapprima le correnti accoppiate ad A_μ . Sostituendo le J

$$\frac{1}{2} g_1 (\bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L - \bar{e}_L \gamma^\mu e_L) A_\mu \sin \theta_W + \frac{1}{2} g_2 (Y_{eR} \bar{e}_R \gamma^\mu e_R + Y_{eL} \bar{e}_L \gamma^\mu e_L + Y_{\nu L} \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L) A_\mu \cos \theta_W$$

- Sostituiamo i valori dell'ipercarica $Y_{eL} = Y_{\nu L} = -1$ e $Y_{eR} = -2$, diapositiva **607**

$$\frac{1}{2} \left(g_1 \sin \theta_W \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L - g_1 \sin \theta_W \bar{e}_L \gamma^\mu e_L - 2g_2 \cos \theta_W \bar{e}_R \gamma^\mu e_R - g_2 \cos \theta_W \bar{e}_L \gamma^\mu e_L - g_2 \cos \theta_W \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L \right) A_\mu$$

- Sappiamo che il fotone non si accoppia al neutrino

- Bisogna eliminare i termini con i campi ν_L

Corrente elettromagnetica: Isospin+Ipercarica

$$\frac{1}{2} \left(g_1 \sin \theta_W \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L - g_1 \sin \theta_W \bar{e}_L \gamma^\mu e_L - 2g_2 \cos \theta_W \bar{e}_R \gamma^\mu e_R - g_2 \cos \theta_W \bar{e}_L \gamma^\mu e_L - g_2 \cos \theta_W \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L \right) A_\mu$$

- Per eliminare i termini con i neutrini è sufficiente porre

$$g_1 \sin \theta_W = g_2 \cos \theta_W$$

- Sopravvivono i termini

$$\frac{1}{2} \left(-g_1 \sin \theta_W \bar{e}_L \gamma^\mu e_L - 2g_2 \cos \theta_W \bar{e}_R \gamma^\mu e_R - g_2 \cos \theta_W \bar{e}_L \gamma^\mu e_L \right) A_\mu$$

- Perché questa sia la corrente elettromagnetica gli accoppiamenti di e_L e e_R devono essere uguali fra di loro e uguali alla carica dell'elettrone e

$$-g_1 \sin \theta_W - g_2 \cos \theta_W = -2g_2 \cos \theta_W$$

- Otteniamo infine

$$g_1 \sin \theta_W = g_2 \cos \theta_W = e$$

- Sostituendo

$$\frac{1}{2} \left(-e \bar{e}_L \gamma^\mu e_L - 2e \bar{e}_R \gamma^\mu e_R - e \bar{e}_L \gamma^\mu e_L \right) A_\mu = -e \left(\bar{e}_L \gamma^\mu e_L + \bar{e}_R \gamma^\mu e_R \right) A_\mu$$

- Contiene componenti RH e LH in egual misura

Abbiamo ritrovato la
Interazione Elettromagnetica

Corrente debole neutra

- Veniamo ai termini accoppiati a Z_μ

$$g_1 J_3^\mu A_\mu \sin \theta_W + \underbrace{g_1 J_3^\mu Z_\mu \cos \theta_W}_{\text{circled}} + \frac{1}{2} g_2 J_Y^\mu A_\mu \cos \theta_W - \underbrace{\frac{1}{2} g_2 J_Y^\mu Z_\mu \sin \theta_W}_{\text{circled}}$$

- Sostituendo le correnti

$$J_\mu^Y = Y_{eR} \bar{e}_R \gamma_\mu e_R + Y_{eL} \bar{e}_L \gamma_\mu e_L + Y_{\nu L} \bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L \quad J_3 = \frac{1}{2} \bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L - \frac{1}{2} \bar{e}_L \gamma_\mu e_L$$

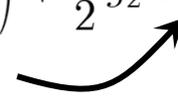
- Otteniamo

$$g_1 \left(\frac{1}{2} \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L - \frac{1}{2} \bar{e}_L \gamma^\mu e_L \right) Z_\mu \cos \theta_W - \frac{1}{2} g_2 \left(Y_{eR} \bar{e}_R \gamma^\mu e_R + Y_{eL} \bar{e}_L \gamma^\mu e_L + Y_{\nu L} \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L \right) Z_\mu \sin \theta_W$$

- Sostituiamo i valori dell'ipercarica: $Y_{eL} = Y_{\nu L} = -1$ e $Y_{eR} = -2$

$$g_1 \left(\frac{1}{2} \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L - \frac{1}{2} \bar{e}_L \gamma^\mu e_L \right) Z_\mu \cos \theta_W + \frac{1}{2} g_2 \left(2 \bar{e}_R \gamma^\mu e_R + \bar{e}_L \gamma^\mu e_L + \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L \right) Z_\mu \sin \theta_W$$

$$\frac{1}{\cos \theta_W} \left[g_1 \cos^2 \theta_W \left(\frac{1}{2} \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L - \frac{1}{2} \bar{e}_L \gamma^\mu e_L \right) + \frac{1}{2} g_2 \cos \theta_W \sin \theta_W \left(2 \bar{e}_R \gamma^\mu e_R + \bar{e}_L \gamma^\mu e_L + \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L \right) \right] Z_\mu$$

- Sostituiamo $g_2 \cos \theta_W = g_1 \sin \theta_W$ 

$$\frac{g_1}{2 \cos \theta_W} \left[\cos^2 \theta_W \left(\bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L - \bar{e}_L \gamma^\mu e_L \right) + \sin^2 \theta_W \left(2 \bar{e}_R \gamma^\mu e_R + \bar{e}_L \gamma^\mu e_L + \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L \right) \right] Z_\mu$$

Corrente debole neutra

$$\frac{g_1}{2 \cos \theta_W} \left[\cos^2 \theta_W (\bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L) - \bar{e}_L \gamma^\mu e_L + \sin^2 \theta_W (2\bar{e}_R \gamma^\mu e_R + \bar{e}_L \gamma^\mu e_L + \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L) \right] Z_\mu$$

- **Semplifichiamo i termini del neutrino** ($\sin^2 \theta_W + \cos^2 \theta_W = 1$)

$$\frac{g_1}{2 \cos \theta_W} \left[\bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L - \cos^2 \theta_W \bar{e}_L \gamma^\mu e_L + \sin^2 \theta_W (2\bar{e}_R \gamma^\mu e_R + \bar{e}_L \gamma^\mu e_L) \right] Z_\mu$$

- **Osserviamo che e_L e e_R hanno accoppiamenti diversi**
- **Inoltre il neutrino ν_L ha solo accoppiamento LH**

- **La forma usualmente usata si ottiene sostituendo $\bar{e}_L \gamma^\mu e_L = 2\bar{e}_L \gamma^\mu e_L - \bar{e}_L \gamma^\mu e_L$**

$$\frac{g_1}{2 \cos \theta_W} \left[\bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L - \cos^2 \theta_W \bar{e}_L \gamma^\mu e_L - \sin^2 \theta_W \bar{e}_L \gamma^\mu e_L + 2 \sin^2 \theta_W (\bar{e}_R \gamma^\mu e_R + \bar{e}_L \gamma^\mu e_L) \right] Z_\mu$$

$$\frac{g_1}{2 \cos \theta_W} \left[\bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L - \bar{e}_L \gamma^\mu e_L + 2 \sin^2 \theta_W (\bar{e}_R \gamma^\mu e_R + \bar{e}_L \gamma^\mu e_L) \right] Z_\mu$$

$$\frac{g_1}{\cos \theta_W} [J_3^\mu + \sin^2 \theta_W J_{em}^\mu] Z_\mu$$

- **Generalizzando anche ai quark si può verificare che la corrente neutra si può scrivere come**

$$\frac{g_1}{2 \cos \theta_W} \left[T_3^f \bar{f} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) f + 2Q_f \sin^2 \theta_W \bar{f} \gamma^\mu f \right] Z_\mu$$

La corrente debole neutra

$$\frac{g_1}{2 \cos \theta_W} \left[T_3^f \bar{f} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) f + 2Q_f \sin^2 \theta_W \bar{f} \gamma^\mu f \right] Z_\mu$$

- Infatti, elaboriamo la corrente leptonica

$$\frac{g_1}{2 \cos \theta_W} \left[\bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L - \bar{e}_L \gamma^\mu e_L + 2 \sin^2 \theta_W (\bar{e}_R \gamma^\mu e_R + \bar{e}_L \gamma^\mu e_L) \right] Z_\mu$$

$$\frac{g_1}{2 \cos \theta_W} \left[\frac{1}{2} \bar{\nu}_e \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \nu_e - \frac{1}{2} \bar{e} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) e + 2 \sin^2 \theta_W \bar{e} \gamma^\mu e \right] Z_\mu$$

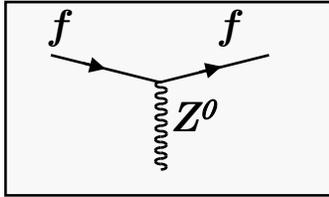
$$\frac{g_1}{2 \cos \theta_W} \left[T_3^f \bar{f} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) f + 2Q_f \sin^2 \theta_W \bar{f} \gamma^\mu f \right] Z_\mu$$

- Ricordiamo infine la relazione

$$\frac{g_1}{\cos \theta_W} = \frac{g_1 \sin \theta_W}{\cos \theta_W \sin \theta_W} = \frac{e}{\cos \theta_W \sin \theta_W}$$

Interazioni nel modello standard

- La corrente neutra viene anche rappresentata nei seguenti modi equivalenti



$$J_{\mu}^{NC} = \frac{-ie}{\cos \theta_W \sin \theta_W} \frac{1}{2} \bar{f} \gamma_{\mu} \left[(1 - \gamma^5) T_f^3 - 2Q_f \sin^2 \theta_W \right] f$$

$$J_{\mu}^{NC} = \frac{-ie}{\cos \theta_W \sin \theta_W} \frac{1}{2} \bar{f} \gamma_{\mu} \left[(T_f^3 - 2Q_f \sin^2 \theta_W) - T_f^3 \gamma^5 \right] f$$

$$J_{\mu}^{NC} = \frac{-ie}{\cos \theta_W \sin \theta_W} \frac{1}{2} \bar{f} \gamma_{\mu} \left[v_f - a_f \gamma^5 \right] f$$

$v_{\nu} = +\frac{1}{2}$	$a_{\nu} = +\frac{1}{2}$
$v_e = -\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_W$	$a_e = -\frac{1}{2}$
$v_u = +\frac{1}{2} - \frac{4}{3} \sin^2 \theta_W$	$a_u = +\frac{1}{2}$
$v_d = -\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W$	$a_d = -\frac{1}{2}$

$$v_f = T_f^3 - 2Q_f \sin^2 \theta_W \quad a_f = T_f^3$$

$$\frac{e^4}{\sin^4 \theta_W \cos^4 \theta_W} = 32G^2 M_Z^4$$