

I Raggi Cosmici Galattici

Corso di Fisica Astroparticellare

Lino Miramonti

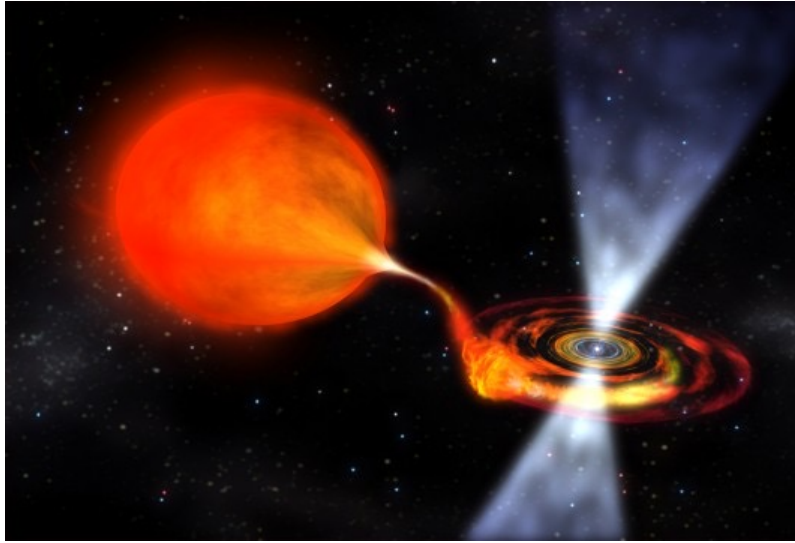


UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO

Testi consigliati (su cui si basano queste lezioni):

- Alessandro De Angelis, Mário João Martins Pimenta - **Introduction to Particle and Astroparticle Physics** (Springer 2015, Springer 2018)
- Maurizio Spurio – **Particles and Astrophysics** (Springer 2014)
- Maurizio Spurio – **The Probes of Multimessenger Astrophysics** (Springer 2018)
- Claus Grupen - **Astroparticle Physics** (Springer 2005, Springer 2020)

La **natura degli acceleratori cosmici** rappresenta uno tra i maggiori problemi astrofisici irrisolti



I **siti galattici** in cui i RC sono accelerati sono strettamente correlati con:

- la dinamica della formazione delle stelle massicce
- l'evoluzione stellare
- le esplosioni delle SuperNovae

Lo studio dei RC aiuta a capire la formazione del nostro Sistema Solare.

I Raggi Cosmici e la nostra Galassia

La scoperta dei Raggi Cosmici

All'inizio del XX secolo gli scienziati si trovavano di fronte ad un problema che non riuscivano a spiegare: sembrava che nell'ambiente ci fosse molta più radiazione di quella che poteva essere prodotta dalla radioattività naturale.



elettroscopio

Nel 1910 padre **Theodor Wulf** portò un rivelatore per contare il passaggio di particelle cariche sulla cima della Torre Eiffel, e scoprì che il conteggio di particelle cariche era maggiore di quanto avrebbe dovuto.

Se la radioattività viene dal suolo ci si aspetta una riduzione esponenziale $e^{-h/\lambda}$. Wulf osserva un passaggio da 6 ioni/cm³ al suolo a 3.5 ioni/cm³ alla sommità. Se fossero raggi γ emessi dal suolo il conteggio dovrebbe dimezzare a **80 m** di quota.

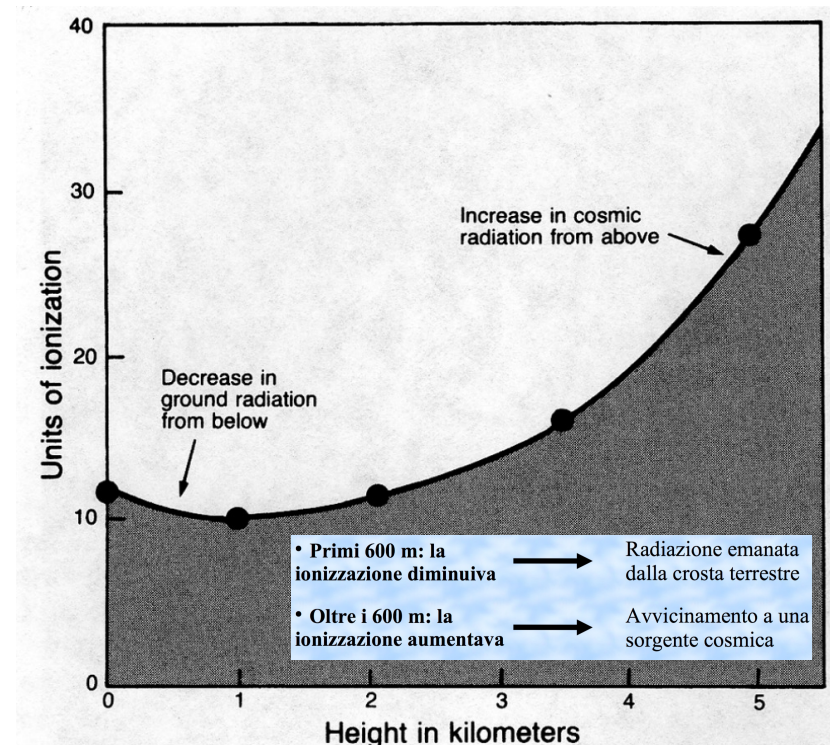




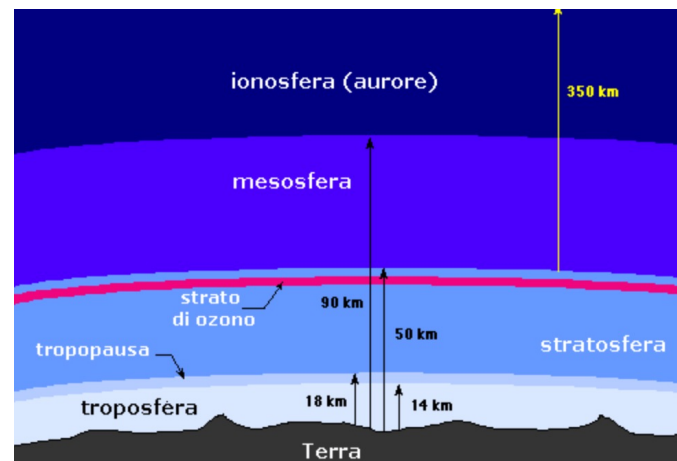
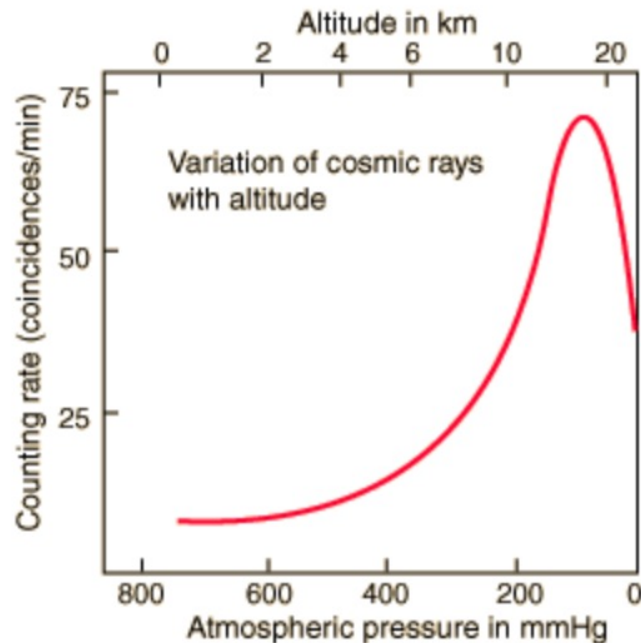
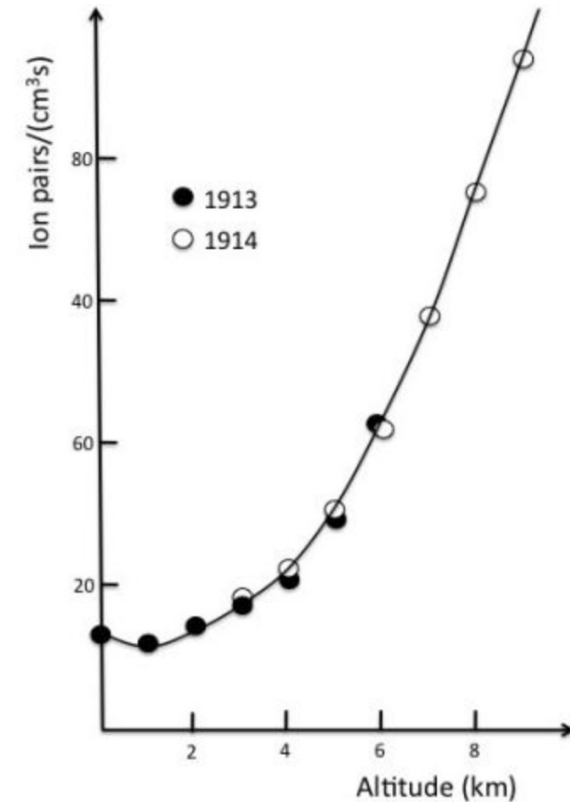
Nel 1912, **Victor Hess** caricò su un **pallone aerostatico** un dispositivo per misurare le particelle cariche (5300 m asl).

Nel volo, si dimostrò come la radiazione aumentava con l'altitudine.

Questo significava che la radiazione sconosciuta non aveva origine terrestre (come la radioattività naturale) ma proveniva dallo spazio esterno, da cui il nome di **Raggi Cosmici**



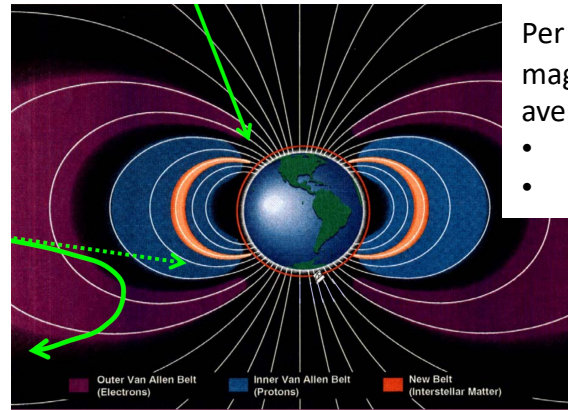
Dopo la scoperta di Hess furono portati a termine vari esperimenti (con palloni aerostatici, con palloni sonda, in aereo, nei laghi, in montagna, nei ghiacciai) per capire l'origine e la natura della radiazione. Durante una campagna di voli in pallone negli anni 1913-1914, **Werner Kolhörster** conferma i risultati di Hess; raggiungendo la quota di **9300 metri**,



A **Robert Millikan** (anni '20) si deve il **nome di Raggi Cosmici** ma riteneva che fossero principalmente raggi gamma.

Arthur Compton contrariamente ipotizzò che i RC fossero **particelle cariche**.

Successive misure (**Clay** -1928) confermarono la **natura particellare** dei RC infatti l'intensità della radiazione variava con la **latitudine** (come deve essere per *particelle cariche sotto l'influenza del campo magnetico terrestre*)

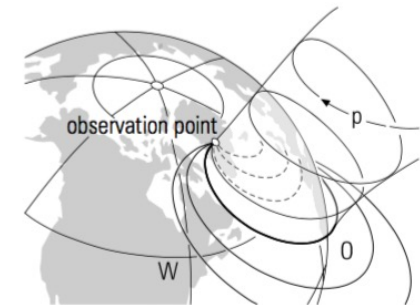


Per poter entrare nella magnetosfera i protoni devono avere:

- All'equatore : $E > 15 \text{ GeV}$
- A 60° di latitudine : $E > 0.5 \text{ GeV}$

Nel 1931 **Bruno Rossi** suggerì che se la carica delle particelle fosse stata positiva allora esse devono provenire preferenzialmente da ovest: **Effetto Est-Ovest**.

Fu confermato da **Alvarez e Compton**.

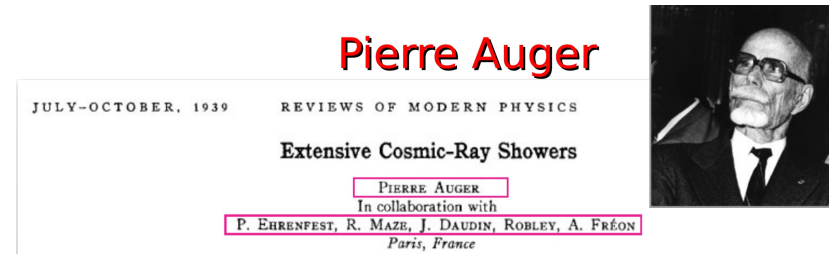


East-west effect: higher intensity from the west compared to the east.

Nel 1935 **Baade e Zwicky** suggeriscono che i Raggi Cosmici sono originati dalle esplosioni dei **SuperNovae**.

Nel 1937 **Pierre Auger** identifica raggi cosmici provenienti da due rivelatori distanti messi in coincidenza temporale.

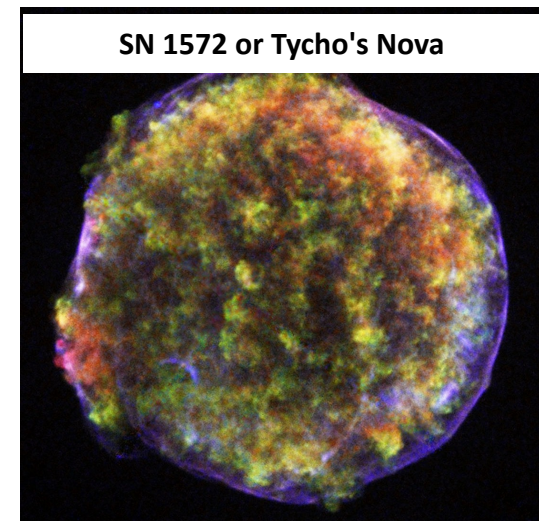
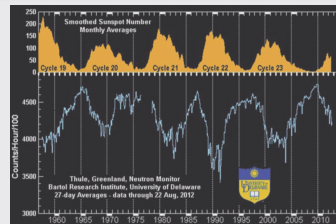
→ Scoperta degli **sciami atmosferici estesi** → $E_{RC} \approx 10^{15}$ eV!



Nel 1949 **Erico Fermi** suggerisce il **meccanismo di accelerazione** attraverso il quale i RC possono raggiungere tali energie.

SuperNova Remnants (SNR) are recognized as candidates for the **acceleration of galactic CRs**. The main motivation is the relation between the loss in kinetic energy due to CRs escape from the galactic disk and the energy released by supernova shock waves.

Only **low-energy particles**
(below few GeV)
are of **solar origin**.



Alcuni **chiarimenti** sulla differenza tra:

- **Raggi Cosmici Primari**
- **Raggi Cosmici Secondari**
- **Sciame Estesi in Atmosfera**

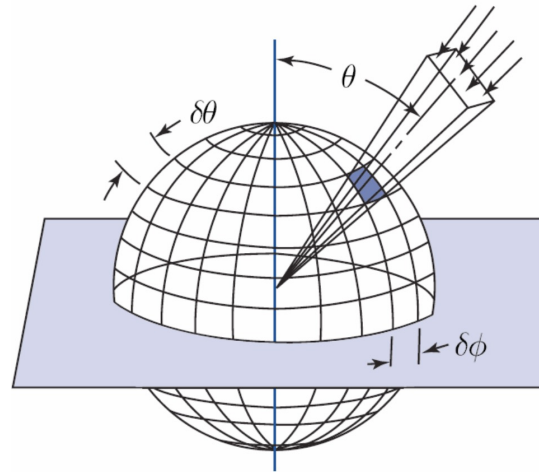
Primary CRs are high-energy protons and nuclei (plus a minority electron component) produced in astrophysical environments, filling the galactic space and arriving on Earth.

Secondary CRs are those particles produced in interactions of the primaries with interstellar gas or with nuclei in the Earth's atmosphere.

Nuclei such as lithium, beryllium, and boron (which are very rare end-products of stellar nucleosynthesis) are secondary particles, as well as antiprotons and positrons.

Extensive Air Shower (EAS) is an extensive cascade of ionized particles and electromagnetic radiation produced in the atmosphere when a primary cosmic ray (i.e. one of extraterrestrial origin) enters the atmosphere.

flusso differenziale e flusso integrale



zenith angles θ
and
azimuth angles ϕ

flusso differenziale:

$$\Phi(E) = \frac{d^2 \varphi}{dE d\Omega}(E) = \frac{dN}{A \cdot T \cdot dE \cdot d\Omega} \left[\frac{\text{particelle}}{\text{cm}^2 \text{ sr s GeV}} \right]$$

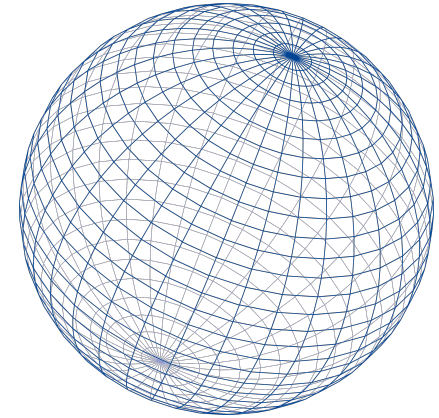
flusso integrale:

$$\Phi(> E_0) = \int_{E_0}^{\infty} \frac{d^2 \varphi}{dE d\Omega} dE = \frac{dN}{A \cdot T \cdot d\Omega} \left[\frac{\text{particelle}}{\text{cm}^2 \text{ sr s}} \right]$$

flusso attraverso una superficie

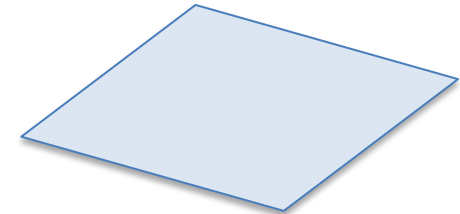
Il flusso di particelle (isotropico) attraverso una **superficie sferica** è:

$$4\pi \frac{d^2\varphi}{dE d\Omega}(E) = 4\pi \Phi(E) \left[\frac{\text{particelle}}{\text{cm}^2 \text{ s GeV}} \right]$$



Il **flusso differenziale** attraverso una **superficie piana** (rivelatore) da un emisfero è:

$$F(E) = \int \frac{d^2\varphi}{dE d\Omega} \cos\vartheta d\Omega = \Phi(E) \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} \sin\theta \cdot \cos\theta d\theta = \pi \Phi(E) \left[\frac{\text{particelle}}{\text{cm}^2 \text{ s GeV}} \right]$$

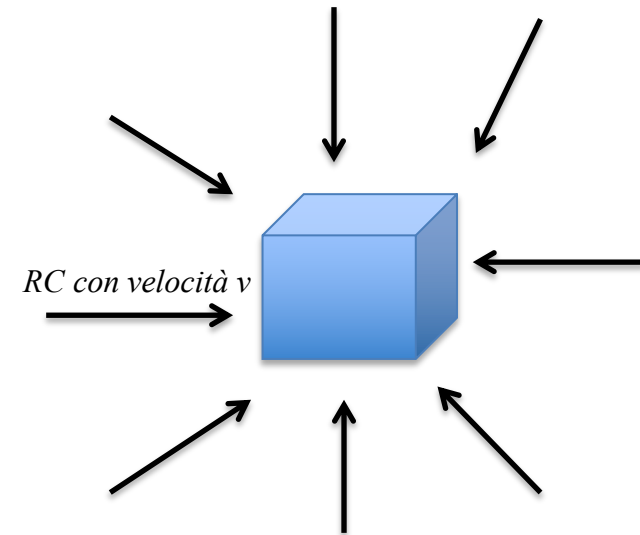


Il **flusso integrale** attraverso una **superficie piana** (rivelatore) da un emisfero è:

$$F(> E) = \pi \Phi(> E) \left[\frac{\text{particelle}}{\text{cm}^2 \text{ s}} \right]$$

Particle number density n [cm^{-3}]

La **densità numerica di particelle** (*particle number density*) n [cm^{-3}] di Raggi Cosmici che si muovono con un **velocità v** corrisponde al numero di particelle presenti in un dato volume ad un dato tempo.



E' ottenuto integrando il **flusso integrale** sull'angolo solido e dividendo per la velocità

$$\text{Particle number density: } n = \frac{4\pi}{v} \Phi(> E) \left[\frac{\text{particelle}}{\text{cm}^3} \right] \quad \text{NB: Valida nel caso isotropico}$$

$$\text{Differential particle number density: } \frac{dn}{dE} = \frac{4\pi}{v} \Phi(E) \left[\frac{\text{particelle}}{\text{GeV cm}^3} \right]$$

Spettro energetico

Spettro energetico differenziale $\Phi(E)$
(particles/m² sr s GeV)

Il **flusso integrale** $F(>E)$

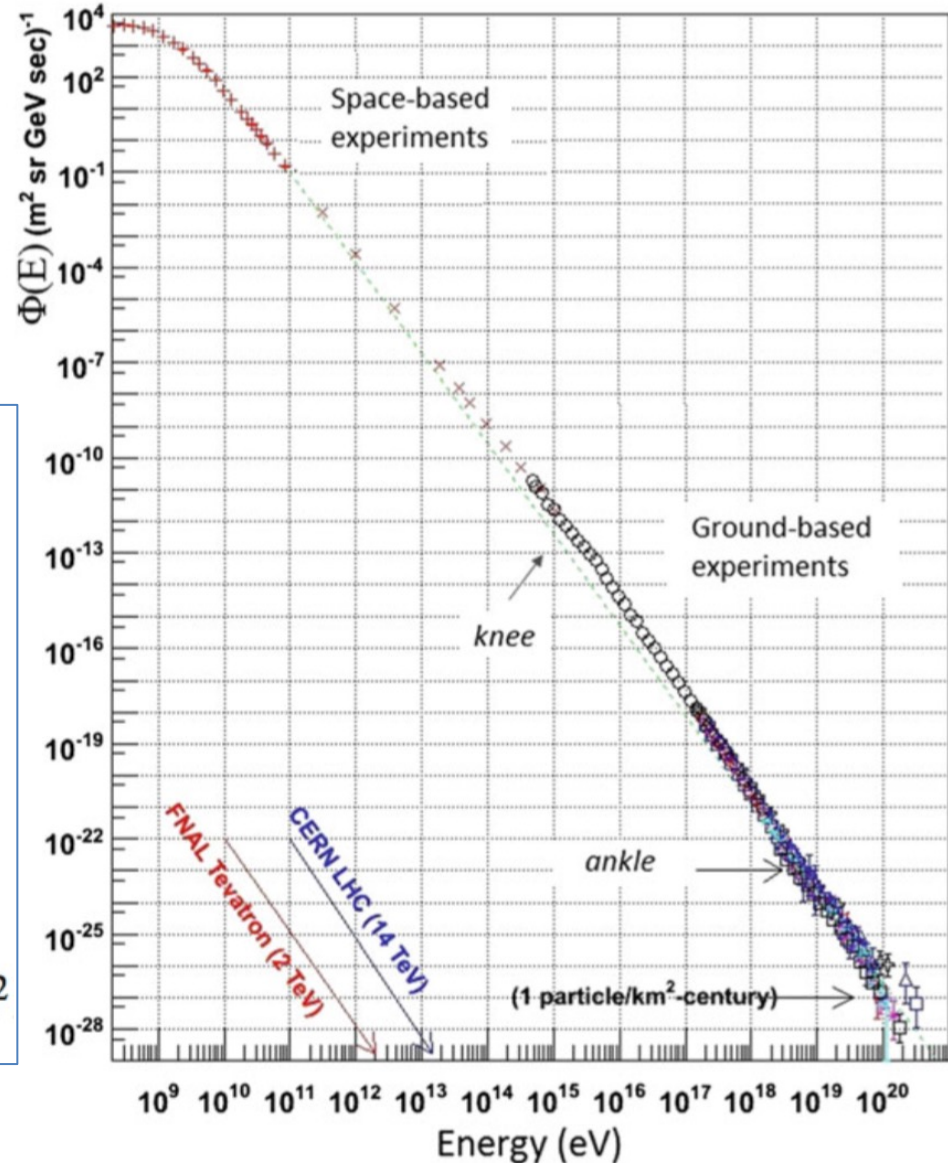
$$F(>E) = \pi \Phi(>E) \left[\frac{\text{particelle}}{\text{cm}^2 \text{ s}} \right]$$

corresponding to different energy thresholds gives:

$$\mathcal{F}(>10^9 \text{ eV}) \simeq 1,000 \text{ particles/s m}^2$$

$$\mathcal{F}(>10^{15} \text{ eV}) \simeq 1 \text{ particle/year m}^2$$

$$\mathcal{F}(>10^{20} \text{ eV}) \simeq 1 \text{ particle/century km}^2$$



Lo **spettro energetico** può essere descritto da una **legge di potenza**:

α = indice spettrale differenziale

$$\Phi(E) = K \left(\frac{E}{1 \text{ GeV}} \right)^{-\alpha} \left[\frac{\text{particelle}}{\text{cm}^2 \text{ sr s GeV}} \right]$$

K = fattore di normalizzazione

$$\Phi(> E) = \frac{K}{(\alpha - 1)} \left(\frac{E}{1 \text{ GeV}} \right)^{-\alpha+1} = \frac{K}{(\alpha - 1)} \left(\frac{E}{1 \text{ GeV}} \right)^{-\gamma} \left[\frac{\text{particelle}}{\text{cm}^2 \text{ sr s}} \right]$$

$\gamma = \alpha - 1$ indice spettrale integrale

Nel range di energia tra $\sim 10^9$ e $\sim 10^{15}$ eV a partire dai dati sperimentali è possibile trovare i valori di K e di α :

$K = 1.8$ and $\alpha = 2.7$

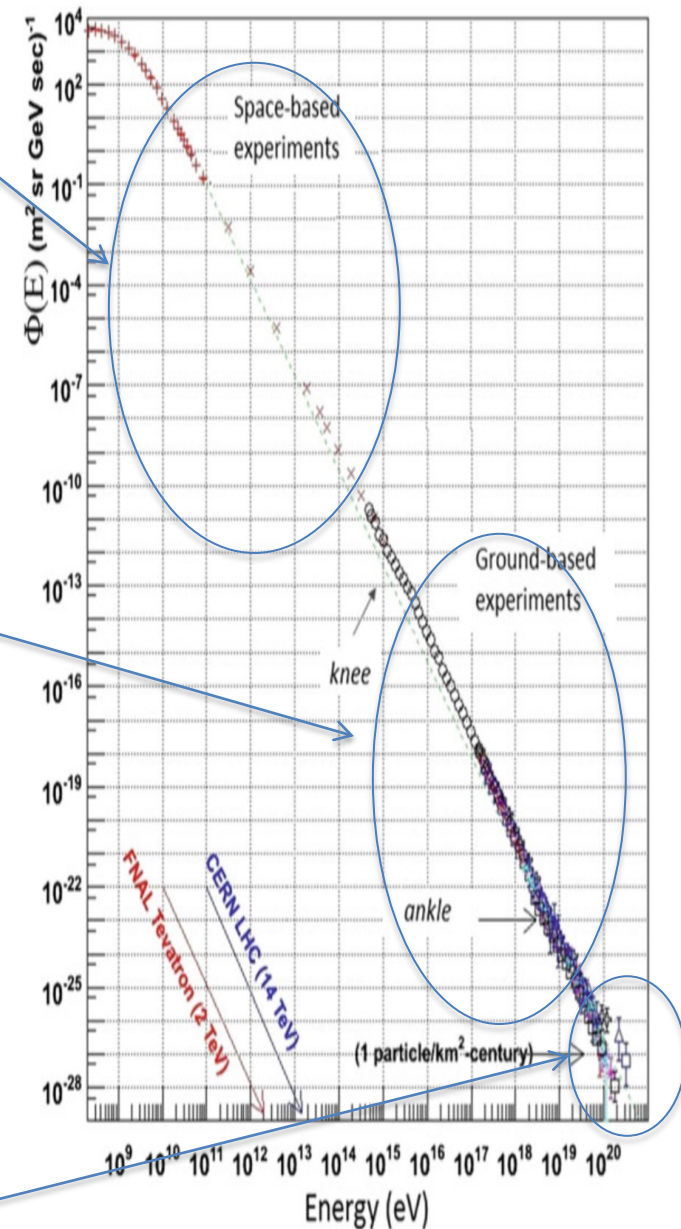
The integral CR flux decreases by a factor ~ 50 (i.e. $10^{1.7}$) when the energy increases by an order of magnitude.

Al di sopra di $\sim 10^{15}$ eV l'indice spettrale dei raggi cosmici diventa : $\alpha \sim 3.1$

The CR flux decreases by a factor ~ 100 (i.e. $10^{2.1}$) when the energy increases by an order of magnitude.

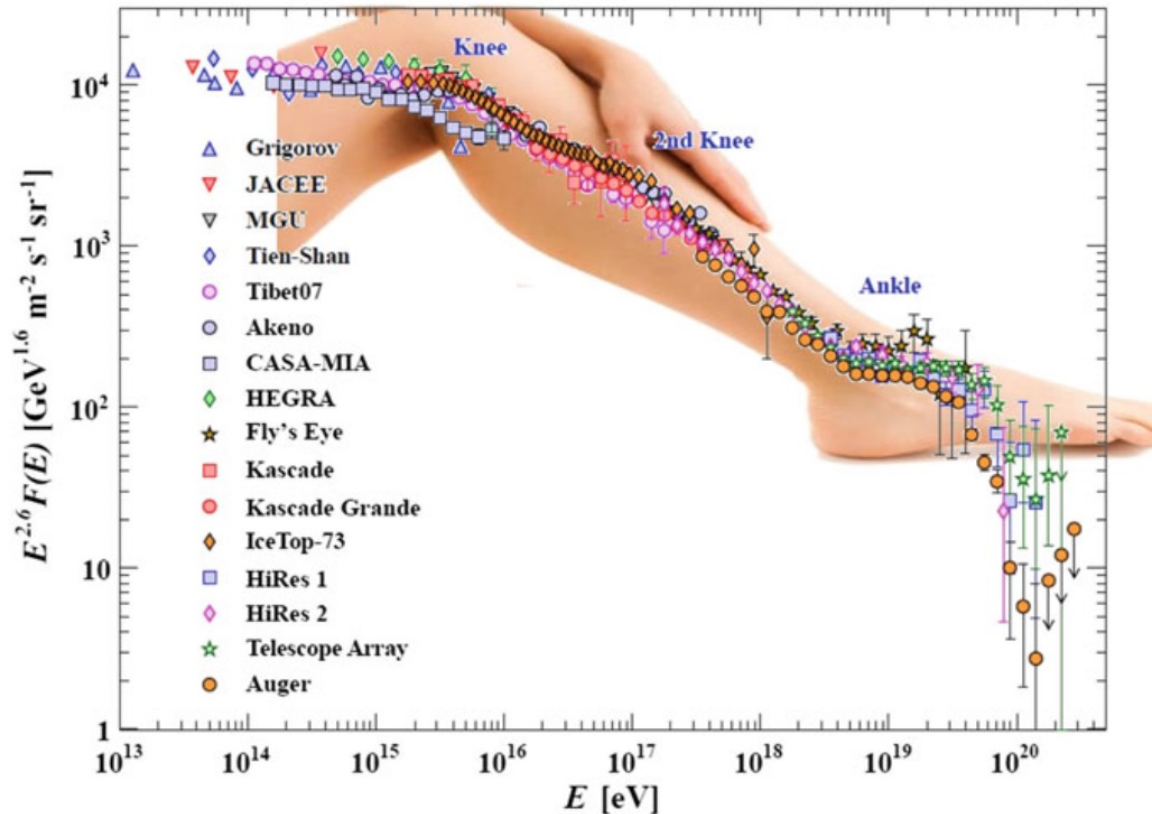
Al di sopra di $\sim 10^{18}$ eV lo spettro diventa nuovamente piatto $\alpha \sim 2.7$ questo nuovo punto di transizione viene chiamata caviglia "the ankle".

I RC sopra la caviglia sono di origine extra-galattica (Science Settembre 2017)



The differential CR flux $\Phi(E)$ as measured by many *direct* and *indirect* CR experiments.

Flux is multiplied by a power of the energy: $\Phi(E) \times E^{2.6}$.



Per evidenziare:

Moltiplicando in ordinata per $E^{2.6}$ le strutture del ginocchio (**knee**) e della caviglia (**ankle**) risultano più evidenti.

Inoltre risultano più evidenti anche le differenze tra i vari esperimenti dovuti alle incertezze sperimentali sull'energia di calibrazione.

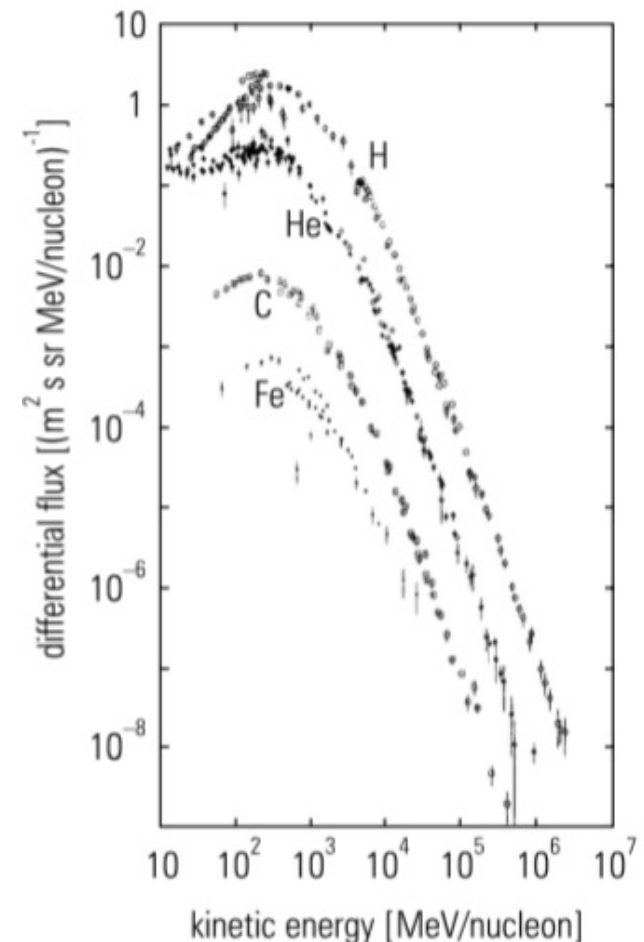
Energia per Nucleone

$$\text{energia per nucleone} \left[\frac{\text{GeV}}{A} \right] = \frac{\text{energia per nucleo} [\text{GeV}]}{\text{numero di nucleoni}}$$

The **energy-per-nucleon** is the *energy-per-nucleus*, divided by the number of nucleons.

- The energy-per-nucleus is measured in [GeV],
- The energy-per-nucleon in [GeV/nucleon] or [GeV/A]

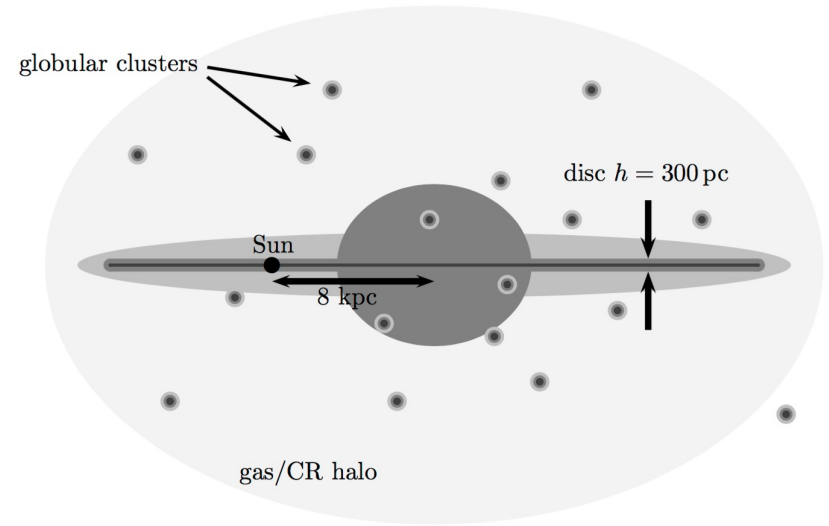
The energy-per-nucleon can be assessed **only** through **direct experiments**, (both E and $Z \sim A/2$ are measured).



Proprietà fisiche della Via Lattea

- Spessore $\sim 200\text{--}300\text{ pc}$
- Raggio $\sim 15\text{ kpc}$

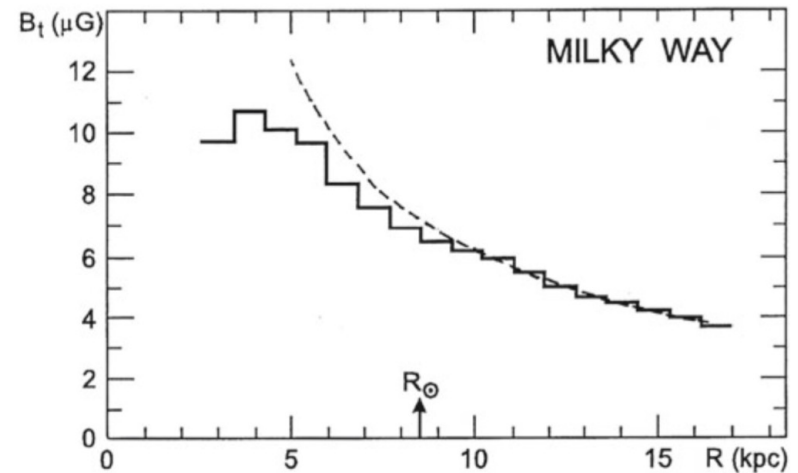
(Il Sole si trova a $\sim 8.5\text{ kpc}$ dal centro)



Galactic volume: $V_G = \left[\pi (15 \cdot 10^3)^2 \cdot 300 \right] \cdot (3 \cdot 10^{18})^3 = 5 \cdot 10^{66} \text{ cm}^3$

Galactic magnetic field discovered in 1949 (light from the stars has a high degree of **polarization**).

The intensity of the galactic magnetic field depends on the distance from the galactic center. We assume approximately: **$B \simeq 4\text{ }\mu\text{G}$**



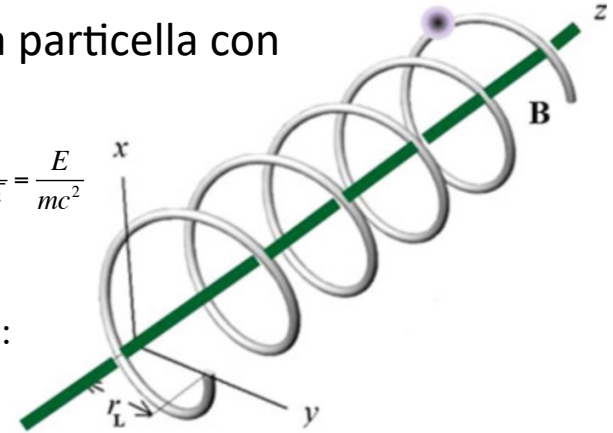
Forza di Lorentz esercitata da un **campo magnetico B** su di una particella con

- carica q
- massa m
- velocità c

Integrando:

$$\Gamma m \frac{dv}{dt} = \frac{q}{c} v \times B \quad \text{con} \quad \Gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{E}{mc^2}$$

$$v = r \times \frac{qB}{\Gamma m c} \quad \text{Frequenza angolare :} \quad \omega_L = \frac{qB}{\Gamma m c}$$



Il raggio dell'orbita r è detto “raggio ciclotrone” o **Raggio di Larmor r_L** :

$$r_L = \frac{v}{\omega_L} = \frac{v \Gamma m c}{q B} = \frac{p c}{Ze B} \approx \frac{E}{Ze B}$$

L'effetto del campo magnetico B sulla particella dipende dal rapporto tra **momento** e **carica elettrica**. Definiamo la **Rigidità R** come:

$$R \approx \frac{E}{Ze} = \frac{1.6 \cdot 10^{-12} (eV / erg) E(erg)}{4.8 \cdot 10^{-12} (statC)} = \frac{1}{300} E \quad [V]$$

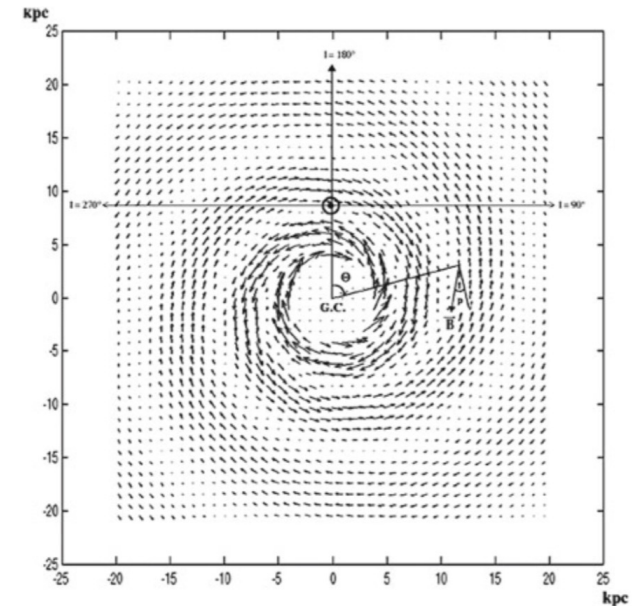
Per la **Galassia** il **Raggio di Larmor** r_L per i **protoni** è:

$$r_L(E = 10^{12} \text{ eV}) \approx 10^{15} \text{ cm} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ pc}$$

$$r_L(E = 10^{15} \text{ eV}) \approx 10^{18} \text{ cm} = 0.3 \text{ pc}$$

$$r_L(E = 10^{18} \text{ eV}) \approx 10^{21} \text{ cm} = 300 \text{ pc}$$

- Spessore $\sim 200\text{--}300 \text{ pc}$
- Raggio $\sim 15 \text{ kpc}$



Particelle con energia $E < 10^{18} \text{ eV}$ sono fortemente **confinare** all'interno del volume galattico dal campo magnetico galattico.

InterStellar Matter (ISM)

Solo una piccola frazione dello spazio ($\sim 4 \times 10^{-23}$) è occupato da materia sotto forma di stelle.

Il rimanente è riempito da:

- **gas** ($\approx 99\%$) (molecole, atomi, ioni)
- **polveri** ($\approx 1\%$) (particelle solide sottili)



l'**InterStellar Matter** rappresenta il **5–10%** della massa totale della Galassia.

$$n_{ISM} \approx 1 \frac{\text{protone}}{\text{cm}^3} = 1.6 \cdot 10^{-24} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Densità Numerica e Densità di Energia dei RC

Ricordando che la **densità numerica delle particelle** n_{CR} è: $n = \frac{4\pi}{v} \Phi(> E) \left[\frac{\text{particelle}}{cm^3} \right]$

e
$$\Phi(> E) = \frac{K}{(\alpha - 1)} \left(\frac{E}{1 \text{ GeV}} \right)^{-\gamma} \left[\frac{\text{particelle}}{cm^2 \text{ sr s}} \right]$$

ponendo $\mathbf{v}=\mathbf{c}$ (essendo particelle ultrarelativistiche)

si ottiene:
$$n_{CR} = \frac{4\pi}{c} \phi(> E_0) = \frac{4\pi}{3 \cdot 10^{10}} \frac{K}{(\alpha - 1)} E_0^{-\gamma}$$

Introducendo i valori di K e α per valori di $E_0 \approx 1 \text{ GeV}$ si ha:

$$n_{CR} \approx 1 \cdot 10^{-10} \text{ cm}^{-3}$$

Calcoliamo ora **la densità di energia (cinetica) ρ_{CR}** :

Integrando il flusso definito precedentemente come $\Phi(E) = K \left(\frac{E}{1 \text{ GeV}} \right)^{-\alpha} \left[\frac{\text{particelle}}{\text{cm}^2 \text{ sr s GeV}} \right]$

si ha:

$$\rho_{CR} = \frac{1}{c} \int_{E_0}^{\infty} E \frac{d^2 \varphi}{dE d\Omega} dE d\Omega \left[\frac{\text{GeV}}{\text{cm}^3} \right]$$

da cui si ottiene il valore

$$\rho_{CR} \approx 1 \left[\frac{\text{eV}}{\text{cm}^3} \right]$$

Confronto con altri contributi:

<i>Cosmic Ray</i>	$n_{CR} \approx 1 \cdot 10^{-10} \text{ cm}^{-3}$	$\rho_{CR} \approx 1 \left[\frac{\text{eV}}{\text{cm}^3} \right]$
<i>Cosmic Microwave Background</i>	$n_{\gamma_{CMB}} \approx 400 \text{ cm}^{-3}$	$\rho_{\gamma_{CMB}} \approx 0.3 \left[\frac{\text{eV}}{\text{cm}^3} \right]$
<i>Starlight</i>	$n_{\gamma_{vis}} \approx 2 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-3}$	$\rho_{\gamma_{vis}} \approx 4 \cdot 10^{-2} \left[\frac{\text{eV}}{\text{cm}^3} \right]$
<i>Interstellar Magnetic Field</i>		$\rho_B \approx 1 \left[\frac{\text{eV}}{\text{cm}^3} \right]$

$\rho_{CR} \approx 1 \text{ eV/cm}^3$ rappresenta un valore di **densità di energia importante**

Considerazioni energetiche sulle sorgenti dei RC

Nel 1934 Baade and Zwicky ipotizzarono che le **Supernova Remnants (SNR)** fossero gli oggetti galattici responsabili delle **creazione e accelerazione dei RC** con energie fino al ginocchio.



Motivazione: equilibrio tra

- la perdita dei RC dovuta alla loro **fuga** dalla Galassia;
 - l'energia fornita dalle **onde d'urto** delle SN.
-
- Le **sorgenti di RC** sono uniformemente distribuite nella Galassia
 - i **RC** sono intrappolati dai campi magnetici della Galassia

L'energia (cinetica) totale dei RC è:

$$\text{Energia Totale} = \rho_{CR} \cdot V_{Galaxy} = 1 \frac{eV}{cm^3} \cdot 5 \cdot 10^{66} cm^3 = 5 \cdot 10^{66} eV = 8 \cdot 10^{54} erg$$

INCREMENTO DEI RC

Ogni esplosione di SN contribuisce ad incrementare la densità dei RC galattici ρ_{CR} .

Se i RC fossero completamente confinati nel volume galattico il loro numero dovrebbe incrementare col passare del tempo



DECREMENTO DEI RC

Un effetto che induce un decremento della densità dei RC galattici ρ_{CR} è dato dalla fuga dei RC dalla Galassia i quali “scappano” con un tempo caratteristico detto *escape time* (o *confinement time*) τ_{esc} .



L'*escape time* τ_{esc}

può essere calcolato in due diversi modi che vedremo più avanti. Anticipando i risultati il suo valore è di:

$$\tau_{esc} \approx 10^7 \text{ y} = 3 \cdot 10^{14} \text{ s}$$

Nota:

Come vedremo più avanti l'*escape time* τ_{esc} è misurato

- dal rapporto secondari/primari e anche
- con i radionuclidi.

Risulta pertanto che il **Rate di Perdita di Energia** ("**energy loss rate**") P_{CR} dovuto alla fuga dei RC dal volume galattico è:

$$P_{CR} \approx \frac{\rho_{CR} \cdot V_{Galaxy}}{\tau_{esc}} = \frac{8 \cdot 10^{54}}{3 \cdot 10^{14}} = 3 \cdot 10^{40} \left[\frac{erg}{s} \right]$$

L'esplosione di una SuperNovae di 10 masse solari rilascia circa **10^{53} erg**

- 99 % sottoforma di neutrini
- 1% come energia cinetica delle particelle che si espandono - shock wave)

Il **tasso di esplosioni di SN** in una galassia come la Via Lattea è di **circa 3 ogni secolo**:
supernova rate $f_{SN} \sim 10^{-9} s^{-1}$

Se un processo fisico capace di accelerare particelle cariche esiste esso trasferisce energia da energia cinetica dell'onda d'urto ai Raggi Cosmici con una **efficienza η** :

$$P_{SN} \approx \eta \cdot f_{SN} \cdot 10^{51} = \eta \cdot 10^{42} \left[\frac{erg}{s} \right]$$

Se si vuole che $P_{CR} = P_{SN}$, ossia non vi sia **ne aumento ne decremento** della densità dei RC è sufficiente che η sia dell'ordine dell' 1 %.

$$P_{CR} = P_{SN} \Rightarrow 3 \cdot 10^{40} \left[\frac{erg}{s} \right] = \eta \cdot 10^{42} \left[\frac{erg}{s} \right] \Rightarrow \eta \approx 1\%$$

Questa condizione fa sì che il **modello delle SN è energeticamente compatibile** con le osservazioni.

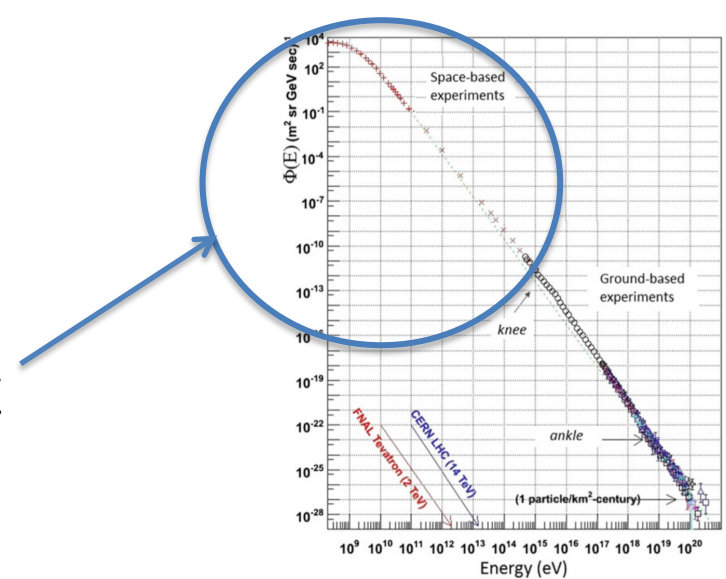
Un meccanismo in grado di trasferire l'energia cinetica di una SN in RC con efficienza di qualche % fu proposto da Fermi nel 1949. **Fermi Acceleration Mechanism** (detto anche *diffusive shock acceleration*)



Rivelazione Diretta dei Raggi Cosmici

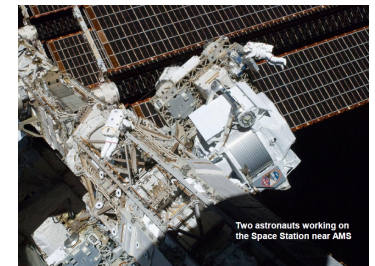
Direct Cosmic Rays Detection:

La **composizione chimica dei RC** può essere accuratamente misurata attraverso esperimenti su satelliti e palloni (*negligible residual atmospheric depth*)



Le evidenze sperimentali indicano che la Galassia è costituita da **materia**. Le **anti-particelle** sono create come **particelle secondarie** dalle interazione dei RC con il mezzo interstellare.

I **rivelatori a bordo di satelliti e palloni** sono in grado di identificare i RC individualmente e **separare i diversi isotopi** misurando contemporaneamente **Energia, Carica e Massa** (E,Z,A) tramite misure del tempo di volo (ToF) e/o misure calorimetriche dE/dx , in cui l'energia cinetica è convertita in una cascata di particelle secondarie (**SCIAME**)



Lunghezza di Interazione λ e Lunghezza di Radiazione X_0

Introduciamo i concetti

Lunghezza di Interazione Adronica (o Nucleare): λ

e

Lunghezza di Radiazione (Elettromagnetica): X_0

che ci saranno utili

- sia ora per tecniche calorimetriche utilizzate negli esperimenti a bordo di satelliti e palloni
- sia per la trattazione degli sciami in atmosfera per la rivelazione di RC di più alta energia (misure indirette)

Un RC interagendo con un nucleo produce una grande quantità di adroni secondari

$$RC + air \rightarrow \pi^{\pm}, \pi^0, k^{\pm}, k^0, p, n$$

Questi **adroni secondari** depositano energia attraverso ionizzazione/eccitazione nel mezzo attraverso interazioni successive generando una **cascata adronica**.

I **mesoni neutri** (principalmente π^0) decadono producendo γ che convertono in e^+/e^- .

Gli e^+/e^- creano γ per bremsstrahlung e via di seguito generando una **cascata elettromagnetica**.

Lunghezza di Interazione Adronica (o Nucleare): λ

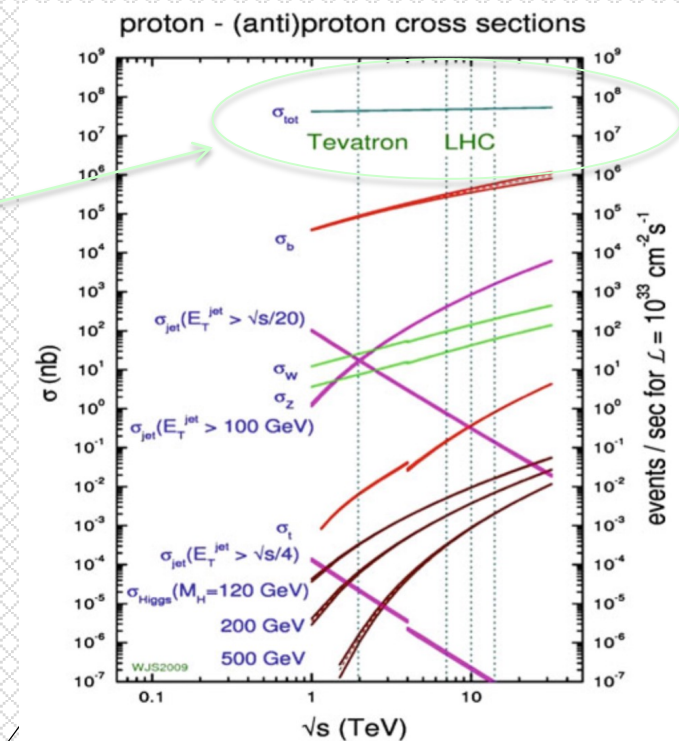
$$\lambda = \frac{1}{n \cdot \sigma} \quad [cm]$$

è conveniente
inglobare la **densità ρ**

$$\lambda_I = \frac{\rho}{n \cdot \sigma} = \frac{A \cdot m_p}{\sigma} \quad \left[\frac{g}{cm^2} \right]$$

$$\sigma_{p-p} = 45 \quad [mb]$$

$$\sigma_{p-N} = \sigma_{p-p} \cdot A^{2/3}$$



Atmosfera: $A \approx 14.5$

$$\sigma_{p-air} = \sigma_{p-p} \cdot A^{2/3} \approx 45 \cdot 14.5^{2/3} \approx 270 \text{ mb}$$

Lunghezza di Interazione dei
protoni in atmosfera

$$\lambda_I^p = \frac{\rho}{n \cdot \sigma} = \frac{A \cdot m_p}{\sigma} \approx \frac{14.5 \cdot 1.6 \cdot 10^{-24}}{0.27 \cdot 10^{-24}} \approx 85 \quad \left[\frac{g}{cm^2} \right]$$

L'Atmosfera

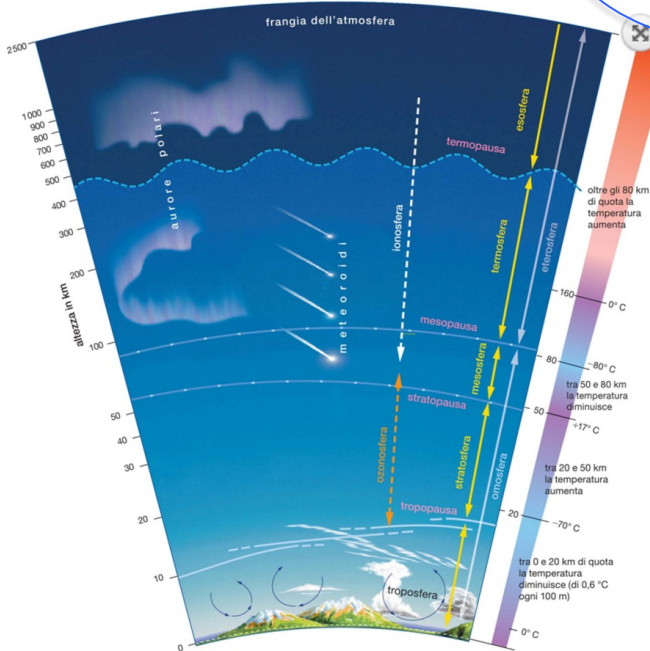
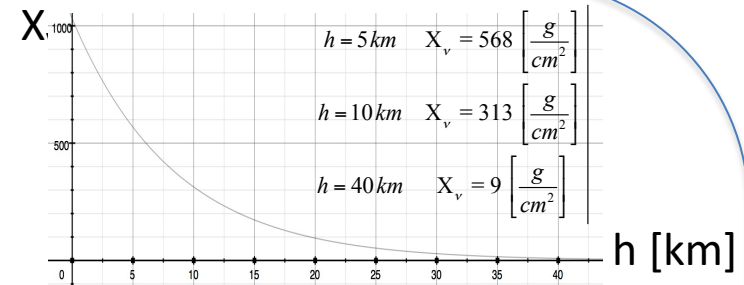
L'Atmosfera in prima approssimazione può essere considerata come un **gas isotermico con $T(h) = \text{const.}$**

(vertical) atmospheric depth:

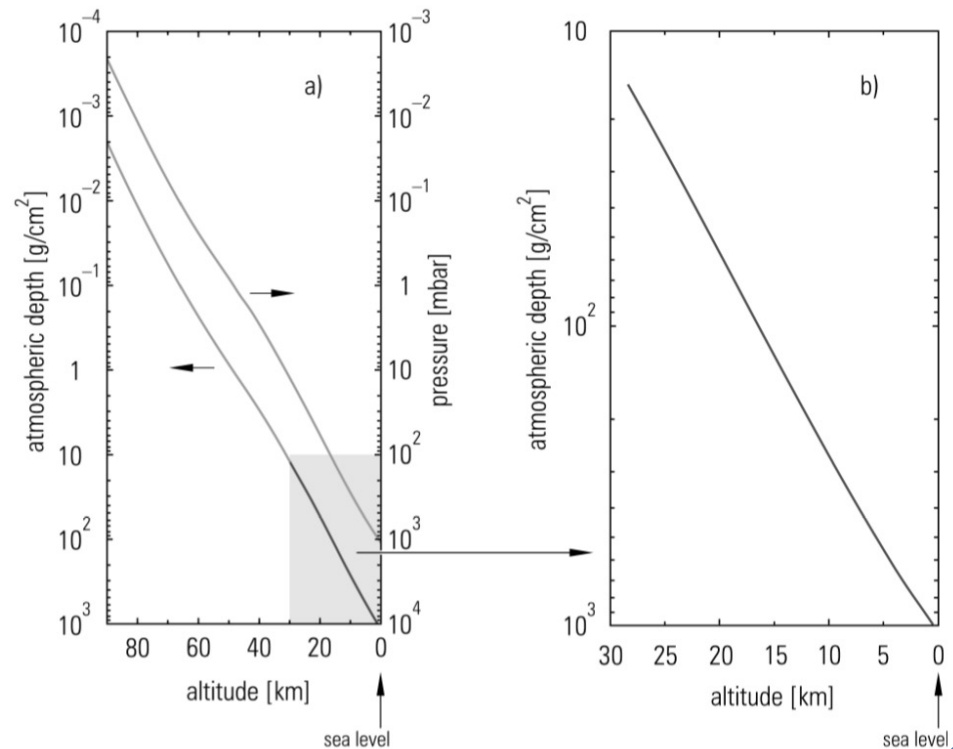
$$X_v = X_v^{atm} e^{-\frac{h}{h_0}} \left[\frac{g}{cm^2} \right]$$

$$\left(X_v^{atm} = 1030 \frac{g}{cm^2} \quad h_0 = \frac{kT}{Mg} \approx 8.4 \text{ km} \right)$$

≈ 10 metri di acqua



For horizontal directions, the slant depth corresponds to about $X(\theta = 90^\circ) = 36000 \text{ g cm}^{-2}$.



Atmosfera: Vertical thickness = 1030 g/cm^2

Numero di lunghezze di interazioni nell'atmosfera: $\frac{1030 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}}{85 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}} \approx 12$

Per i **nuclei di Ferro**, essendo $\sigma_{Fe} \approx \pi \cdot r_0^2 (A_{Fe}^{2/3} + A_{Atm}^{2/3})$

si ottiene: $\frac{\sigma_{Fe}}{\sigma_p} = \frac{\pi \cdot r_0^2 (A_{Fe}^{2/3} + A_{Atm}^{2/3})}{\pi \cdot r_0^2 A_{Atm}^{2/3}} = 3.5$

quindi:

Lunghezza di Interazione
dei **ferri** in **atmosfera**

$$\lambda_I^{Fe} = \frac{85}{3.5} \approx 24 \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^2} \right]$$

Una conseguenza del modello adronico a quark* e che la sezione d'urto per i **pioni secondari** è $\sigma_\pi \simeq 2/3 \sigma_p$

(*i pioni hanno 2 quarks mentre i protoni hanno 3 quarks)

Di conseguenza la lunghezza di interazione dei pioni secondari in atmosfera è:

$$\lambda_I^\pi = 120 \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^2} \right]$$

Lunghezza di Radiazione (Elettromagnetica): X_0

Fornisce la probabilità affinché avvenga un irraggiamento ed una formazione di coppie

$$-\frac{dE}{dX}\bigg|_{brems} \approx \frac{E}{X_0}$$

Per gli **elettroni** X_0 è il cammino necessario affinché l'energia si riduce ad $1/e$

Per i **fotoni** X_0 è lo spessore entro cui la materializzazione e^+/e^- ha probabilità $P = 1 - e^{-7/9} = 54\%$

$$\frac{1}{X_0} \cong \frac{4 \alpha N_A \rho r_e^2}{A} \ln \frac{187}{Z^{1/3}}$$

In Atmosfera:

Lunghezza di Radiazione in atmosfera

$$X_0^{air} = 37 \left[\frac{g}{cm^2} \right]$$

Materiale	(g/cm ²)	(cm)
Aria	36.20	30050
Acqua	36.08	36.1
Piombo	6.37	0.56

Numero di lunghezze di radiazione nell'atmosfera:

$$\frac{1030 \frac{g}{cm^2}}{37 \frac{g}{cm^2}} \approx 28$$

Balloon Experiments

Scientific balloons are made of **20 μm thick** polyethylene film with a **diameter of about 140 m** filled with **helium gas** and fly at **altitudes up to 42 km**.

Payloads up to 3,600 kg attached to a parachute. *The flights are terminated by remotely firing an explosive squib that separates the payload from the balloon.*

In the early 1990s, successful long flights (1–2 weeks) around Antarctica.

From 2005 to 2010, the cosmic ray energetics and mass (**CREAM**) payload flew six times, for a cumulative exposure of 162 days.



Major improvement was the use of **superconducting magnet spectrometers**.

- Balloon Experiment with a superconducting Solenoid Spectrometer (**BESS**),
- Cosmic AntiParticle Ring-Imaging Cherenkov Experiment (**CAPRICE**),
- High-Energy Antimatter Telescope (**HEAT**).

Pioneering calorimeters using **emulsions** for measurements of CRs above 2 TeV (*limited charge resolution and measured groups of nuclei with close electric charge*) were:

- Japanese-American Collaborative Emulsion Experiment (**JACEE**),
- RUssian-Nippon JOint Balloon Experiment (**RUNJOB**).

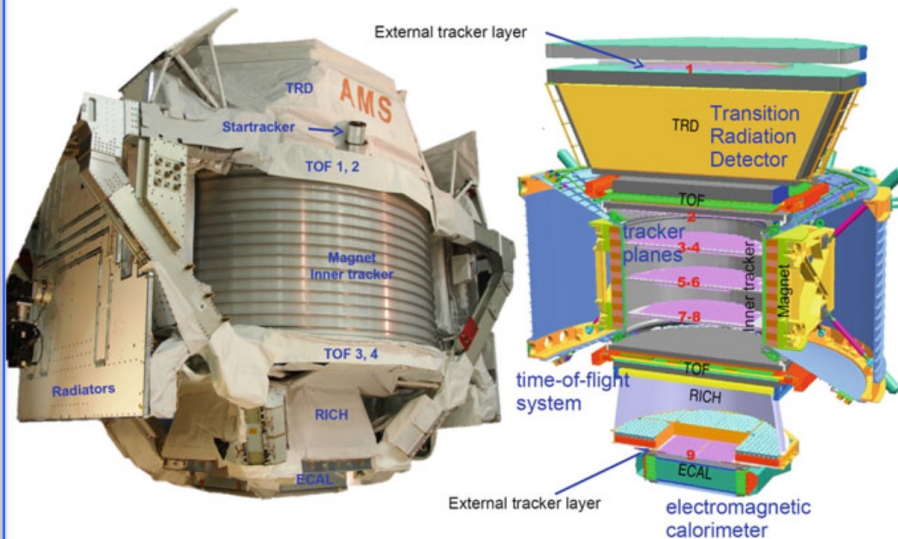
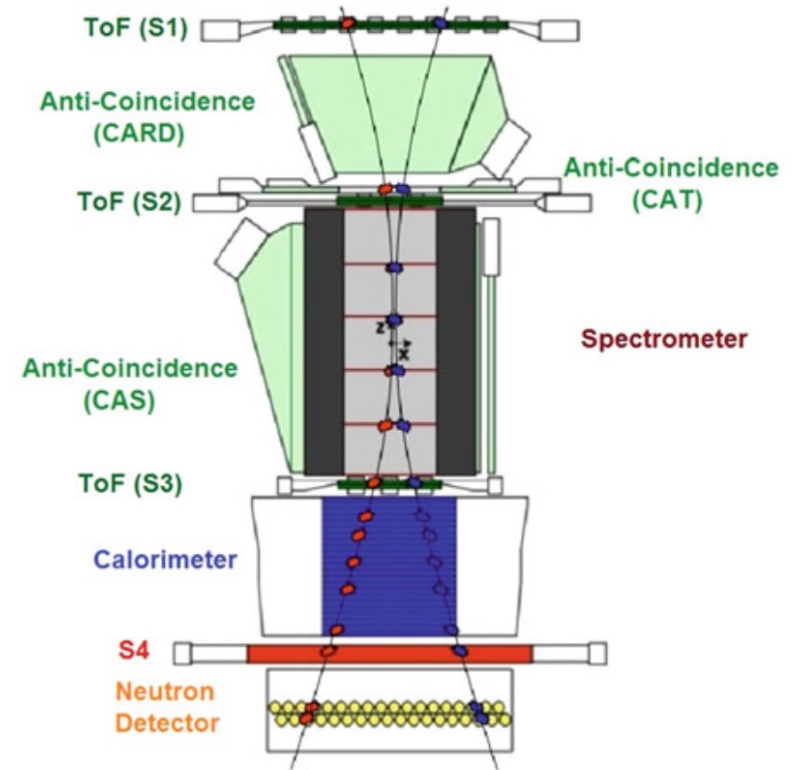
The Transition Radiation Array for Cosmic Energetic Radiation (**TRACER**) experiment extended the flux measurements of heavy nuclei to higher energies

(two layers of plastic scintillators ($2 \times 2\text{m}^2$) which measured the electric charge, and a TRD).

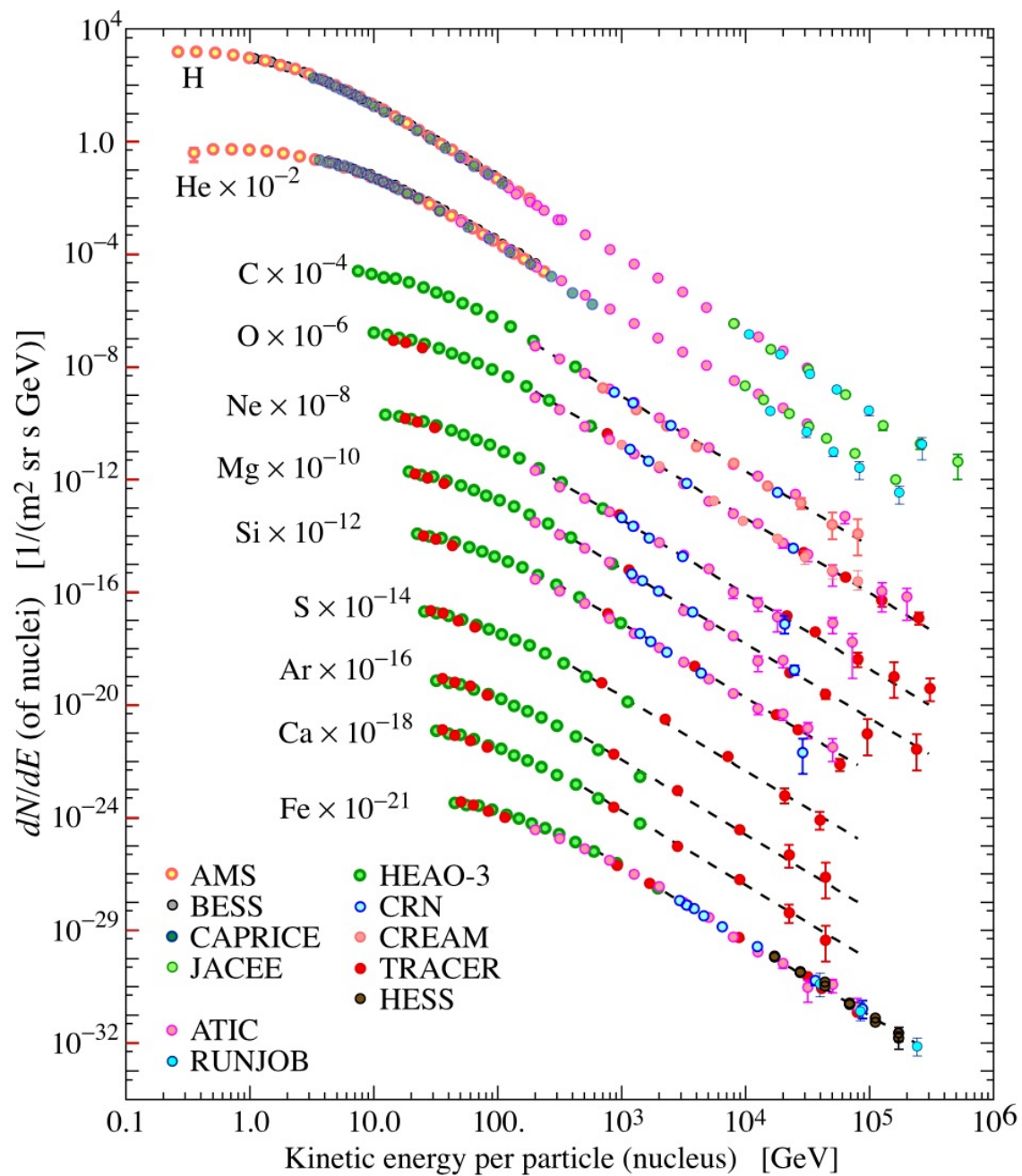
Satellite Experiments

The Payload for Antimatter Matter Exploration and Light-nuclei Astrophysics (**PAMELA**) mainly devoted to antimatter studies.

launched in June 2006 from the Baikonur cosmodrome in Kazakhstan.



The Alpha Magnetic Spectrometer (**AMS**) is the largest particle physics detector ever carried outside the atmosphere. It was designed to operate as an external module on the International Space Station (ISS).



Abbondanze degli elementi nel Sistema Solare (SS) e nei Raggi Cosmici (CRs)

Tutti gli elementi della tavola periodica sono presenti sia nei **Raggi Cosmici** che nel **Sistema Solare**

Notevole somiglianza tra le abbondanze misurate dei **Raggi Cosmici** e trovate nel **Sistema Solare**



Possiamo concludere che la materia da cui provengono i RC è la stessa del sistema solare e questo comporta che plausibilmente questa materia è stata originata dallo stesso meccanismo che ha originato il Sole e i suoi pianeti.

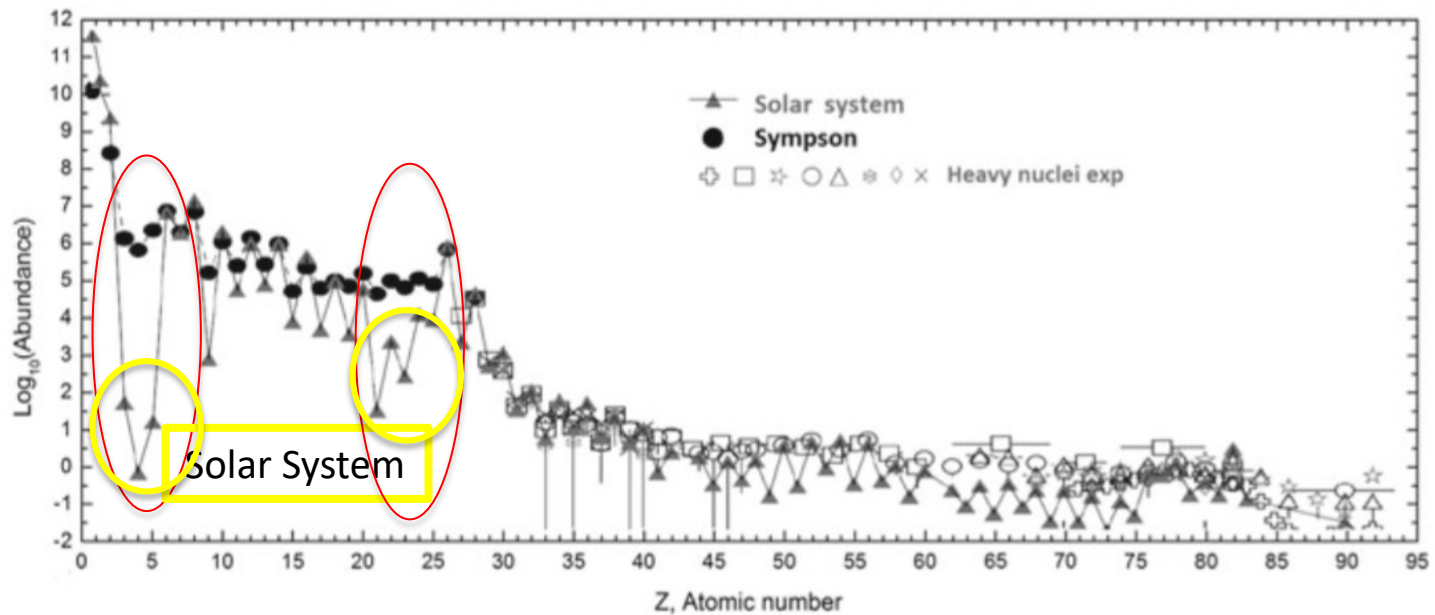
I RC costituiscono un campione di materia extra-sistema solare e contiene elementi estremamente rari difficili da osservare spettroscopicamente dalle linee delle stelle.

Grazie ai RC è anche possibile ottenere importanti informazioni sull'evoluzione chimica dell'Universo,

Table 3.3 Composition of the different CR components

Element (Z)	Group Z	R.A. $E_T > 2.5$ GeV	R.A. $E_T > 10.6$ GeV/n	Number of particles per 100 Si	
				CRs	SS
H (1)		26000	540	1.9×10^5	2.93×10^6
He (2)		3600	26	2.63×10^4	2.47×10^5
Li (3)	$\mathcal{L}$	18	0.121	130	5.6×10^{-3}
Be (4)		10.5	0.09	76	6.1×10^{-5}
B (5)		28	0.19	202	1.9×10^{-3}
C (6)	$\mathcal{M}$	100	0.99	720	7.2×10^2
N (7)		25	0.22	180	2.1×10^2
O (8)		91	1	655	1.6×10^3
F (9)	$\mathcal{H}$	1.7	0.015	12	8.0×10^{-2}
Ne (10)		16	0.152	115	330
Na (11)		2.7	0.026	20	5.8
Mg (12)		19	0.197	137	103
Al (13)		2.8	0.031	20	8.5
Si (14)		14	0.163	100	100
P (15)		0.6	0.005	4.3	0.8
S (16)		3	0.030	22	42
Cl (17)		0.5	0.005	3.6	0.5
Ar (18)		1.5	0.009	11	9.3
K (19)		0.8	0.006	5.7	0.4
Ca (20)		2.2	0.018	15.8	6.0
Sc (21)	$\mathcal{VH}$	0.4	0.003	2.9	3.4×10^{-3}
Ti (22)		1.7	0.010	12.2	0.25
V (23)		0.7	0.005	5.0	2.9×10^{-2}
Cr (24)		1.5	0.011	10.8	1.3
Mn (25)		0.9	0.009	6.5	0.9
Fe (16)		10.8	0.110	78	84.8
Co (27)		<0.2	4×10^{-4}	–	0.23
Ni (28)		0.4	0.007	2.9	4.9
(29–30)		–	–	–	0.2
(>30)	$\mathcal{UH}$	5×10^{-3}	–	0.02	0.02
(–1)	e^-	260	5	3×10^4	2.93×10^6

The relative abundances (R.A.) measured with different methods and energy thresholds are reported in column 3 (Grieder 2001) and 4 (Engelmann et al. 1990). The corresponding relative CR abundances (column 5) are compared with that of the solar system (SS, column 6) (Lodders et al. 2009). The last two columns are arbitrary normalized to 100 for Si



SIMILARITA':

I due campioni (abbondanze nei RC e SS) mostrano una **grossa similarità** che nella più parte dei casi è entro il 20%

DIFFERENZA:

Non di meno esiste una **grande differenza** tra i due campioni. Il più rilevante è la **sovrabbondanza** di **Li, Be, B** nei RC rispetto al SS.

Il rapporto delle abbondanze **(Li + Be + B)/(C + N + O)** nei RC rispetto al SS è **$\sim 10^5$** .

Questa differenza è interpretata come dovuta alla [propagazione](#) dei Raggi Cosmici nella Galassia :

- **Carbonio, Azoto e Ossigeno (CNO)** sono considerati Raggi Cosmici **Primari**, che sono prodotti e accelerati dalle sorgenti astrofisiche.
- **Litio, Berillio e Boro (LiBeB)** sono prodotti come Raggi Cosmici **Secondari** dalla frammentazione degli elementi CNO con il l'Interstellar Medium.

RC Primari + Interstellar Medium $\Rightarrow$ RC Secondari

Measurement of escape time τ_{esc}

As the spallation cross-section of the relevant nuclei is known at GeV energies, the ratio of secondary to primary cosmic rays are used to infer the average escape time τ_{esc} of CRs in the Galaxy.

In addition to stable isotopes, CRs contain long-lived radioactive nuclides, mostly of secondary origin. The observed abundances of these isotopes can be used for establishing various time scales related to the origin of CRs. In particular, secondary isotopes which decay through $\beta^\pm$ emission have been used as a second method to measure the escape time τ_{esc} .

Lo
tratteremo
più avanti

Rivelazione Indiretta dei Raggi Cosmici

Abbiamo visto che per energie superiori ai 10^{14-15} eV il flusso dei RC è ridotto a circa **1 particella per m² all'anno**. Non è pertanto possibile raccogliere sufficiente statistica con rivelatori posizionati ad alta quota come fatto precedentemente.

$$\begin{aligned}\mathcal{F}(>10^9 \text{ eV}) &\simeq 1,000 \text{ particles/s m}^2 \\ \mathcal{F}(>10^{15} \text{ eV}) &\simeq 1 \text{ particle/year m}^2 \\ \mathcal{F}(>10^{20} \text{ eV}) &\simeq 1 \text{ particle/century km}^2\end{aligned}$$

Atmosfera come un calorimetro

Vedremo come è possibile sfruttare l'atmosfera come un calorimetro, e come, studiando gli sciami generati in esse dall'interazione dei RC (EAS), sia possibile risalire alla natura e alle caratteristiche dei RC che li hanno prodotti.

Discuteremo ora degli EAS rimandando più avanti le tecniche di rivelazione (e pertanto le metodologie attraverso le quali è possibile dallo studio degli EAS risalire alle caratteristiche dei RC)

Particle Showers in the Atmosphere

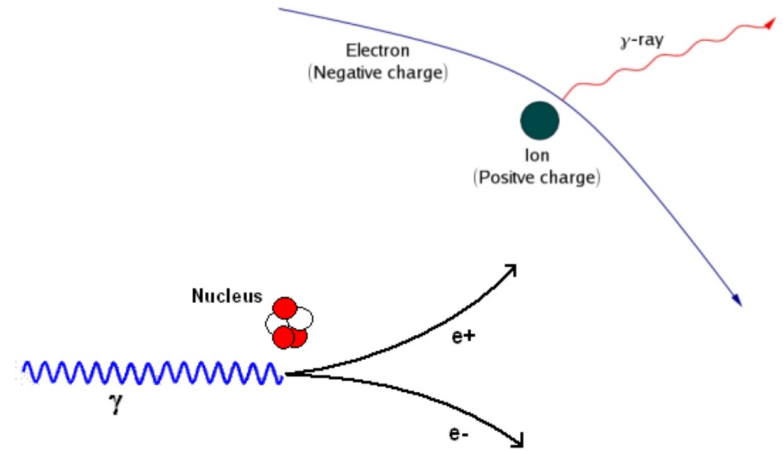
- **γ -rays** - High energy **primary γ -rays** induce an almost pure [EM cascade](#)
- **protons or nuclei** - Cascades initiated by **primary CR protons or nuclei** have [additional features](#).

The Electromagnetic (EM) Cascade

The EM showers containing only e^+e^- and γ -rays and are initiated by photons or electrons

EM showers are governed mainly by

- (i) **bremsstrahlung** of electrons and positrons
- (ii) **pair production** by photons.



The **radiation length, X_0** , is defined as:

- (a) the mean free path of a high-energy electron, corresponding to the distance over which it loses all but $1/e$ of its energy by bremsstrahlung
- (a) $7/9$ of the mean free path for pair production by a high-energy photon. (The factor $7/9$ arises from QED arguments).

$$\frac{dE}{dx} = 4\alpha N_A \frac{Z^2}{A} r_e^2 \cdot E \ln \frac{183}{Z^{1/3}}$$

$$\frac{dE}{dx} = \frac{E}{X_0} \quad \text{with} \quad X_0 = \frac{A}{4\alpha N_A Z^2 r_e^2 \ln \frac{183}{Z^{1/3}}}$$

[Radiation length in g/cm²]

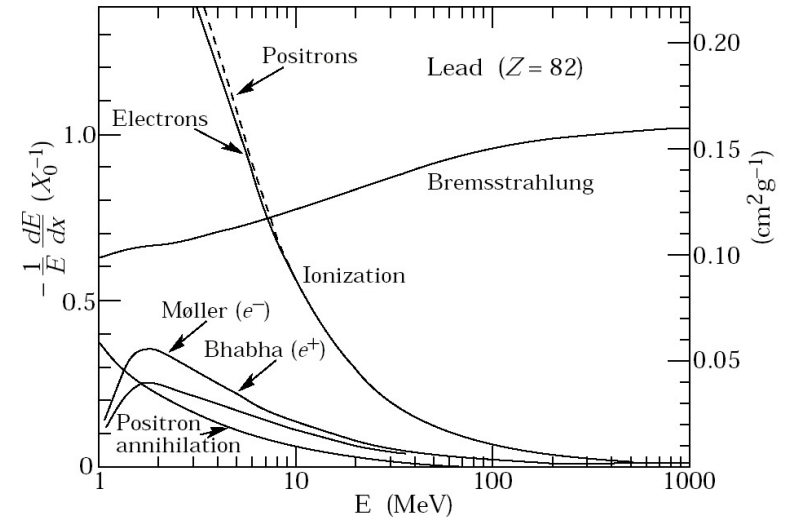
$$\left. -\frac{dE}{dX} \right|_{\text{bremstr}} \approx \left. -\frac{dE}{dX} \right|_{\text{pair_production}} \approx \frac{E}{X_0}$$

The **bremsstrahlung** (dominant for $E > E_c$) and the **excitation/ionization** energy loss (dominant for $E < E_c$) are competing processes in showers.

E_c Energia critica

$$\frac{\left(\frac{d\bar{E}}{dx}\right)_{\text{irraggiamento}}}{\left(\frac{d\bar{E}}{dx}\right)_{\text{ionizzazione}}} \approx \frac{E(\text{MeV}) \cdot Z + 1.2}{700}$$

Ex: Piombo



$$E_c^{Pb} \approx \frac{700}{Z+1.2} = \frac{700}{82+1.2} \approx 8.31 \text{ MeV}$$

Considerando per l'**aria** un valore di Z di circa 7 si ha:

$$E_c^{air} = 86 \text{ MeV}$$

Heitler's Model of EM Showers
(1944) model of the evolution
of electromagnetic cascades

$$-\left.\frac{dE}{dX}\right|_{\text{bremstr}} \approx -\left.\frac{dE}{dX}\right|_{\text{pair_production}} \approx \frac{E}{X_0}$$

integrando



$$E(X) = E_0 e^{-\frac{X}{X_0}}$$

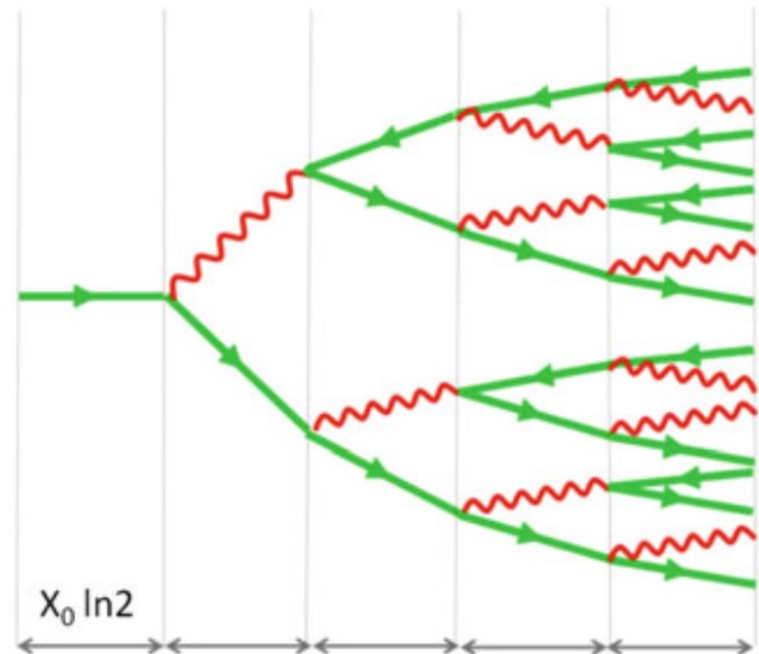
$$X = x \cdot \rho \left[\frac{g}{\text{cm}^2} \right]$$

$$\text{step: } d = \ln 2 \cdot X_0 \left[\frac{g}{\text{cm}^2} \right]$$

$$\frac{E(X=d)}{E_0} = e^{-\left(\frac{\ln 2 \cdot X_0}{X_0}\right)} = \frac{1}{2}$$

SEMPLIFICAZIONE:

In this model cross sections of the two processes are assumed equal, independent of the energy and additional energy loss mechanisms are ignored. The radiation length X_0 represents both photon's and electron's mean free paths in the matter, neglecting for the former the factor 7/9.



Statistically, at each step

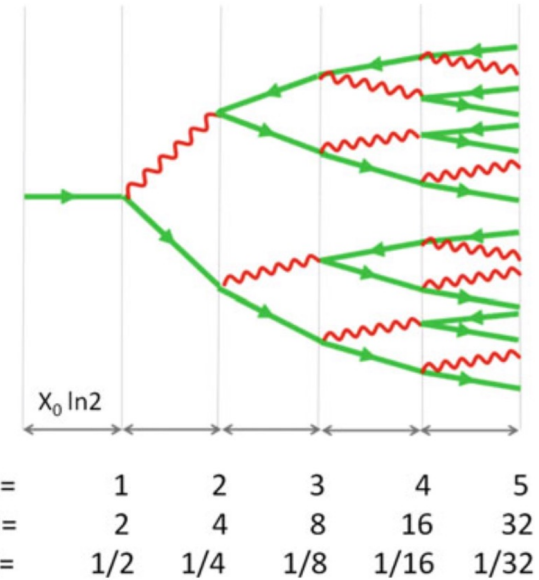
- **electrons/positrons** halve their energy via bremsstrahlung emission of a single photon
- **photons** produce an electron-positron pair each with half the energy of the photon

Therefore, at each step

- the **total number of particles** increases by a factor of two
- the **energy** of each particle decreases by a factor of two

After **k generations**

- the number of particles is $N_k = 2^k$
- their individual energy is $E_0/2^k$



This development continues until at the step **k*** the individual energy drops below the **critical energy E_c** .

At **k*** the number of secondary particles reaches, therefore, a maximum (the so-called **shower maximum**):

$$N_{\max} = 2^{k^*} \approx \frac{E_0}{E_c}$$

Esempio a **10 TeV photon** reaching the top of the atmosphere produces in the Heitler's model **$\sim 10^5$ secondary particles** at the shower maximum.

$$N_{\max} = 2^{k^*} \approx \frac{E_0}{E_c} = \frac{10 \text{ TeV}}{86 \text{ MeV}} \approx \frac{10^{13} \text{ eV}}{10^8 \text{ eV}} = 10^5 \quad k^* = \frac{\ln 10^5}{\ln 2} \approx 16$$

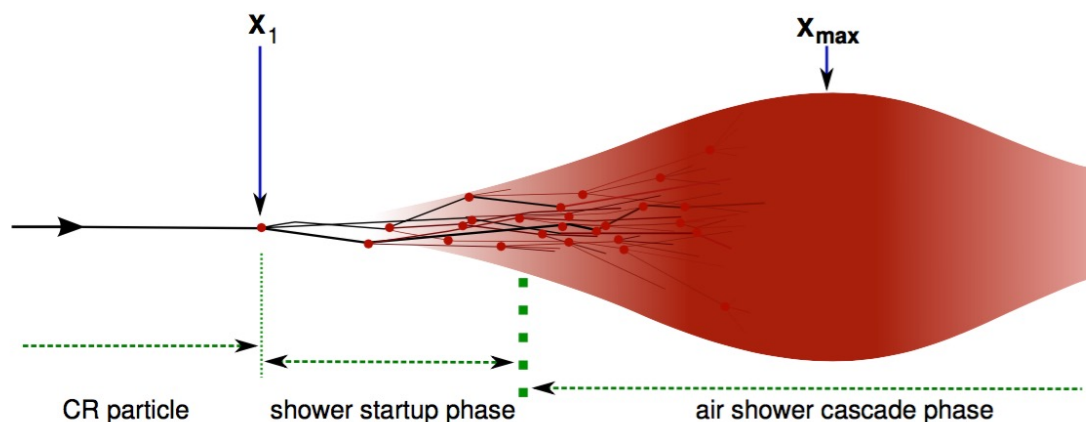
The depth in the atmosphere (in g cm^{-2}) where the maximum of the electromagnetic cascade occurs is:

$$X_{\text{max}}^{\gamma} = X_1 + k^* \cdot d = X_1 + k^* \cdot \ln 2 \cdot X_0 = X_1 + X_0 \cdot \ln \left(\frac{E_0}{E_C} \right)$$

where X_1 is the atmospheric depth where the cascade starts.

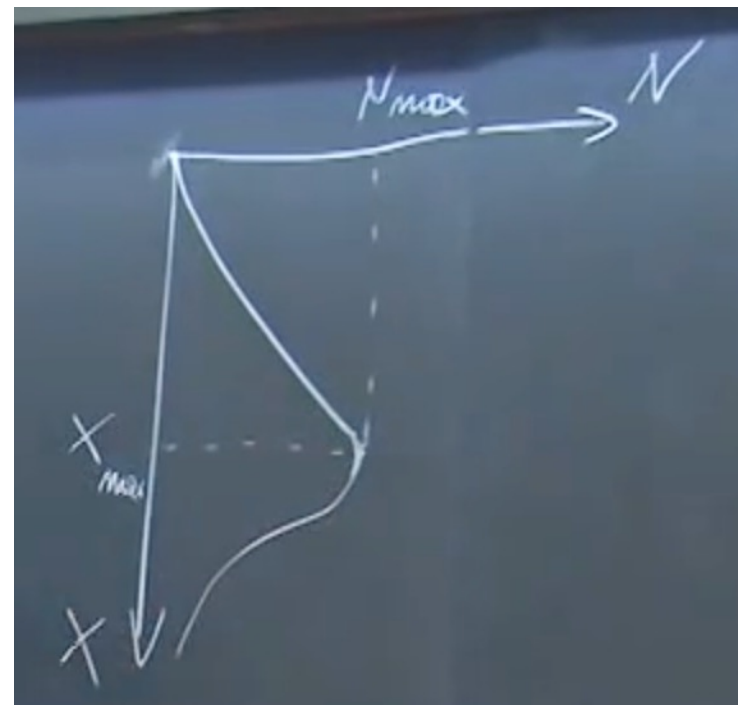
$$2^{k^*} \approx \frac{E_0}{E_C} \Rightarrow \ln 2^{k^*} \approx \ln \left(\frac{E_0}{E_C} \right) \Rightarrow k^* \ln 2 \approx \ln \left(\frac{E_0}{E_C} \right)$$

$$X_{\text{max}}^{\gamma} = X_1 + X_0 \cdot \ln \left(\frac{E_0}{E_C} \right)$$



The position of the shower maximum depends logarithmically on the energy E_0

$$X_{\text{max}}^{\gamma} \propto \ln E_0$$



Monte Carlo simulations confirm the properties of **Heitler's** model.

although

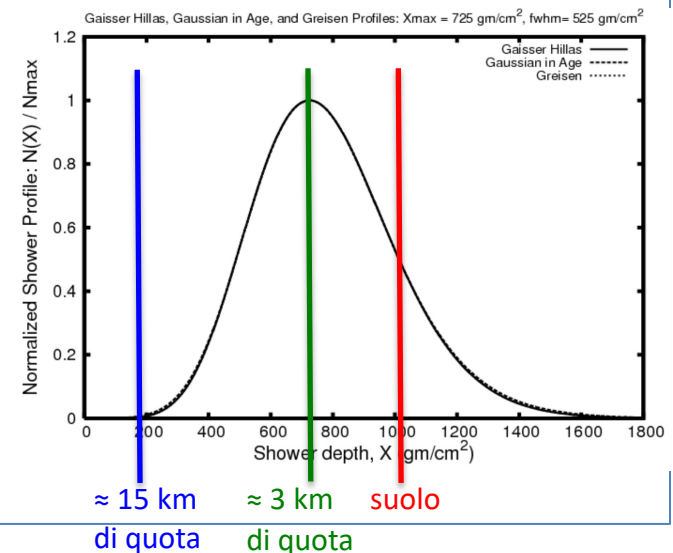
- the particle number at maximum is overestimated by factors $\sim 2-3$.
- Heitler's model $N_e/N_\gamma=2$, while Monte Carlo simulations give $N_e/N_\gamma \sim 1/6$.

During the bremsstrahlung process, multiple photons are emitted and electrons lose energy through additional channels.

Analytic Solutions Greisen in 1960 developed a compact and still often used parameterization of the mean number of charged particles as a function of atmospheric depth X for a γ -ray induced shower:

$$N_e^\gamma(X) = \frac{0.31}{\sqrt{\ln\left(\frac{E_0}{E_C}\right)}} e^{\left[\left(1 - \frac{3}{2} \ln\left(\frac{3X}{X+2X_{\max}^\gamma} \right) \right) \frac{X}{X_0} \right]}$$

Greisen function (1960) introdotta per **sciame EM**
Gaissner-Hillas function (1977) adattata per **sciame adronici**



Showers Initiated by Protons and Nuclei

CRs are mainly **protons** and heavier **nuclei**, which initiate a **hadronic shower** by interacting with atmospheric nuclei after traversing on average one **interaction length** λ_I .

$$p + air \rightarrow \pi^{\pm}, \pi^0, k^{\pm}, k^0, p, n$$

$$Nuclei + air \rightarrow \pi^{\pm}, \pi^0, k^{\pm}, k^0, p, n$$

$$\pi^0 \xrightarrow{\tau=8.4 \cdot 10^{-17} s} \gamma + \gamma \quad \Longrightarrow \quad \pi^0 \text{ decay length: } d'_{\pi^0} = \Gamma \cdot \tau \cdot c = \Gamma \cdot 2.5 \cdot 10^{-6} cm$$

$$\begin{array}{l} \pi^+ \xrightarrow{\tau=2.6 \cdot 10^{-8} s} \mu^+ + \nu_{\mu} \\ \pi^- \xrightarrow{\tau=2.6 \cdot 10^{-8} s} \mu^- + \bar{\nu}_{\mu} \end{array} \quad \Longrightarrow \quad \pi^{\pm} \text{ decay length: } d'_{\pi^{\pm}} = \Gamma \cdot \tau \cdot c = \Gamma \cdot 780 cm$$

Competition between interaction & decay

Once produced $\pi^\pm$ can either **interact** or **decay** with air nuclei.

Whether decay or interaction dominates depends upon which of the two, $d_{\pi^\pm}$ or λ_I^π , is smaller.

$$\pi^\pm \text{ interaction length: } \lambda_I^\pi = 120 \left[\frac{g}{cm^2} \right]$$

$$\pi^\pm \text{ decay length: } d_{\pi^\pm} = d'_{\pi^\pm} \cdot \rho = \Gamma \cdot 780 \cdot \rho \left[\frac{g}{cm^2} \right]$$

The role of the two processes is also complicated by the fact that the interaction probability depends on the material density, which in the atmosphere depends in turn on the height h (altitude).

- **high-energy $\pi^\pm$** prevalently **interact** (because the relativistic Lorentz factor Γ is high),
- **low-energy $\pi^\pm$** **decay**.

At **high altitudes**, pions are more likely to **decay** than at low altitudes, where the atmosphere is denser.

In a **first-order model** we assume that $\pi^\pm$ always interact if their energy is above a certain **threshold energy** E_{dec}^π and decay if the energy is below E_{dec}^π .

$E(\pi^\pm) > E_{dec}^\pi$ always interact

$E(\pi^\pm) < E_{dec}^\pi$ always decay

imponendo:

$$d_{\pi^\pm} \equiv \lambda_I^\pi$$

e supponendo $\rho = 10^{-3} \text{ g cm}^{-3}$

$$\Gamma \cdot 780 \cdot 10^{-3} \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^{-2}} \right] \equiv 120 \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^{-2}} \right] \Rightarrow \Gamma \equiv \frac{120}{780 \cdot 10^{-3}} = 154$$

$$\Rightarrow E_{dec}^\pi = m_\pi \cdot \Gamma = 140 \text{ MeV} \cdot 154 \approx 20 \text{ GeV}$$

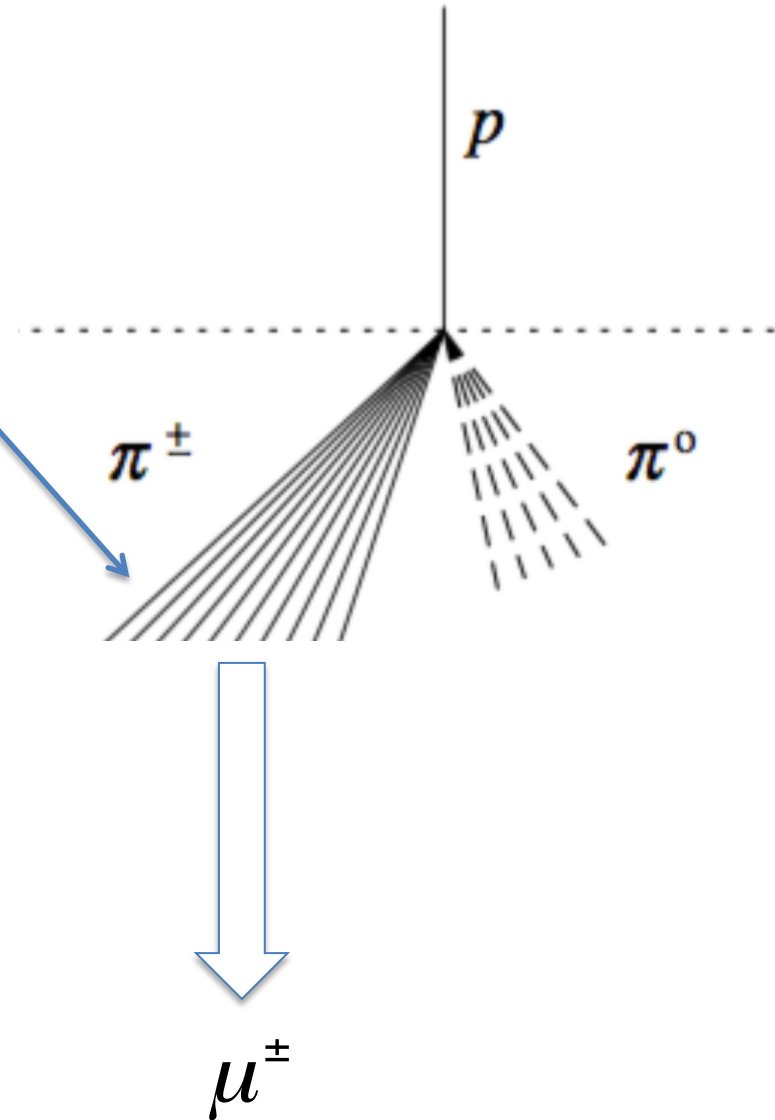
$$E_{dec}^\pi \approx 20 \text{ GeV}$$

In each hadronic interaction, $\frac{2}{3}$ of the initial energy is transferred to the hadronic component.

After k generations the energies of the hadronic (E_h) and electromagnetic (E_{EM}) components are given by:

$$E_h = \left(\frac{2}{3}\right)^k E_0$$

$$E_{EM} = E_0 - E_h$$



The **Muon Component** in a **Proton-Initiated Cascade**

The dependence of the number of muons in the cascade on E_0 is:

$$N_{\mu}^p = \left(\frac{E_0}{E_{dec}^{\pi}} \right)^{\beta}$$

- n_{ch} è il numero dei pioni carichi
- n_h è il numero dei pioni totali

$$\beta = \frac{\ln n_{ch}}{\ln n_h} = \frac{\ln 2N_{\pi}}{\ln 3N_{\pi}} \approx 0.85 \quad (\text{per } N_{\pi} = 5)$$

$n_{ch} = 10$

Tiene conto della **molteplicità**

Solo una piccola frazione dell'energia a disposizione viene trasformata in energia di massa delle particelle prodotte. La maggior parte rimane sotto forma di energia cinetica.

Per esempio a $\sqrt{s}=100$ GeV la molteplicità media dei pioni carichi è dell'ordine della decina mentre l'energia a disposizione permetterebbe la produzione di alcune centinaia

The **number of muons** produced in an air shower increases almost linearly with the proton energy E_0 , as $N_{\mu}^p \propto E_0^{\beta}$ with $\beta \sim 0.85$.

Esempio: per $E_0=10^{15}$ eV si ha:

$$N_{\mu}^p = \left(\frac{E_0}{E_{dec}^{\pi}} \right)^{\beta} \approx \left(\frac{10^{15} \text{ eV}}{20 \text{ GeV}} \right)^{0.85} \approx 10^5 \text{ muoni}$$

Depth of the Shower Maximum for a Proton Shower

The atmospheric depth at which the electromagnetic component of a proton-induced shower reaches its maximum is denoted as $X_{\max}^p$.

For a primary proton the first interaction occurs on average at an atmospheric depth $X_1 = \lambda_I$

$$X_{\max}^p \approx \lambda_I + X_0 \cdot \ln \left(\frac{E_0}{2n_h E_c} \right)$$

The difference between the position of the maximum in the atmosphere for a proton or a γ -ray initiated shower of the same energy E_0 .

$$X_{\max}^p \approx \lambda_I + X_0 \cdot \left[\ln \left(\frac{E_0}{E_c} \right) - \ln(2n_h) \right] \approx 2.5X_0 + \left(X_{\max}^\gamma - \frac{X_0}{2} \right) - 3.4X_0$$

$\lambda_I^p \approx 85 \left[\frac{g}{cm^2} \right]$ $\lambda_I \approx 2.5X_0$ $\ln(2n_h) \approx 3.4$ $con n_h = \frac{3}{2}n_{ch} = \frac{3}{2}10 = 15$
 $X_0^{air} = 37 \left[\frac{g}{cm^2} \right]$

Numerically

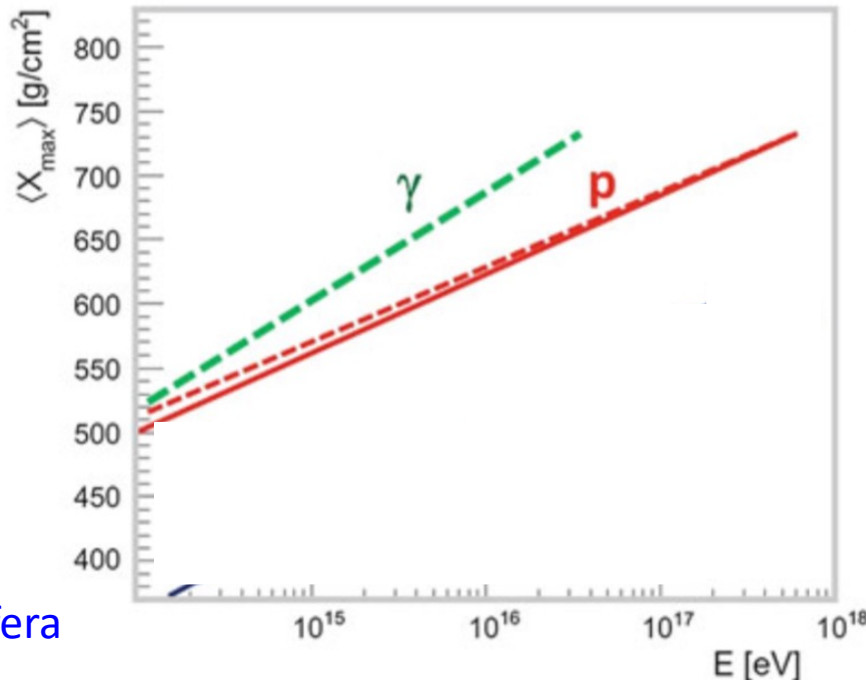
$$X_{\max}^{\gamma} - X_{\max}^p \approx 1.4 X_0$$

$$1.4 X_0 \approx 1.4 \cdot 37 \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^2} \right] \approx 50 \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^2} \right]$$

corresponding to about **50 g cm⁻²** in atmosphere.

The maximum of the EM shower induced by a **proton occurs higher** in the atmosphere than that induced by a photon of the same energy E_0 .

Suolo



I fotoni a parità di energia penetrano di più dei protoni

$X_{\max}^{\gamma} - X_{\max}^p$ depend on energy

Top Atmosfera

Showers Induced by Nuclei:

The Superposition Model

Per estendere l'approccio utilizzato per caratterizzare gli EAS iniziati dai protoni al caso di EAS iniziati da nuclei utilizziamo il **superposition model**.

The **superposition model** assumes that
a nucleus with atomic mass number A and energy E_0
is equivalent to
A individual single nucleons, each having an energy E_0/A ,
and acting independently.

The resulting EAS is treated as the sum of A individual proton induced showers, all starting at the same point.

The corresponding shower features are obtained by replacing $E_0 \rightarrow E_0/A$ in the expressions derived for proton showers and summing A such showers.

$$\text{esempio: } 1 \text{ Fe da } 10^{20} \text{ eV} \Leftrightarrow 56 \text{ p da } \frac{10^{20} \text{ eV}}{56} \approx 1.8 \cdot 10^{18} \text{ eV}$$

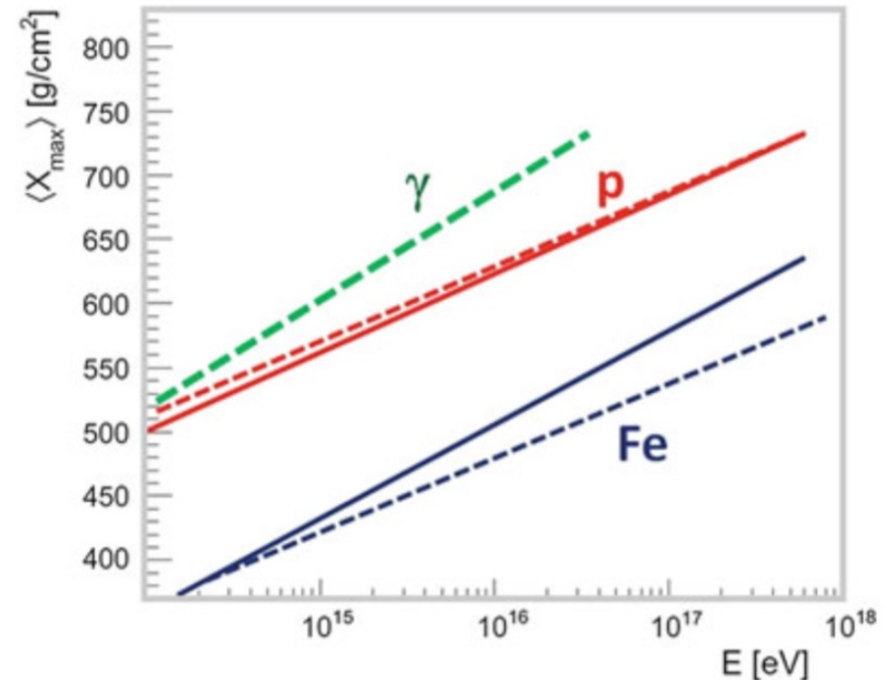
Depth of the Shower Maximum for a Nucleon Shower

To evaluate the average depth of the **shower maximum from a nucleus of mass A** we use $X_{\max}^p$ assuming that the shower is originated from a nucleon in the nucleus with energy E_0/A .

Thus, replacing

$$E_0 \rightarrow \frac{E_0}{A} \quad \text{and} \quad \lambda_I \rightarrow \lambda_I^A$$

$$X_{\max}^A \approx \lambda_I^A + X_0 \cdot \ln \left(\frac{\frac{E_0}{A}}{2n_h E_c} \right)$$

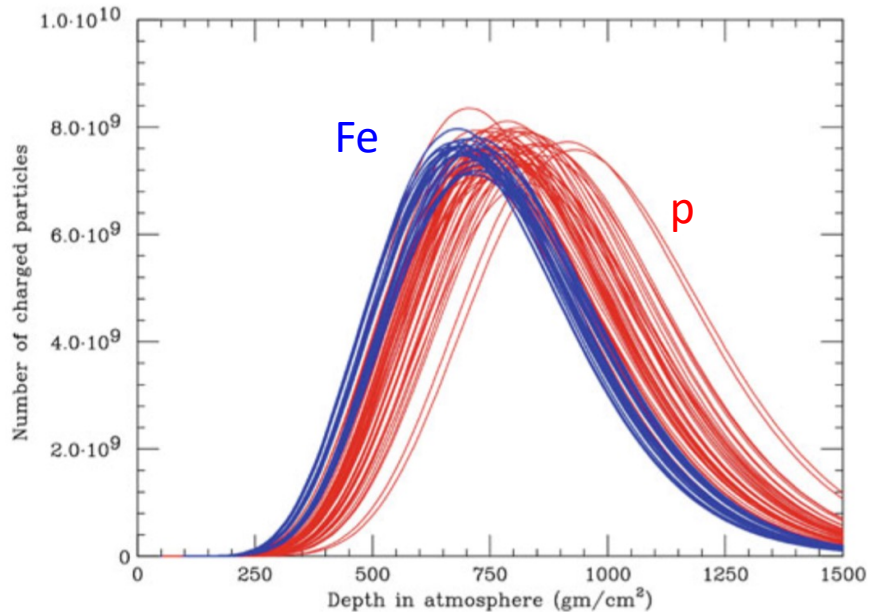


from which we obtain:

$$X_{\max}^A \approx \lambda_I^A + X_0 \cdot \ln \left(\frac{E_0}{2n_h E_c A} \right) - X_0 \ln A \approx X_{\max}^p - X_0 \ln A$$

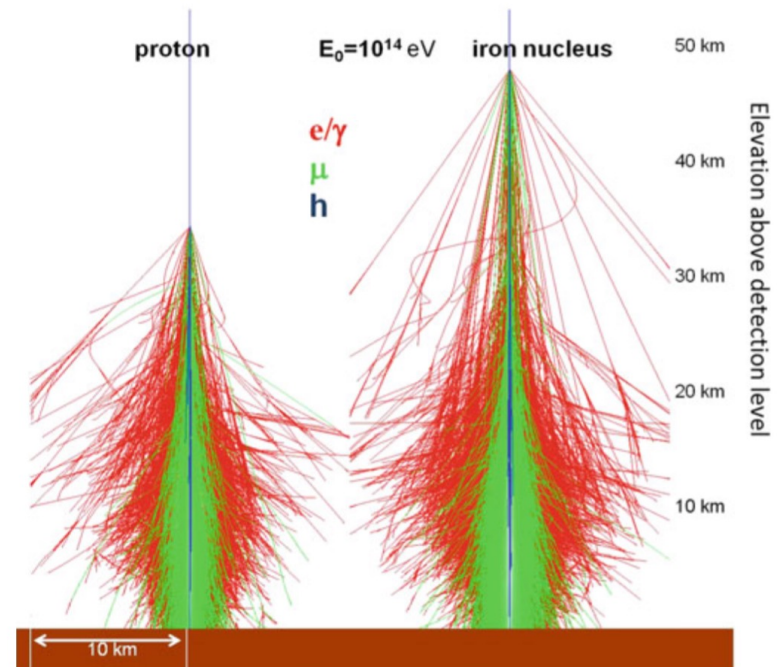
$$X_{\max}^p - X_{\max}^A \approx X_0 \ln A$$

Air shower initiated by a **He**, **O** and **Fe** nucleus of the same total energy reaches its maximum $X_0 \ln(A) = 37 \ln(4) \approx 50 \text{ g/cm}^2$, $X_0 \ln(A) = 37 \ln(16) \approx 100 \text{ g/cm}^2$ and $X_0 \ln(A) = 37 \ln(56) \approx 150 \text{ g/cm}^2$ earlier than that initiated by a p with the same energy.



Simulation of the longitudinal profile produced with the CORSIKA code for 50 **proton-induced** (red) and 50 **iron-induced** (blue) showers. The same total energy of 10^{19} eV is assumed. Shower-to-shower fluctuations on N_{emax} and X_{max} are evident.

Showers Initiated by Protons and Nuclei



Oltre alla diversa penetrazione (X_{max}) in atmosfera dei nuclei rispetto ai protoni, vi è differenza anche nella (ΔX_{max}) dovuta alla maggiore statistica.

The *Muon Component* in a *nucleon-Initiated Cascade*

replacing $E_0 \rightarrow E_0/A$

$$N_{\mu}^A \approx A \times \left(\frac{E_0/A}{E_{dec}^{\pi}} \right)^{\beta} = A^{1-\beta} \cdot N_{\mu}^p$$

The important feature is that N_{μ}^A increases slowly as function of the mass A of the primary particle as $\propto A^{0.15}$.

Sebbene

..... N_{μ}^A increases slowly as function of the mass A of the primary particle as $\propto A^{0.15}$.

ma ricordando che

..... At high altitudes, pions are more likely to decay than at low altitudes, where the atmosphere is denser.

A parità di energia i **Ferri produrranno più muoni** dei protoni in quanto interagendo più in alto in atmosfera i pioni avranno più tempo per decadere.

Diffusione dei Raggi Cosmici nella Galassia

<http://homepages.ulb.ac.be/~khanson/particle-astrophysics/w11/PA3.pdf>

Lo **spettro osservato** dei RC dipende da due processi base:

1. L'**accelerazione** nelle sorgenti astrofisiche
2. La **propagazione** nell'ISM della nostra Galassia

Il “**galactic diffusion model**” spiega le osservazione in termini di:

- spettro energetico
- composizione
- isotropia dei RC

Le **informazioni sulla propagazione** dei RC nella Galassia sono ottenute dalla misura delle abbondanze degli **elementi leggeri (Li Be B)** che, come abbiamo visto, sono prodotti come RC secondari dalle interazioni di nuclei primari più pesanti con l'ISM

➔ Abbiamo visto come il bulk dei RC è ritenuto essere accelerato dalle SNR galattiche

➔ Abbiamo visto che esiste una grossa differenza tra le abbondanze di (Li Be B) nei Raggi Cosmici (CR) rispetto a quella misurata nel Sistema Solare (SS)

Indichiamo con R il **rapporto** tra gli elementi Leggeri (Li Be B) e gli elementi Medi (C N O)

$$R = \frac{Li\ Be\ B}{C\ N\ O}$$

e indichiamo con:

L=(Li Be B) (*Ligth*)

M=(CNO) (*Medium*)

dalla tabella si evince:

$$R_{CR} \approx 0.25$$

$$R_{SS} \approx 10^{-5}$$

Table 3.3 Composition of the different CR components

Element (Z)	Group Z	R.A. $E_T > 2.5$ GeV	R.A. $E_T > 10.6$ GeV/n	Number of particles per 100 Si	
				CRs	SS
H (1)		26000	540	1.9×10^5	2.93×10^6
He (2)		3600	26	2.63×10^4	2.47×10^5
Li (3)	L	18	0.121	130	5.6×10^{-3}
Be (4)		10.5	0.09	76	6.1×10^{-5}
B (5)		28	0.19	202	9.9×10^{-3}
C (6)	M	100	0.99	720	7.2×10^2
N (7)		25	0.22	180	2.1×10^2
O (8)		91	1	655	1.6×10^3
F (9)		1.7	0.015	12	1.0×10^{-2}
Ne (10)		16	0.152	115	330
Na (11)		2.7	0.026	20	5.8
Mg (12)		19	0.197	137	103
Al (13)		2.8	0.031	20	8.5
Si (14)		14	0.163	100	100
P (15)	H	0.6	0.005	4.3	0.8
S (16)		3	0.030	22	42
Cl (17)					
Ar (18)	VH	1.7	0.010	12	0.25
K (19)		0.7	0.005	5.0	2.9×10^{-2}
Ca (20)		1.5	0.011	10.8	1.3
Mn (25)		0.9			
Fe (16)		10.8			
Co (27)		<0.2			
Ni (28)		0.4			
(29-30)		-			
(>30)	UH	5×10^{-3}	-	0.02	0.02
(-1)	e ⁻	260	5	3×10^4	2.93×10^6

The relative abundances (R.A.) measured with different methods and energy thresholds are reported in column 3 (Grieder 2001) and 4 (Engelmann et al. 1990). The corresponding relative CR abundances (column 5) are compared with that of the solar system (SS, column 6) (Lodders et al. 2009). The last two columns are arbitrary normalized to 100 for Si

Gli **elementi leggeri L** sono creati attraverso processi di **spallazione** (o processi di frammentazione) dall'interazione degli **elementi medi M** con il Mezzo InterStellare ISM

La **produzione dei secondari**, distribuiti nell'intera Galassia, dipende:

- dalla **sezione d'urto** nucleare
- dalla **densità media dell'ISM ρ_{ISM}** (g cm^{-2})
- dalla **distanza x** (cm) percorsa tra la produzione e l'uscita dalla galassia dei primari

Definiamo “**path length**” (o *grammage*) la quantità ξ :

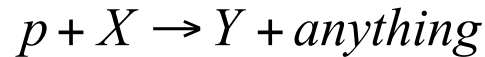
$$\xi = \rho_{ISM} \cdot x = \rho_{ISM} \cdot c \cdot \tau \quad \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^2} \right]$$

Il problema consiste nel trovare il valore di $\xi = \xi_{esc}$ (*escape length*)

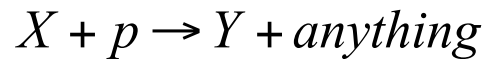
che riproduce il rapporto osservato $R_{CR} \approx 0.25$

questo valore corrisponde al valore medio di ISM attraversato dai RC prima di sfuggire dalla Galassia. In prima approssimazione consideriamo $\xi_{esc} = \text{costante}$ ossia indipendente dall'energia.

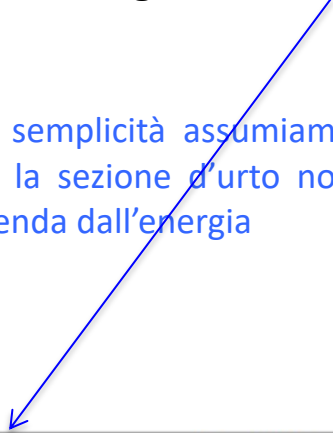
I processi di spallazione in cui gli elementi M producono gli elementi L interagendo sui protoni che costituiscono il mezzo interstellare ISM sono misurabili agli acceleratori:



formalmente uguale a:



Per semplicità assumiamo
che la sezione d'urto non
dipenda dall'energia



Noi siamo interessati ai processi in cui

X sono gli elementi medi M (CNO)

e

Y gli elementi leggeri L (Li Be B).

Nella tabella sono riportati le sezioni d'urto di frammentazione.

Nuclear			Target (X)		
Fragment (Y)			Fragmentation cross-section (mb)		
	Z	A	C	N	O
Li	3	6	12.6	12.6	12.6
Li	3	7	11.4	11.4	11.4
Be	4	7	9.7	9.7	9.7
Be	4	9	4.3	4.3	4.3
Be	4	10	2.9	1.9	1.9
B	5	10	17.3	16.0	8.3
B	5	11	31.5	15.0	13.9
Total cross-section (mb)			252.4	280.9	308.8

We assume that fragmentation cross-section does not depend on the energy

Facendo il rapporto tra la somma delle **sezioni d'urto di frammentazione** e la somma delle tre **sezioni d'urto totale** si ottiene la **probabilità** P_{ML} **che un elemento medio M si frammenti in un elemento leggero L.**

$$P_{ML} = \frac{\sum \sigma_i^{\text{frammentazione}}}{\sum \sigma_i^{\text{totale}}} = 0.28$$

Nuclear			Target (X)		
	Fragment (Y)		Fragmentation cross-section (mb)		
	Z	A	C	N	O
Li	3	6	12.6	12.6	12.6
Li	3	7	11.4	11.4	11.4
Be	4	7	9.7	9.7	9.7
Be	4	9	4.3	4.3	4.3
Be	4	10	2.9	1.9	1.9
B	5	10	17.3	16.0	8.3
B	5	11	31.5	15.0	13.9
Total cross-section (mb)			252.4	280.9	308.8

We assume that fragmentation cross-section does not depend on the energy

Quindi durante la propagazione si ha:

$$N_M + p \rightarrow N_L + \text{anything} \quad \text{con } P_{LM} = 0.28$$

Calcoliamo ora λ_M e λ_L

- Per i nuclei medi M la massa atomica è $A_M \approx 14$
- Per i nuclei leggeri L la massa atomica è $A_L \approx 8.5$

Introducendo questi valori di masse atomiche e tenendo conto che i nuclei bersaglio sono protoni si ottengono i valori per le **sezioni d'urto** e i **liberi cammini medi**:

$$\sigma = \sigma_{p-p} \cdot A^{2/3} \approx 45 \cdot A^{2/3} [mb]$$

$$\lambda = \frac{A \cdot m_p}{\sigma} = \frac{1 \cdot m_p}{\sigma} \left[\frac{g}{cm^2} \right]$$

$$\sigma_M \approx 280 \text{ mb} \Rightarrow \lambda_M \approx 6.0 \frac{g}{cm^2}$$

$$\sigma_L \approx 200 \text{ mb} \Rightarrow \lambda_L \approx 8.4 \frac{g}{cm^2}$$

Per determinare il valore di ξ_{esc} che riproduce il valore del rapporto osservato tra (Li Be B) e (C N O) dobbiamo impostare un sistema di equazioni differenziali per il numero di M ed L in funzione di ξ .

L'equazione che descrive la **riduzione** degli elementi medi **M** in funzione del path length ξ è:

$$\frac{d}{d\xi} N_M(\xi) = -\frac{N_M(\xi)}{\lambda_M}$$

L'equazione che descrive la **produzione** degli elementi leggeri **L** in funzione del path length ξ è: (questo contiene sia un termine positivo di sorgente e uno negativo di attenuazione)

$$\frac{d}{d\xi} N_L(\xi) = \frac{P_{ML}}{\lambda_M} N_M(\xi) - \frac{N_L(\xi)}{\lambda_L}$$

Il **termine di sorgente** cresce con la probabilità **P_{ML}** .

Le condizioni al contorno sono:

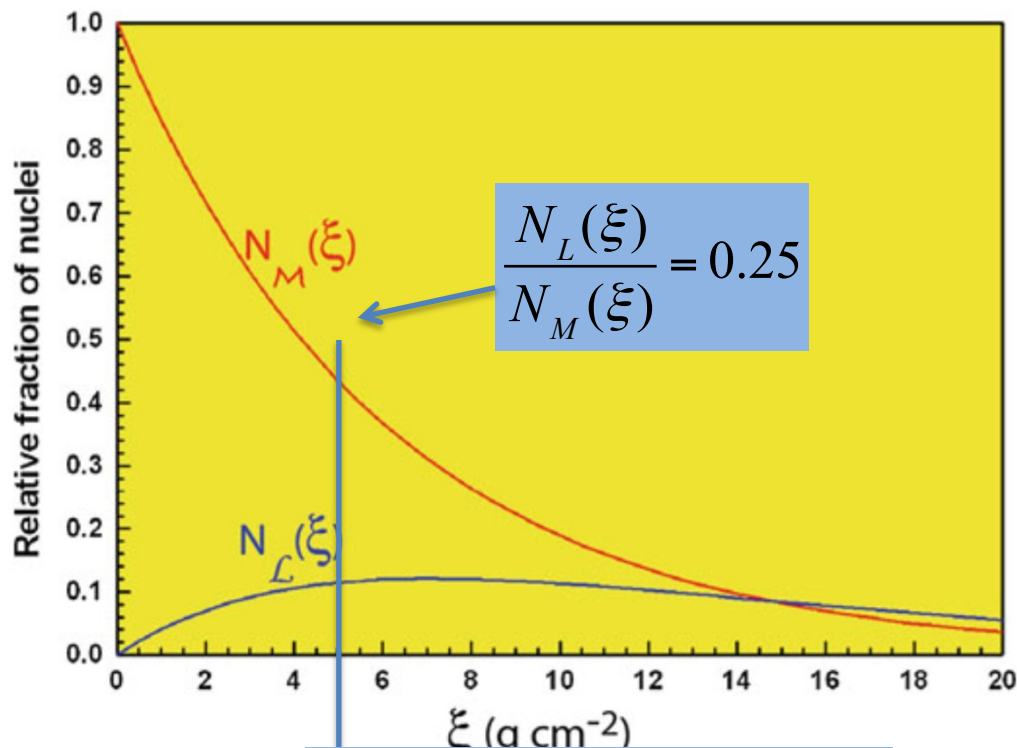
$$\begin{cases} N_L(\xi = 0) = 0 \\ N_M(\xi = 0) = N_M^0 \end{cases}$$

Rappresenta il rate di **produzione dei nuclei M delle sorgenti astrofisiche**.
Si tratta di un parametro "**dummy**" che sparirà in quanto siamo interessati solo al rapporto tra L ed M

Risolviendo il sistema di equazioni si ottiene:

$$N_M(\xi) = N_M^0 e^{-\frac{\xi}{\lambda_M}}$$

$$N_L(\xi) = \frac{P_{ML}}{\lambda_M} \cdot N_M^0 \cdot \frac{\lambda_M \lambda_L}{\lambda_L - \lambda_M} \cdot (e^{-\frac{\xi}{\lambda_L}} - e^{-\frac{\xi}{\lambda_M}})$$



$$\frac{N_L(\xi)}{N_M(\xi)} = 0.25$$

Il valore misurato del rapporto L/M pari a 0.25 comporta un valore di ξ_{esc} pari a 5 g/cm².

ξ_{esc} è chiamata "**average escape length**" dei RC dalla Galassia

$$\xi_{\text{esc}} = \rho_{\text{ISM}} \cdot x_{\text{esc}} \approx 5 \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^2} \right]$$

Siccome conosciamo il valore della densità dell'ISM ρ_{ISM} (1 protone/cm³) possiamo ricavare di x_{esc} .

quindi otteniamo:

$$x_{esc} = \frac{\xi_{esc}}{\rho_{ISM}} = \frac{5 \frac{g}{cm^2}}{1.6 \cdot 10^{-24} \frac{g}{cm^3}} = 10^{25} cm = 3 Mpc$$

essendo questo valore molto maggiore delle dimensioni della Galassia tale risultato può avere senso solo se la [propagazione dei RC nella Galassia](#) assomiglia ad un [“Random Walk”](#).

Inoltre dimostra che i processi di accelerazione e di propagazione posso essere trattati separatamente.

Misura dell'**Escape time** τ_{esc} :

Partendo da x_{esc} e sapendo la velocità di propagazione dei RC, ossia quella della luce c (particelle ultrarelativistiche) possiamo trovare l'**escape time** τ_{esc} che rappresenta il tempo medio di permanenza dei RC all'interno della Galassia (confinamento) prima di uscire dalla stessa.

$$\tau_{esc} = \frac{x_{esc}}{c} = \frac{10^{25} cm}{3 \cdot 10^{10} \frac{cm}{s}} = 3 \cdot 10^{14} s = 10^7 anni$$

Misura dell' **escape time** τ_{esc} con i nuclei radioattivi

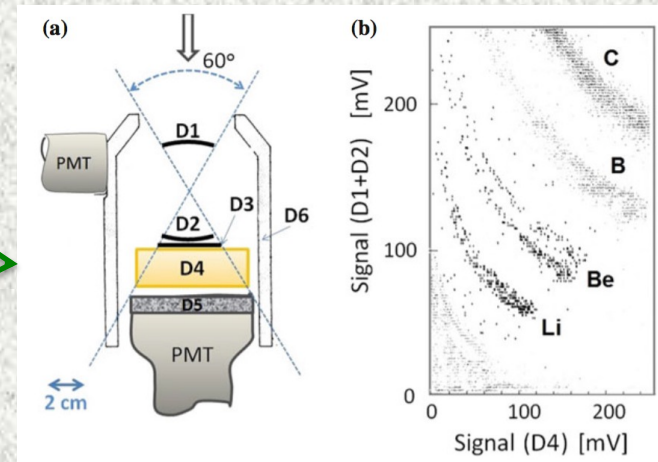
Abbiamo visto come la misura del **rapporto secondari/primari** permette di trovare il valore dell'**escape time** τ_{esc} basandosi sull' assunzione del valore dell'Interstellar Medium ρ_{ISM} .

L' **escape time** τ_{esc} può essere misurato anche utilizzando i **nuclei radioattivi** ottenendo in questo modo una misura **indipendentemente** dalla stima dell'Interstellar Medium ρ_{ISM} .

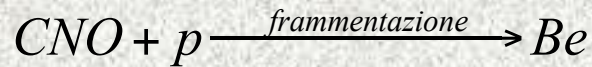
Tra i nuclei radioattivi, il più utilizzato è il ^{10}Be che ha un **tempo di decadimento di $1.51 \cdot 10^6$ anni** confrontabile con l' **escape time** τ_{esc}

*In analogia con quanto viene svolto per la **datazione** di reperti archeologici con ^{14}C*

Le misure sono state effettuate a bordo di satelliti **IMP-7/8**, ISEE-3, Voyager, Ulysses, CRIS



Partendo dalle misure delle sezioni d'urto di produzione dei nuclei di Be dalla frammentazione dei nuclei medi (CNO)



è possibile prevedere i **seguenti rapporti**:

$${}^7Be : {}^9Be : {}^{10}Be = 9.7 : 4.3 : 2.3 \quad (\text{aspettati})$$

Nuclear			Target (X)		
Fragment (Y)			Fragmentation cross-section (mb)		
	Z	A	C	N	O
Li	3	6	12.6	12.6	12.6
Li	3	7	11.4	11.4	11.4
Be	4	7	9.7	9.7	9.7
Be	4	9	4.3	4.3	4.3
Be	4	10	2.9	1.9	1.9
B	5	10	17.3	16.0	8.3
B	5	11	31.5	15.0	13.9
Total cross-section (mb)			252.4	280.9	308.8

We assume that fragmentation cross-section does not depend on the energy

9.7
4.3
2.3

Invece, i **valori misurati da IMP-7/8** sono: ${}^7Be : {}^9Be : {}^{10}Be = 329 : 177 : 15 \quad (\text{misurati})$

Il valore misurato del **${}^{10}Be$ largamente soppresso** rispetto al **7Be** (stabile) è spiegabile solo ammettendo che esso decada dopo essere stato prodotto.

→ Ciò permette di misurare l'escape time dei RC

Indichiamo con τ_{10} il tempo di dimezzamento del ^{10}Be , possiamo scrivere:

$$N_{10}(t) = N_{10}^0 e^{-\frac{t}{\tau_{10}}} \quad N_7(t) = N_7^0$$

con $\tau_{10} = \frac{1.51 \cdot 10^6 \text{ anni}}{\ln 2} \approx 2.2 \cdot 10^6 \text{ anni}$

Alla produzione si ha:

*(dipende solo dalle sezioni
d'urto di frammentazione)*

$$\frac{N_{10}^0}{N_7^0} = \frac{2.3}{9.7} \approx 0.25$$

Quindi **dopo un tempo t^* dalla produzione** utilizzando
il **rapporto misurato**

$$r_{\text{measured}} = \frac{15}{329} = 0.045$$

si ottiene $r_{\text{measured}} = \frac{N_{10}^0}{N_7^0} e^{-\frac{t^*}{\tau_{10}}} \Rightarrow \frac{t^*}{\tau_{10}} = -\ln\left(\frac{N_7^0}{N_{10}^0} \cdot r_{\text{measured}}\right) \approx -\ln(4 \cdot 0.045) = 1.715$

pertanto il tempo di propagazione dei raggi cosmici nella Galassia è pari a:

$$t^* = 1.715 \cdot \tau_{10} \approx 4 \cdot 10^6 \text{ anni}$$

Misure più recenti stimano l'escape time pari a:

$$t^* = 17_{-8}^{+24} \cdot 10^6 \text{ anni}$$

in accordo con quanto trovato precedentemente!

MISURA DELL'INTERSTELLAR MEDIUM ρ_{ISM}

Grazie alla determinazione dell'**escape time** τ_{esc} con la misura dei radionuclidi è possibile stimare (corroborare) il valore dell' **dell'Interstellar Medium** ρ_{ISM} .

CRIS (Cosmic Ray Isotope Spectrometer) partendo dal valore di $\tau_{esc} = 15.0 \pm 1.6 \cdot 10^6 \text{ anni}$ ha stimato il valore della **densità del numero di idrogeno**:

$$n_{ISM}^{CRIS} = \frac{\rho_{ISM}}{1.6 \cdot 10^{-24} \text{ g}} = 0.34 \pm 0.04 \left[\frac{H \text{ atom}}{cm^3} \right]$$

che corrisponde ad un valore di $\xi_{ISM}^{CRIS} = 7.6 \left[\frac{g}{cm^2} \right]$

da confrontare con il valore di **5 g cm⁻²** utilizzato precedentemente!

Energy-Dependence of the Escape Time τ_{esc}

Sino ad ora abbiamo assunto che l' **escape time τ_{esc}** non dipende dall'energia.

La **dipendenza dall'energia dell'escape time** può essere dedotta dalla misura del rapporto secondari/primari dei nuclei stabili.

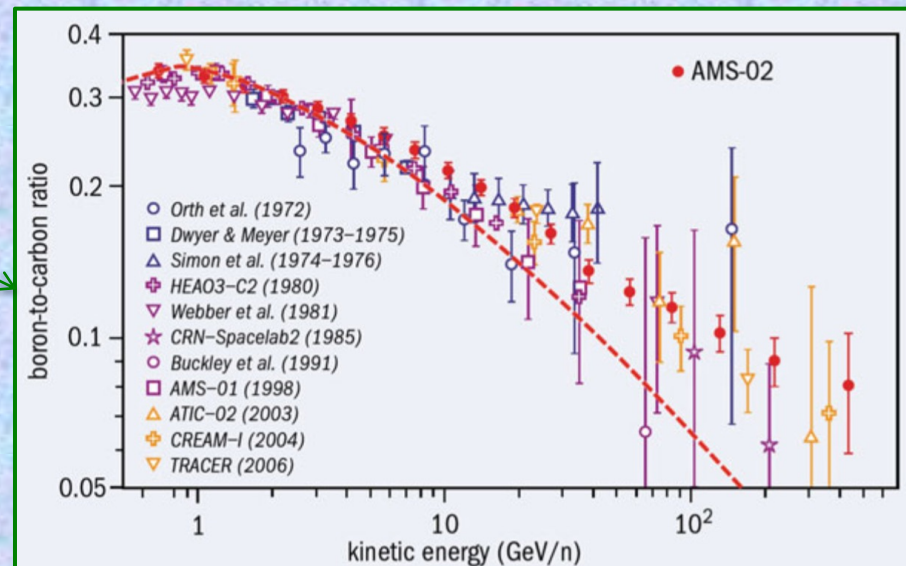
Si utilizza il **rapporto B/C** in quanto

- il B è completamente secondario e
- la sezione d'urto di produzione è meglio conosciuta di quelle del Li e del Be.

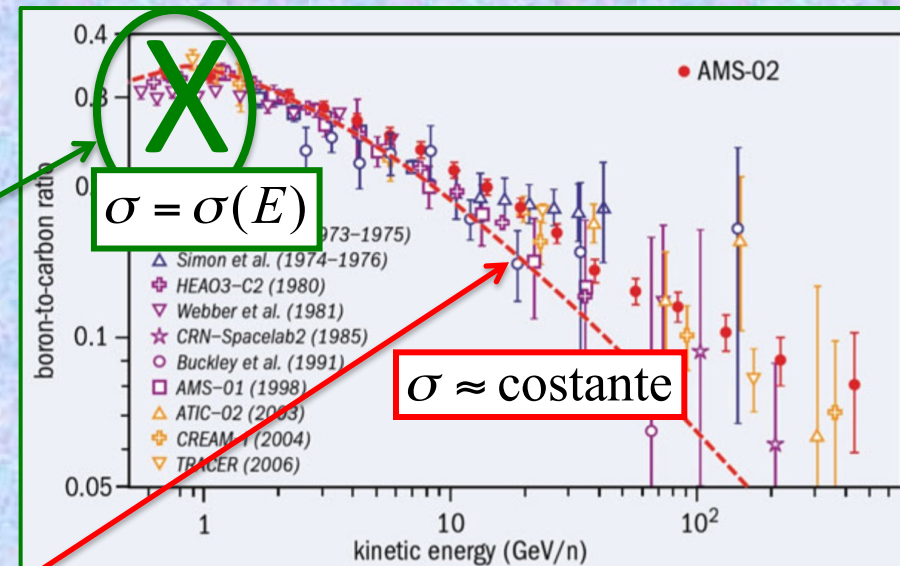
$$\frac{\text{Boron}}{\text{Carbon}}$$

Grazie alla misura dell'energia è possibile misurare il rapporto B/C per diversi bin di energia

Rapporto B/C in
funzione dell'energia
misurato da diversi
esperimenti



Escludiamo la parte più bassa dell'energia in cui il rapporto B/C cresce con l'energia in quanto le sezioni d'urto dipendono dalle relative velocità dei nuclei.



Ad energie più elevate le **sezioni d'urto** di frammentazione nucleare sono **quasi costanti**. Ciò significa che la **decrecita del rapporto B/C** non può che essere dovuta ad un differente **path length ξ** per nuclei con diversa energia.

Assumiamo empiricamente che il **path length ξ** dipende dalla **rigidità R** e decresce col crescere della rigidità:

$$\xi_{esc} = \xi_0 \left(\frac{R}{R_0} \right)^{-\delta}$$

dove δ , ξ_0 , R_0 sono parametri da derivare sperimentalmente.

La Rigidità R è definita come:

$$R \approx \frac{E}{Ze} = \frac{E [eV]}{300} [Volt]$$

Sperimentalmente si trovano i seguenti valori: $\delta = 0.6$ $\xi_0 = 11.8 \frac{g}{cm^2}$ $R_0 = 5 \frac{GV}{c}$

Sapendo che la relazione tra l'**average escape length** ξ_{esc} e l'**escape time** τ_{esc} è:

$$\tau_{esc} = \frac{\xi_{esc}}{c \cdot \rho_{ISM}}$$

possiamo riscrivere
$$\tau_{esc} = \tau_0 \left(\frac{R}{R_0} \right)^{-0.6} = \tau_0 \left(\frac{E}{E_0} \right)^{-0.6}$$

$$\tau_{esc}(E) \propto E^{-0.6}$$

Spettro energetico dei RC alle sorgenti

Vogliamo ora ricavare l'**indice spettrale dei RC** nelle vicinanze delle sorgenti che li hanno accelerati sapendo che qui sulla Terra osserviamo un indice pari a -2.7.

Per descrivere il percorso dei RC nella Galassia si utilizza un'equazione detta "**diffusion equation**".

Per semplicità consideriamo solo i **protoni e nuclei stabili** che indicheremo con N_p in uno stato stazionario $dN_p/dt=0$, trascurando i processi di frammentazione ($P_{ij}=0$). Sotto queste condizioni possiamo scrivere:

$$Q_p(E) - \frac{N_p(E)}{\tau_{esc}(E)} - \frac{N_p \cdot c}{\lambda} = 0$$

Particelle iniettate dalle sorgenti nella Galassia

Particelle che scappano dalla Galassia

Particelle che interagiscono con l'ISM della Galassia

$Q_p(E)$ è il **termine di sorgente** e rappresenta il rate di iniezione di particelle per unità di volume

$$Q_p(E) \left[\frac{1}{\text{cm}^3 \text{ GeV s}} \right]$$

se $N_p \left[\frac{1}{\text{cm}^3 \text{ GeV}} \right]$

$$\tau = \frac{\lambda}{c}$$

λ è la **lunghezza di interazione** dei protoni e dei nuclei con l'ISM.

Per i protoni cosmici $\lambda_i \approx 40 \text{ g cm}^{-2}$ (essendo $A=A_{\text{ISM}}=1$ e $\sigma=\sigma_{pp} \approx 45 \text{ mb}$) $\lambda_i = \frac{\rho}{n \sigma} = \frac{A m_p}{\sigma}$

Per ottenere l' **intensità $\phi(E)$** dei RC occorre moltiplicare N_p per $c/4\pi$.

$$\frac{c}{4\pi} N_p \equiv \Phi(E) \left[\frac{1}{cm^2 GeV s sr} \right]$$

La soluzione è:
$$N_p(E) \equiv \frac{Q_p(E) \cdot \tau_{esc}(E)}{1 + \frac{c\tau_{esc}(E)}{\lambda_I}}$$

può essere trascurato

$$\frac{c\tau_{esc}(E)}{\lambda_I} = \frac{\xi_{esc}(E)}{\lambda_I} \approx \frac{5 g cm^{-2}}{40 g cm^{-2}} \approx 0.1$$

quindi:
$$N_p(E) \equiv Q_p(E) \cdot \tau_{esc}(E)$$

Sostituendo $\phi(E)$ con $N_p(E)$ e sapendo che
$$\tau_{esc} = \tau_0 \left(\frac{E}{E_0} \right)^{-0.6}$$

Si ottiene:
$$\Phi(E) \propto Q_p(E) \cdot E^{-0.6}$$

$\phi(E)$ rappresenta lo spettro dei RC osservato a Terra:
$$\Phi(E) \propto \cdot E^{-2.7}$$

Pertanto:

$$Q_p(E) = \frac{\Phi(E)}{E^{-0.6}} \propto E^{-2.7} \cdot E^{0.6} = E^{-2.1}$$

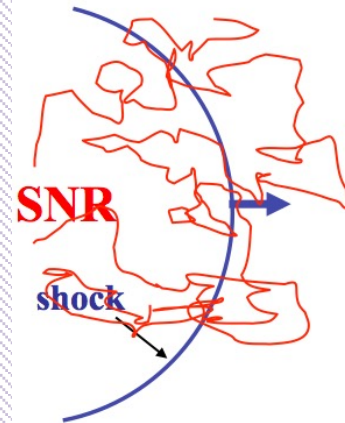
Il **termine di sorgente $Q_p(E)$** presenta pertanto un **indice spettrale pari a ≈ -2** . Occorre che i modelli di produzione ed accelerazione abbiano tale indice spettrale.

Detto in altri termini; dopo le correzioni dell'indice spettrale α misurato dovuto alla propagazione nella Galassia, la dipendenza energetica vicino alle sorgenti deve essere $E^{-\alpha_s}$ con $\alpha_s \approx 2$. Ciò è vero sia per i **protoni** che per i **nuclei** (e anche per gli **elettroni**).

Meccanismi di accelerazione e sorgenti galattiche di RC

I **Raggi Cosmici** sono particelle le cui energie sono tipicamente molto maggiori delle “thermal energies” tipiche degli ambienti astrofisici.

Col termine “**nonthermal emission**” si intendono emissioni continue che non possono essere originate da radiazioni di corpo nero o thermal bremsstrahlung



Fermi ipotizzò che le **onde d’urto** “shock waves” che si espandono da una SN possono dare luogo ad una **accelerazione (del primo ordine)** chiamata anche **diffusive acceleration** in cui l’energia guadagnata dai RC è proporzionale a β .

In un primo lavoro Fermi aveva ipotizzato un meccanismo di accelerazione proporzionale a β^2 (detto del **secondo ordine**) del tutto inefficiente.

La particella si muova lungo l’asse +x con energia E, lo shock si muova in direzione opposta -x con una velocità $\beta \ll 1$. In questa situazione la particella è riflessa all’indietro e guadagna una energia pari a:

$$\frac{\Delta E}{E} \approx \beta$$

La particella è in qualche modo riflessa indietro, sia da **nubi magnetiche** che da **outer shock shell** che si muovono con velocità più basse dell’**inner shell**.

Ad **ogni ciclo** la particella guadagna una **frazione di energia α** .

Quindi dopo n cicli la particella avrà un'energia

$$E = E_0(1 + \alpha)^n \quad \Rightarrow \quad n = \frac{\ln\left(\frac{E}{E_0}\right)}{\ln(1 + \alpha)}$$

Ad ogni ciclo c'è una **probabilità P** che la particella **non scappi**. (*Supponiamo per semplicità che P non dipenda dall'energia*). Tipicamente $P=0.95$

La frazione di particelle rimasta dopo n cicli è:

$$\frac{N}{N_0} = P^n$$

passando ai logaritmi da entrambe le parti ed inserendo n:

$$\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = n \ln P = \frac{\ln(E/E_0)}{\ln(1 + \alpha)} \ln P$$

si trova una **legge di potenza** tipica dell'accelerazione di Fermi:

$$\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = s \ln\left(\frac{E}{E_0}\right) \quad \text{con } s = \frac{\ln P}{\ln(1 + \alpha)}$$

$$\ln N \propto s \ln E \Rightarrow \ln N \propto \ln E^s \Rightarrow N(> E) \propto E^s$$

Passando al flusso differenziale otteniamo:

$$\frac{dN(E)}{dE} \propto s E^{s-1} \propto E^{-\gamma} \quad \text{con } \gamma = 1 - s$$

Il **meccanismo di accelerazione di Fermi del 1° ordine** è un processo molto efficiente nell'accelerare particelle se si considerano regioni dove esistono turbolenze su piccola scala; per esempio nelle **shell di giovani Supernovae Remanents**.

Siccome questo meccanismo è associato all'accelerazione di particelle in “strong shock waves” spesso è denominato “**diffusive shock acceleration**”.

Il punto forte di questo meccanismo è che esso accelera particelle con “**power-law energy spectrum**” con **indice spettrale ≈ 2** !

Esplosioni di Supernovae e Accelerazione dei RC

Le **SN di tipo II** (*core collapse*) risultano dal collasso di stelle massive con una massa superiore a 8 masse solari.

Abbiamo già visto che l'**energia rilasciata** da un'esplosione di SN è data dall'energia di legame gravitazionale rilasciata e corrisponde a **circa $2 \cdot 10^{53}$ erg**. Di questa solo l'1% è trasferita come energia cinetica al materiale espulso che forma l'onda d'urto "*shock wave*".

Indichiamo con **K** l'energia media emessa come **energia cinetica**.

Consideriamo una **SN di 10 Masse Solari** (ossia $M = 10 M_{\text{Solari}} = 2 \cdot 10^{34} \text{ g}$), la sua energia cinetica corrisponde a **$K \approx 2 \cdot 10^{51} \text{ erg}$**

La **velocità della massa espulsa U** (lo "*shock wave*") è:

$$U \approx \sqrt{\frac{2K}{M}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{51} \text{ erg}}{2 \cdot 10^{34} \text{ g}}} \approx 5 \cdot 10^8 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

corrispondente a **circa 2% delle velocità della luce**. Non è una velocità relativistica, ma comunque molto maggiore della velocità dell'ISM.

- Il fronte dello shock espande con velocità U con simmetria sferica attraverso l'Interstellar Matter (ISM) che come sappiamo ha una densità $\rho_{ISM} \sim 1 \text{ proton cm}^{-3} \simeq 1.6 \cdot 10^{-24} \text{ g cm}^{-3}$.
- Durante l'espansione lo shock raccoglie la materia interstellare.
- Lo shock diventerà **inefficiente quando** $\rho_{SN} \simeq \rho_{ISM}$. Il raggio entro il quale lo shock wave è in grado di accelerare le particelle può essere ottenuto dalla condizione:

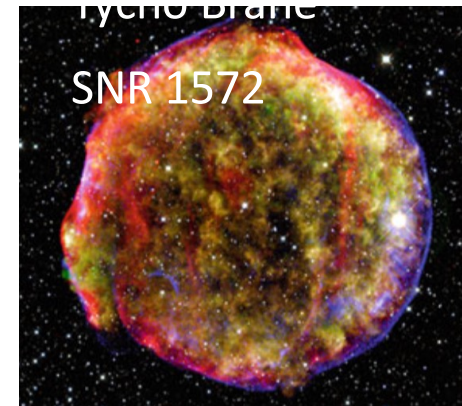
$$\rho_{SN} = \frac{10M_{\text{Solari}}}{(4/3)\pi R_{SN}^3} = \rho_{ISM}$$

quindi risolvendo rispetto a R_{SN} ed introducendo i valori numerici abbiamo:

$$R_{SN} = 1.4 \cdot 10^{19} \text{ cm} \approx 5 \text{ pc}$$

Il corrispondente tempo sarà:

$$T_{SN} = \frac{R_{SN}}{U} = \frac{1.4 \cdot 10^{19} \text{ cm}}{3 \cdot 10^8 \text{ cm/s}} \approx 3 \cdot 10^{10} \text{ s} \approx 1000 \text{ anni}$$



La scala dei tempi delle SN (10^3 anni) è piccolo se confrontato col la scala dei tempi di fuga dalla Galassia dei RC (10^7 anni). I Raggi Cosmici che rileviamo sono il risultato di 10^4 SN.

Massima energia raggiungibile nelle SNR

Ci chiediamo ora fino a quali energie è possibile accelerare particelle tramite il “**diffusive shock mechanism**” in un’esplosione di SuperNovae.

La massima energia che una particella può raggiungere è: $E^{\max} \cong \frac{Ze B R_{SN} U}{c}$

introducendo i valori numerici

$$e = 4.8 \cdot 10^{-10} \text{ e.s.u.}$$

$$\text{electron charge=} \\ 4.8 \times 10^{-10} \text{ esu} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$B \approx 4 \cdot 10^{-6} \text{ Gauss}$$

$$U/c \approx 2 \cdot 10^{-2}$$

$$R_{SN} = 1.4 \cdot 10^{19} \text{ cm}$$

e convertendo in eV si ha:

$$E^{\max} \cong 300 \cdot Z \text{ TeV}$$

Il “**diffusive shock mechanism**” in un’esplosione di SuperNovae è in grado spingere i **protoni** sino ad energie di qualche centinaio di TeV ($\approx 10^{14} \text{ eV}$) ossia all’inizio del Ginocchio.

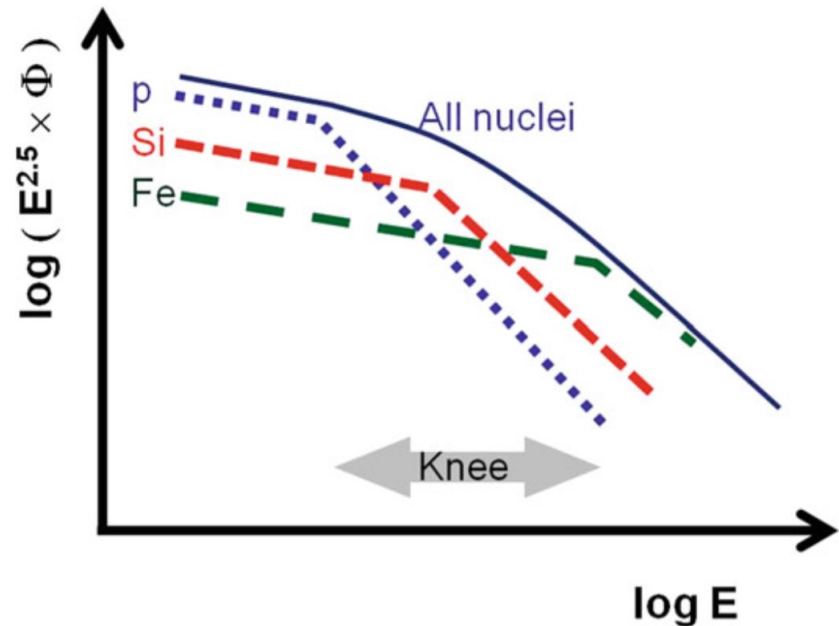
Il “**diffusive shock mechanism**” spiega in modo naturale la **presenza del Ginocchio** osservato intorno a qualche 10^{15} eV

$E^{\max}$ dipende linearmente dalla carica della particelle.

→ Ciò significa che i **nuclei pesanti** sono **accelerati maggiormente** dei protoni.

In questo modello il **Ginocchio** è spiegato come una struttura formata dalla diversa energia massima che i differenti nuclidi possono raggiungere con la loro carica Z .

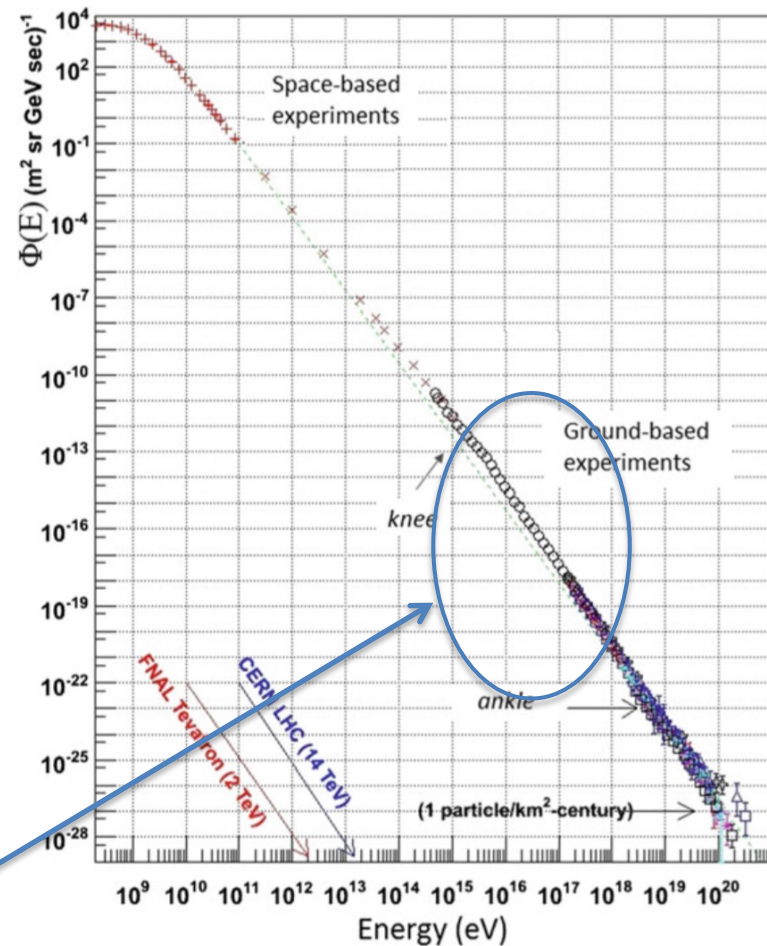
$$E^{\max} = E^{\max}(Z)$$



RC Galattici sopra il Ginocchio

Si è detto che i RC di origine **ExtraGalattica** dovrebbe fare la loro comparsa nello spettro osservato a partire da qualche 10^{18} eV corrispondente alla regione della **Caviglia**.

Occorre pertanto spiegare la presenza di **RC** di origine **Galattica** sopra il **Ginocchio** sino ad energie di circa 10^{18} eV.



considerazioni energetiche spettro tra il ginocchio e la caviglia

Iniziamo con le **considerazioni energetiche** necessarie per dare ragione dello spettro osservato nella **regione compresa tra il ginocchio e la caviglia**.

Rifacciamo quindi ciò che abbiamo fatto in precedenza per trovare il **Rate di Perdita di Energia** (“Energy Loss Rate”) P_{CR} per i RC sotto il Ginocchio che risultava essere $P_{CR} \approx 3 \cdot 10^{40}$ erg/s.

$$P(> E_0) = \frac{\rho_{CR}(> E_0) \cdot V_{Galaxy}}{\tau_{esc}(> E_0)} \left[\frac{erg}{s} \right]$$

- La stima di $\rho_{CR}(> E_0)$ è ottenuto attraverso misure indirette integrando lo spettro a partire da 10^{16} eV.
- Il valore dell’escape time $\tau_{esc}(> E_0)$ è invece più difficile da stimare; avendo solo misure indirette. Non è possibile fare una semplice estrapolazione dalla legge $E^{-0.6}$ trovata in precedenza. Misure accurate danno un valore di $\tau_{esc}(E)$ per $E > 5$ PeV pari a:

$$\tau_{esc}(E) \approx 0.8 \cdot 10^5 \cdot \left(\frac{E}{5 \text{ PeV}} \right)^{-0.53} \text{ anni}$$

Esempio: per $E = 10^{16}$ eV
 $\tau_{esc} \approx 50000$ anni

Per RC con energia superiore ai 10^{16} eV si ottiene un valore pari a:

$$P(> 10 \text{ PeV}) \approx 5 \cdot 10^{37} \left[\frac{\text{erg}}{\text{s}} \right]$$

ossia **3 ordini di grandezza inferiore** a quanto richiesto per l'intero spettro dei RC.

Sono quindi sufficienti **un paio di sorgenti galattiche potenti** per sostenere il flusso osservato tra il Ginocchio e la Caviglia.

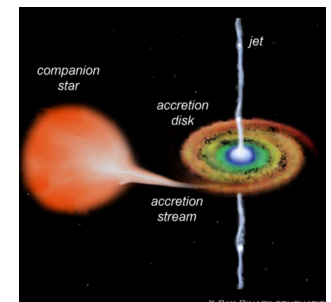
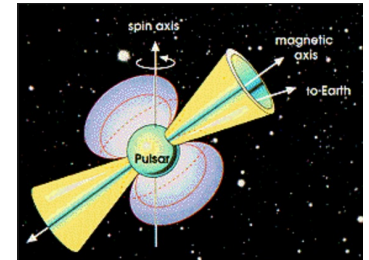
Per **sorgenti potenti** intendiamo sorgenti che presentano (vedi più avanti **Hillas Plot**)

- Un grande **campo magnetico B**
e/o
- Un grande **dimensione di accelerazione L**

$$E^{\text{max}} \propto Ze B L$$

Oggetti celesti galattici che hanno campi magnetici molto intensi sono le:

- **Pulsars**
- **X-Ray binaries**



Pulsars

Una Pulsar è una **stella a neutroni rotante** che emette un fascio di radiazione elettromagnetica tipicamente nella direzione degli assi magnetici.

L'**energia massima** $E_{\max}$ raggiungibile da RC accelerati da una pulsar è:

$$E_{pulsar}^{\max} = Ze \cdot R_{NS} \cdot B_{NS} \frac{\omega_{NS} \cdot R_{NS}}{c}$$

Il **raggio di una Stella a Neutroni** R_{NS} è tipicamente dell'ordine di qualche chilometro.

$$R_{NS} \approx 3 \cdot 10^3 m$$

A) Il valore della **velocità angolare** ω_{NS} può essere determinato imponendo la conservazione del momento angolare:

$$\omega_{NS} \approx 12.5 \cdot 10^3 \frac{rad}{s}$$

Una stella come il Sole ha un raggio $R_{sole} = 7 \cdot 10^5 km$ e compie una rotazione ogni 30 giorni ($\omega_{sole} = 2.5 \cdot 10^{-5} rad/s$)

$$M \cdot R_{Sole}^2 \omega_{Sole} = M \cdot R_{NS}^2 \omega_{NS}$$
$$\omega_{NS} = \left(\frac{7 \cdot 10^5 km}{10 km} \right)^2 2.5 \cdot 10^{-6} \frac{rad}{s} = 12500 \frac{rad}{s}$$

B) Il valore del **campo magnetico** B può essere determinato imponendo la conservazione del flusso magnetico:

$$B_{NS} \approx 10^{11+12} Gauss$$

Conservazione del flusso magnetico durante la contrazione di una tipica stella con $B_{star} = 10^3 Gauss$

$$\oint B_{star} dA_{star} = \oint B_{NS} dA_{NS}$$
$$4\pi B_{star} R_{star}^2 = 4\pi B_{NS} R_{NS}^2 \rightarrow B_{NS} \approx 10^{11+12} Gauss$$

Introducendo i valori numerici appena trovati avremo:

$$E_{pulsar}^{\max} = 4.8 \cdot 10^{-10} [statC] \cdot 10^6 [cm] \cdot 10^{11} [Gauss] \cdot 0.1 \approx 5 \cdot 10^6 erg \approx 3 \cdot 10^{18} eV$$

$$E_{pulsar}^{\max} \approx 3 \cdot 10^{18} eV$$

$$\frac{\omega_{NS} \cdot R_{NS}}{c} \approx 0.1$$

Energia rotazionale posseduta da una Pulsar E_{rot} :

$$E_{rot} = \frac{1}{2} I \omega_{NS}^2 = \frac{1}{5} M_{NS} R_{NS}^2 \omega_{NS}^2 \approx 10^{61 \div 62} eV$$

Ciò significa che è sufficiente una piccola frazione di questa energia per mantenere il flusso osservato sopra il valore di E_0 anche da un singolo oggetto nelle Galassia.

Comunque ad oggi non esistono dettagli teorici del meccanismo all'interno di una pulsar che permettano di spiegare come la piccola frazione di energia rotazionale e l'energia del campo magnetico vengano convertita in accelerazione delle particelle.

X-ray binaries

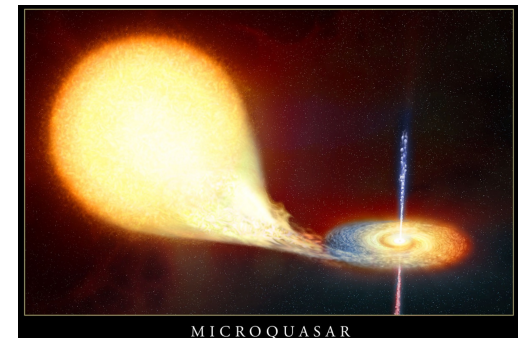
Come candidati di sorgenti acceleratrici di RC, siamo interessati a sistemi binari consistenti in un **oggetto compatto** (una pulsar, una stella a neutroni o un buco nero) e una **stella normale**.



Una particolare classe di X-ray binaries è dato dalle **MICROQUASAR** che **presentano jets relativistici in banda radio**. *Questo le rende molto simili morfologicamente alle AGN di cui parleremo più avanti.*

Siccome le AGN sono ritenute le sorgenti più plausibili dei RC extragalattici; la somiglianza con microquasar galattiche ne ha reso queste ultime dei possibili candidati a RC galattici.

Microquasar $\subset$ X-ray binaries



Il campo magnetico rotante della stella a neutroni (che è perpendicolare al disco di accrescimento) produce un **campo elettrico E**

$$E = \int e \cdot \frac{(\mathbf{v} \times \mathbf{B})}{c} ds \approx e v B \Delta s$$

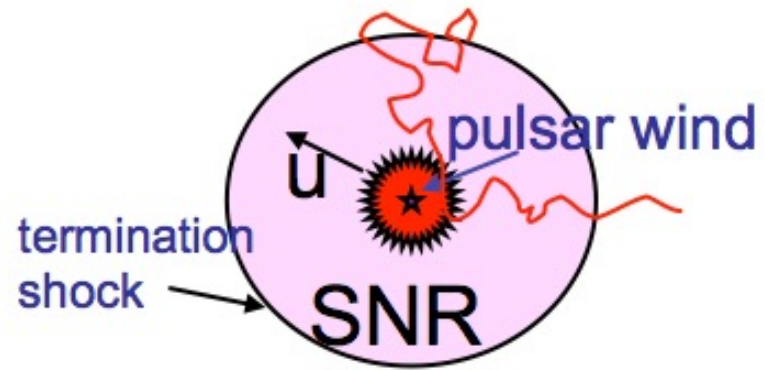
Introducendo i valori di **$B=10^{10}$ Gauss** e **$\Delta s=10^7$ cm**, **$v=c$** si ottiene un valore di energia massima $E_{\max}$ pari a:

$$E_{\max}^{\text{microquasar}} \approx 10^{16+18} eV$$

Sono state osservate due microquasars (LS I +61 303 e LS 5039) in Gamma Astronomia

Wind-SNR

Un'altra ipotesi di sorgenti galattiche che potrebbero spingere i RC sino ad energie di $E_{\text{max}} = 10^{18}$ eV è dato dal fatto che **talune SNR potrebbero possedere al centro una pulsar.**



In tabella sono riassunte le **sorgenti galattiche**: le SNR accelerano fino a 10^{15} eV, le wind-SNR spingerebbero fino a 10^{18} eV, così come le pulsars e le X-ray binaries.

Source class	Electromagnetic output erg/s	Lifetime	Energy range (eV)
Galactic sources			
Supernova remnants (SNR)	10^{42}	$10^3 - 10^4$ y	$10^{10} - 10^{15}$
Wind-SNR	10^{44}	1,000 y	$10^{10} - 10^{18}$
X-ray binaries	10^{38}	10^5 y	$10^{14} - 10^{18}$
Pulsars	10^{37}	10^6 y	$10^{14} - 10^{18}$

link

http://people.na.infn.it/~barbarin/MaterialeDidattico/0+approfondimenti%20corso%20Fisica%20astroparticellare/8-raggi%20cosmici/01_Raggi_Cosmici.pdf

http://deim.urv.cat/~manlio.dedomenico/res/tesi_nonlinear.pdf

<http://www.ast.leeds.ac.uk/Auger/augerthesis/mexlects3.pdf>

(Astronomers' Universe) Mario Bertolotti (auth.)-Celestial Messengers_ Cosmic Rays_ The Story of a Scientific Adventure-Springer-Verlag Berlin Heidelberg (2013)

<http://www-astro.physics.ox.ac.uk/~garret/teaching/lecture3-2012.pdf>

<http://www.df.unipi.it/~flaminio/astroparticelle/>