Legge di Faraday e Induttanza

Legge di Faraday dell'induzione

- Immaginiamo che un conduttore metallico rettilineo si trovi in un campo magnetico uniforme diretto verso l'interno della pagina, come nella figura a fianco
- Supponiamo che il filo si muova con velocità $\vec{v}$ verso destra
- Siccome una forza magnetica agisce sugli elettroni del filo, si produce una corrente

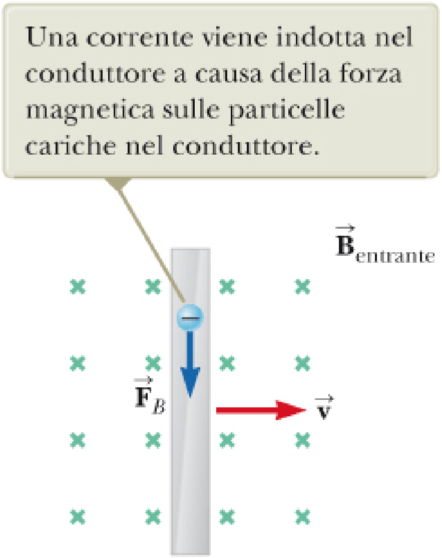


Figura 23.1 Un conduttore elettrico rettilineo si muove con velocità $\vec{v}$ attraverso un campo magnetico uniforme $\vec{B}$ diretto perpendicolarmente a $\vec{v}$.

R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Legge di Faraday dell'induzione

- Consideriamo una spira di filo conduttore collegata ad un amperometro (strumento che misura la corrente), come in figura
- Una corrente elettrica circola nella spira ogni volta che vi è un moto relativo del magnete rispetto alla spira
- Chiameremo quest'ultima **corrente indotta** ed essa è generata da una **f.e.m. indotta**

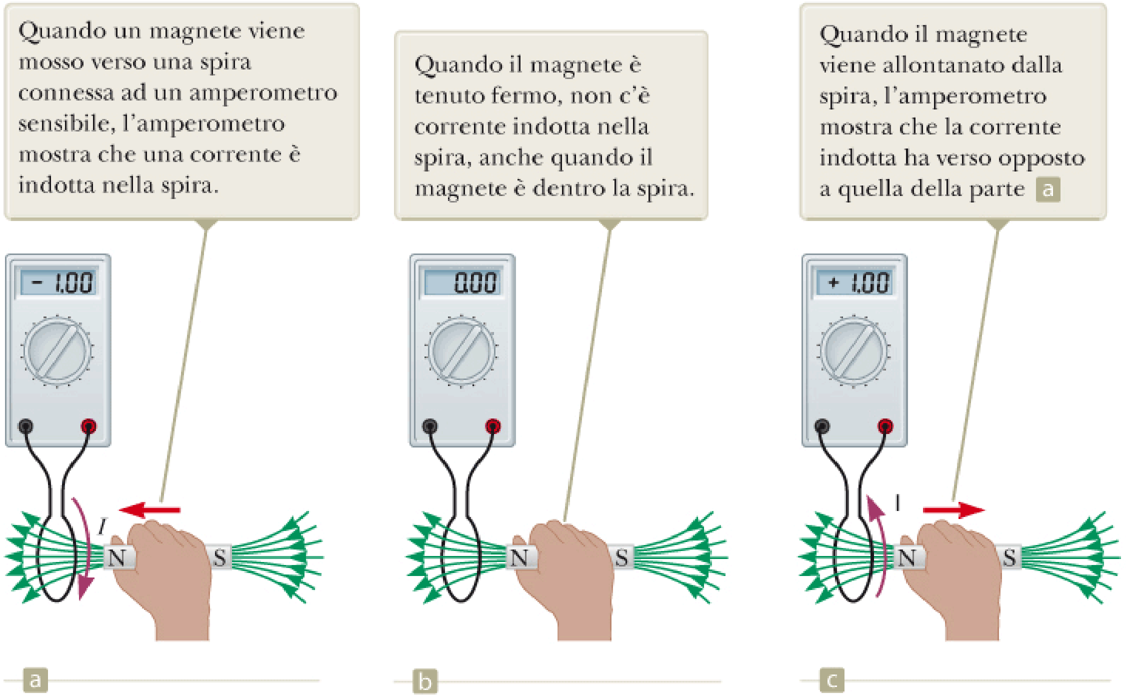


Figura 23.2 Un semplice esperimento che dimostra che una corrente viene indotta in una spira quando un magnete viene avvicinato o allontanato dalla spira.

R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Legge di Faraday dell'induzione

- Lo scopo di questo apparato (esperimento di Faraday) è di rivelare la corrente che potrebbe essere generata nel circuito secondario (seconda spira) da una variazione del campo magnetico prodotta dal circuito primario (prima spira)
- Quando l'interruttore nel primo circuito viene chiuso, l'amperometro nel secondo circuito registra una corrente diversa da zero per un breve periodo
- Poi, quando l'interruttore viene aperto viene rivelata una corrente nel verso opposto sempre per un breve periodo e poi torna a zero
- Se una corrente continua scorre nel circuito primario, l'amperometro segna una corrente nulla
- Faraday concluse che una corrente elettrica può essere generata da un campo magnetico variabile nel tempo

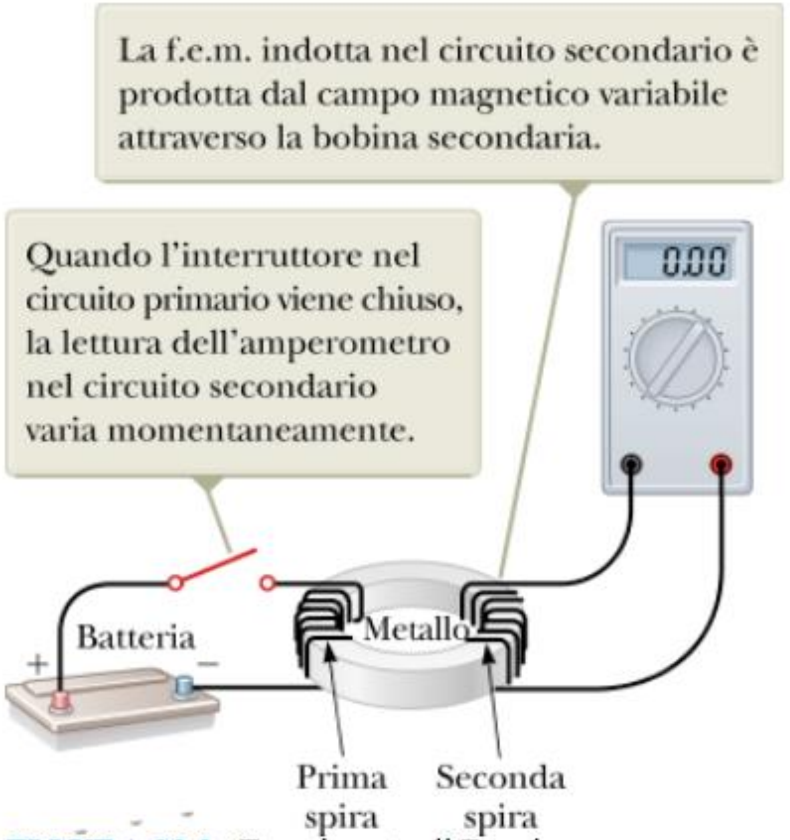


FIGURA 23.3 Esperimento di Faraday.

Legge di Faraday dell’induzione

- Per rendere quantitative queste informazioni è necessario definire una grandezza chiamata **flusso magnetico**
- Analogamente al flusso del campo elettrico è proporzionale al numero di linee di campo magnetico che attraversano la superficie
- In riferimento alla figura a fianco, il flusso magnetico attraverso un elemento infinitesimo di superficie è $\vec{\boldsymbol{B}} \cdot d\vec{\boldsymbol{A}}$
- Quindi il flusso magnetico totale attraverso la superficie è

$$\Phi_B = \int \vec{\boldsymbol{B}} \cdot d\vec{\boldsymbol{A}}$$

- L’unità di misura SI del flusso magnetico è il tesla per metro quadro, che viene chiamato weber (Wb):

$$1\,Wb = 1T \cdot m^2$$

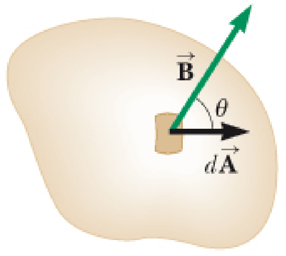


Figura 23.4 Il flusso magnetico attraverso un elemento di area $d\vec{\mathbf{A}}$ è dato da $\vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = B\,dA \cos\theta$. Si noti che il vettore $d\vec{\mathbf{A}}$ è perpendicolare alla superficie.

R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Legge di Faraday dell'induzione

- La legge di Faraday dell'induzione afferma:

La f.e.m. indotta in un circuito è uguale alla rapidità con cui varia il flusso magnetico attraverso il cicuito

$$\boldsymbol{\varepsilon} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

- Se il circuito è una bobina di N spire tutte concentriche e di ugual superficie, la f.e.m. indotta è

$$\boldsymbol{\varepsilon} = -N\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Legge di Faraday dell’induzione

- Si supponga che una spira di area A si trovi in un campo magnetico uniforme $\vec{\boldsymbol{B}}$ come in figura. Il flusso magnetico attraverso la spira è

$$\Phi_B = \int \vec{\boldsymbol{B}} \cdot d\vec{\boldsymbol{A}}$$

$$= \int B dA \cos\theta = B\cos\theta \int dA = BA\cos\theta$$

- Quindi la f.e.m. indotta è

$$\varepsilon = -\frac{d}{dt}(BA\cos\theta)$$

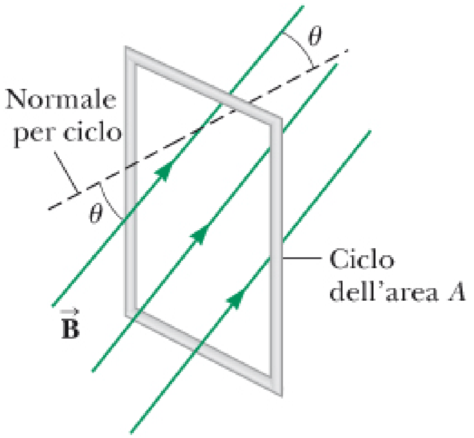


Figura 23.5 Una spira conduttrice di area A in presenza di un campo magnetico uniforme $\vec{\mathbf{B}}$. L’angolo fra $\vec{\mathbf{B}}$ e la normale alla spira è θ.

R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Legge di Faraday dell'induzione

- $\varepsilon = -\frac{d}{dt}(BA\cos\theta)$

- Da questa espressione si vede che una f.e.m. può essere indotta in un circuito cambiando il flusso in diversi modi
  1. Quando varia nel tempo il modulo di $\vec{\boldsymbol{B}}$
  2. Quando varia nel tempo la superficie A del circuito
  3. Quando varia nel tempo l'angolo θ fra $\vec{\boldsymbol{B}}$ e la normale alla superficie del circuito
  4. Quando si verifica una qualsiasi combinazione dei casi precedenti

Legge di Faraday dell’induzione

- Una applicazione delle legge di Faraday è il funzionamento della chitarra elettrica

Figura 23.6 (a) In una chitarra elettrica, una corda magnetizzata che vibra induce una f.e.m. nella bobina di pickup. (b) I pickup (i cerchi sotto le corde metalliche) di questa chitarra elettrica rivelano le vibrazioni delle corde e mandano questa informazione, attraverso un amplificatore, alle casse acustiche (un interruttore sulla chitarra permette al musicista di selezionare i pickup da usare).

R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Quiz rapido

- Una spira circolare di filo conduttore è posta in un campo magnetico uniforme, con il piano della spira perpendicolare alle linee di campo. Quale delle seguenti azioni NON induce una corrente nella spira?

A. Comprimere la spira
B. Ruotare la spira lungo un asse perpendicolare alla linea di campo
C. Tenere fissa l’orientazione della spira e muoverla lungo le linee di campo
D. Spostare la spira fuori dal campo

Quiz rapido

- Una spira circolare di filo conduttore è posta in un campo magnetico uniforme, con il piano della spira perpendicolare alle linee di campo. Quale delle seguenti azioni NON induce una corrente nella spira?

A. Comprimere la spira
B. Ruotare la spira lungo un asse perpendicolare alla linea di campo
C. Tenere fissa l'orientazione della spira e muoverla lungo le linee di campo
D. Spostare la spira fuori dal campo

Quiz rapido

- La figura a fianco è un grafico che rappresenta l'andamento temporale del modulo di un campo magnetico che attraversa la superficie delimitata da una spira ed è perpendicolare al piano della spira. Il modulo del campo magnetico in ogni istante è uniforme su tutta l'area della spira. Ordina i valori della f.e.m. generata nella spira nei cinque istanti indicati, dal più grande al più piccolo

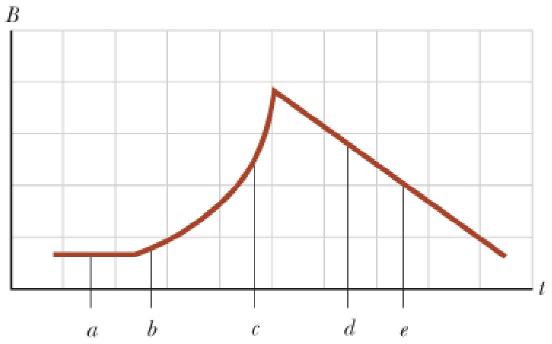


Figura 23.7 (Quiz Rapido 23.2) Andamento nel tempo di un campo magnetico attraverso una spira.

EdiSES
R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Quiz rapido

- La figura a fianco è un grafico che rappresenta l'andamento temporale del modulo di un campo magnetico che attraversa la superficie delimitata da una spira ed è perpendicolare al piano della spira. Il modulo del campo magnetico in ogni istante è uniforme su tutta l'area della spira. Ordina i valori della f.e.m. generata nella spira nei cinque istanti indicati, dal più grande al più piccolo

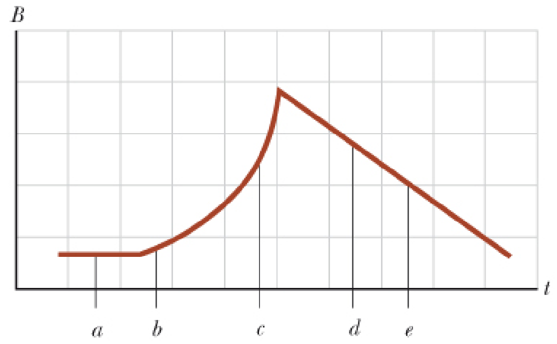


Figura 23.7 (Quiz Rapido 23.2) Andamento nel tempo di un campo magnetico attraverso una spira.

R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Risposte
$c, d = e, b, a$

Esempio – Induzione di una f.e.m. in una bobina

- Una bobina è formata da 200 spire di filo conduttore. Ogni spira ha la forma di un quadrato di alto d = 18 cm e un campo magnetico uniforme diretto perpendicolarmente al piano della bobina viene acceso. Se il modulo del campo varia linearmente da 0 a 0.50 T in 0.80 s, quanto vale la f.e.m. nella bobina mentre il campo sta cambiando?

Esempio – Un campo magnetico che decade esponenzialmente

- Una spira di area A è posta in una regione in cui il campo magnetico è perpendicolare al piano della spira. Il modulo di $\vec{\boldsymbol{B}}$ varia nel tempo secondo l'espressione

$B = B_{max}e^{-at}$, dove a è una costante. Cioè, all'istante t = 0, il campo è B_{max} e per t>0, il campo decresce esponenzialmente nel tempo come mostrato nella figura a fianco. Calcolare la f.e.m. indotta nella spira in funzione del tempo.

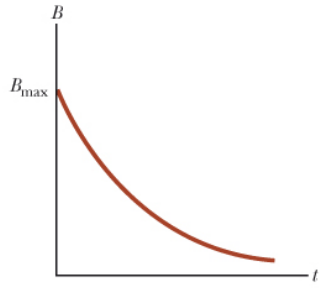


Figura 23.9 (Esempio 23.2) Decrescita esponenziale del modulo del campo magnetico al variare del tempo. La f.e.m. indotta e la corrente indotta variano nel tempo nello stesso modo.

R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Forza elettromotrice dinamica

- Una forza elettromotrice (f.e.m.) dinamica è una forza elettromotrice indotta in un conduttore che si muove in un campo magnetico
- Consideriamo un conduttore di lunghezza l che si muove a velocità costante in un campo magnetico uniforme come indicato nella figura a fianco
- Se consideriamo che il conduttore si muove perpendicolare al campo, sugli elettroni al suo interno agirà un forza di modulo $\left|\vec{\boldsymbol{F}}_B\right| = \left|q\vec{\boldsymbol{v}} \times \vec{\boldsymbol{B}}\right| = qvB$
- In conseguenza dello spostamento di queste cariche si stabilisce un campo elettrico $\vec{\boldsymbol{E}}$ nel conduttore
- Le cariche alle due estremità del conduttore continueranno a crescere fino a che la forza magnetica qvB non verrà controbilanciata da quella elettrica qE

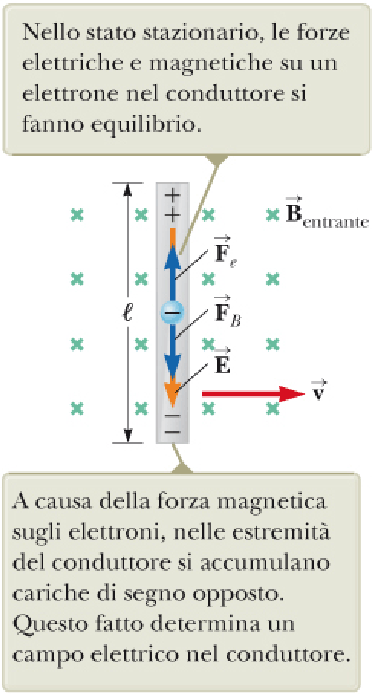


Figura 23.10 Un conduttore elettrico rettilineo di lunghezza ℓ si muove con velocità $\vec{\mathbf{v}}$ attraverso un campo magnetico uniforme $\vec{\mathbf{B}}$ diretto perpendicolarmente a $\vec{\mathbf{v}}$.

R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Forza elettromotrice dinamica

- In questa situazione la forza risultante su un elettrone sarà

$$\sum \vec{\boldsymbol{F}} = \vec{\boldsymbol{F}}_E - \vec{\boldsymbol{F}}_B = 0 \quad \rightarrow qE = qvB \ \rightarrow E = vB$$

- Poiché il campo elettrico nel conduttore è uniforme esso è legato alla tensione presente ai capi del conduttore da

$$\Delta V = El = Blv$$

Se si inverte la direzione del moto del conduttore anche la polarità di ΔV si inverte.

Forza elettromotrice dinamica

- Consideriamo ora questo conduttore in movimento come parte di un circuito chiuso, si veda la figura a fianco
- Le cariche nella sbarretta sono soggette ad una forza magnetica e nel circuito si instaura una corrente
- Essendo l'area del circuito ad ogni istante pari a lx il flusso magnetico concatenato con il circuito sarà $\Phi_B = Blx$
- Usando la legge di Faraday, la forza elettromotrice indotta è:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dx}(Blx) = -Bl\frac{dx}{dt}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = -Blv$$

Ed essendo R la resistenza del circuito, l'intensità della corrente indotta è:

$$I = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{Blv}{R}$$

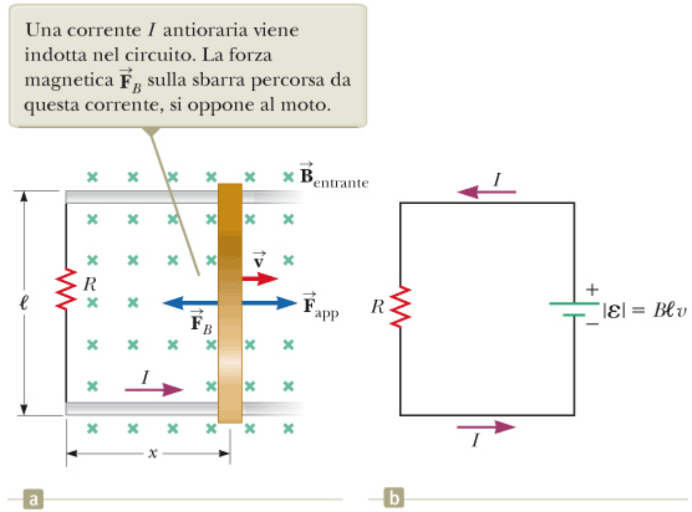


Figura 23.11 (a) Una sbarra conduttrice si muove con velocità $\vec{v}$ lungo due binari conduttori sotto l'azione di una forza applicata $\vec{F}_{app}$. (b) Il circuito equivalente alla configurazione descritta in (a).

R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Forza elettromotrice dinamica

- Quando un conduttore di lunghezza «l» si muove attraverso il campo magnetico uniforme $\vec{\boldsymbol{B}}$, subisce una forza magnetica $\vec{\boldsymbol{F}}_B$ di intensità IlB. Il verso di questa forza è opposto a quello della sbarretta, cioè verso sinistra nella figura 23.11(a). Il contrario sarebbe in contrasto con il principio di conservazione dell'energia.
- La potenza fornita dalla forza applicata è:

$$P = \ F_{app}v = (IlB)v = \frac{B^2l^2v^2}{R} = \left(\frac{Blv}{R}\right)^2 R = I^2R$$

Questa potenza è uguale a quella fornita al resistore, come atteso.

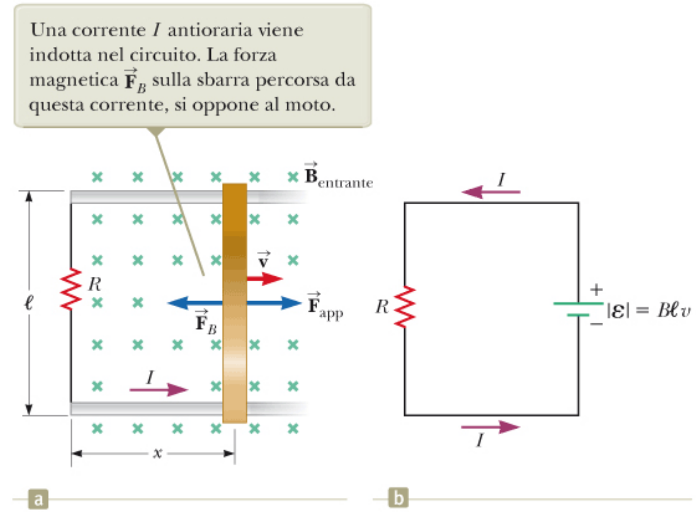


Figura 23.11 (a) Una sbarra conduttrice si muove con velocità $\vec{v}$ lungo due binari conduttori sotto l'azione di una forza applicata $\vec{F}_{app}$. (b) Il circuito equivalente alla configurazione descritta in (a).

EdiSES
R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Quiz rapido

- Si vuole mettere in movimento a velocità costante una spira rettangolare portandola all'interno di una regione in cui è presente un campo magnetico uniforme in modo da indurre una f.e.m. nella spira. Il piano della spira deve rimanere perpendicolare alle linee di campo magnetico. In quale orientazione si deve mantenere la spira mentre la si muove nella regione di campo magnetico così da generare la massima f.e.m.?

A. Con la dimensione più lunga della spira parallela al vettore velocità

B. Con la dimensione più corta della spira parallela al vettore velocità

C. In entrambi i modi perché la f.e.m. è la stessa indipendentemente dall'orientazione

Quiz rapido

- Si vuole mettere in movimento a velocità costante una spira rettangolare portandola all’interno di una regione in cui è presente un campo magnetico uniforme in modo da indurre una f.e.m. nella spira. Il piano della spira deve rimanere perpendicolare alle linee di campo magnetico. In quale orientazione si deve mantenere la spira mentre la si muove nella regione di campo magnetico così da generare la massima f.e.m.?

A. Con la dimensione più lunga della spira parallela al vettore velocità

B. Con la dimensione più corta della spira parallela al vettore velocità

C. In entrambi i modi perché la f.e.m. è la stessa indipendentemente dall’orientazione

Quiz rapido

- Nella figura a fianco una data forza applicata di modulo F_{app} è responsabile di un moto di velocità costante v e potenza in ingresso P. Supponiamo che la forza sia aumentata cosicché la velocità costante della sbarretta venga aumentata al valore doppio 2*v. In queste condizioni, quanto vale la nuova forza e la nuova potenza in ingresso?

A. $2F$ e $2P$

B. $4F$ e $2P$

C. $2F$ e $4P$

D. $4F$ e $4P$

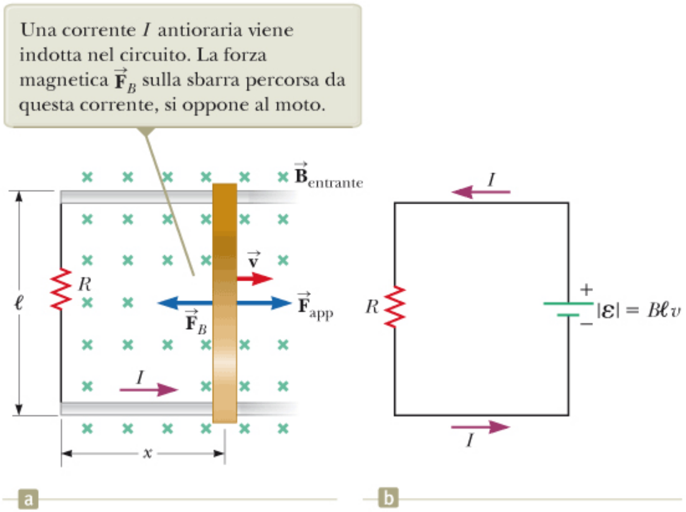


Figura 23.11 (a) Una sbarra conduttrice si muove con velocità $\vec{v}$ lungo due binari conduttori sotto l'azione di una forza applicata $\vec{F}_{app}$. (b) Il circuito equivalente alla configurazione descritta in (a).

R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Quiz rapido

- Nella figura a fianco una data forza applicata di modulo F_{app} è responsabile di un moto di velocità costante v e potenza in ingresso P. Supponiamo che la forza sia aumentata cosicché la velocità costante della sbarretta venga aumentata al valore doppio 2*v. In queste condizioni, quanto vale la nuova forza e la nuova potenza in ingresso?

A. $2F$ e $2P$

B. $4F$ e $2P$

C. $2F$ e $4P$

D. $4F$ e $4P$

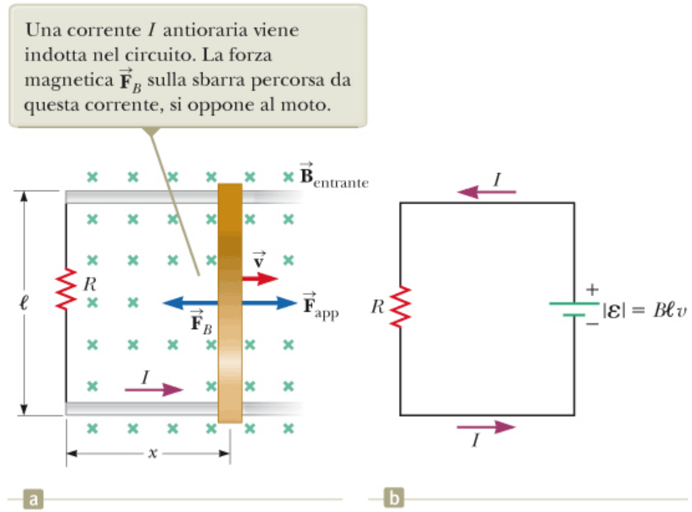


Figura 23.11 (a) Una sbarra conduttrice si muove con velocità $\vec{v}$ lungo due binari conduttori sotto l'azione di una forza applicata $\vec{F}_{app}$. (b) Il circuito equivalente alla configurazione descritta in (a).

R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Esempio – F.e.m. dinamica indotta in una sbarretta ruotante

- Una sbarretta conduttrice di lunghezza l ruota con velocità angolare costante ω intorno ad un perno posto ad uno degli estremi. Un campo magnetico uniforme $\vec{B}$ è diretto perpendicolarmente al piano di rotazione, come in figura a fianco. Calcolare la f.e.m. indotta fra le estremità della sbarretta.

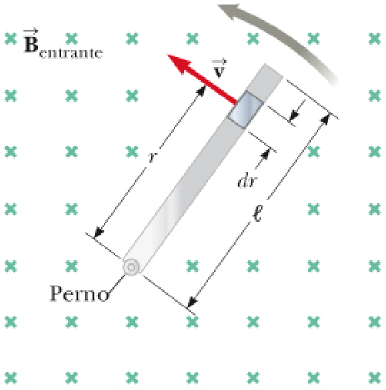


Figura 23.12 (Esempio 23.3) Una sbarra conduttrice che ruota attorno ad un perno posto in una sua estremità. La sbarra si trova in un campo magnetico uniforme perpendicolare al piano di rotazione. Una f.e.m. dinamica è indotta fra le estremità della sbarra.

R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Esempio – La forza magnetica che agisce su una sbarretta in movimento

- La sbarretta conduttrice mostrata nella figura a fianco si muove senza attrito su due guide parallele in presenza di un campo magnetico uniforme diretto verso l'interno del foglio. La sbarretta ha massa m e lunghezza l. Alla sbarretta è stata impressa una velocità iniziale $\vec{\mathbf{v}}_i$ verso destra all'istante t = 0.
- Utilizzando le leggi di Newton, calcolare la velocità della sbarretta in funzione del tempo
- Dimostrare che lo stesso risultato può essere ottenuto usando un approccio di tipo energetico

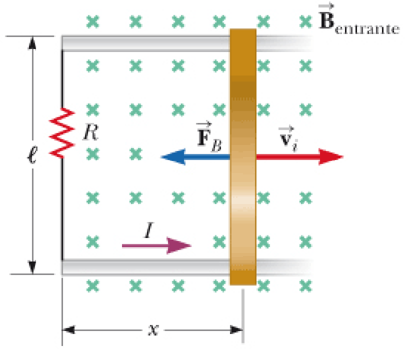


Figura 23.13 (Esempio 23.4) Una velocità $\vec{\mathbf{v}}_i$ verso destra viene impartita ad una sbarra conduttrice di lunghezza ℓ che giace su due binari conduttori fissi.

R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Corrente Alternata

- Ogni volta che accendiamo un televisore, un computer o un qualsiasi altro di una lunga serie di elettrodomestici a casa stiamo chiedendo a delle correnti alternate di fornire la potenza necessaria per il loro funzionamento.
- Un circuito in corrente alternata consiste in una serie di elementi circuitali e in un generatore che fornisce una differenza di potenziale che varia nel tempo e può essere descritta dalla formula:

$$\Delta v = \Delta V_{max} \sin \omega t$$

- In Europa l'energia elettrica viene distribuita sotto forma di **corrente alternata** sinusoidale a **frequenza** costante di 50 Hz.
- Un generatore in corrente alternata (CA o AC) in un circuito è rappresentato dal seguente simbolo

Il generatore a corrente alternata

- Il generatore a corrente alternata (AC) è un dispositivo la cui energia è trasferita all'interno per mezzo di lavoro e all'esterno per mezzo della trasmissione elettrica.
- Nelle centrali elettriche l'energia necessaria per porre in rotazione la bobina può essere ricavata da una varietà di sorgenti (ad es. centrale idroelettrica, a carbone...)

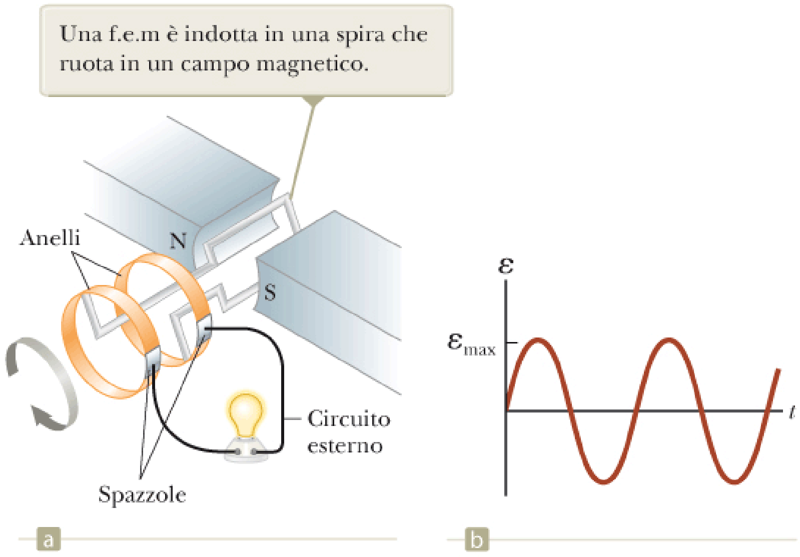


Figura 23.14 (a) Diagramma schematico di un generatore AC. (b) Una rappresentazione grafica della f.e.m. alternata indotta nella spira in funzione del tempo.

R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Il generatore a corrente alternata

- Il flusso magnetico attraverso l'avvolgimento in ogni istante t è dato da

$$\Phi_B = BA\cos\theta = BA\cos\omega t$$

Quindi la f.e.m. indotta nella bobina è:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = -N\frac{d\Phi_B}{dt} = -NBA\frac{d}{dt}(\cos\omega t)$$
$$= NBA\omega\sin\omega t$$

Varia sinusoidalmente nel tempo come mostrato in figura 23.14b

- Questa f.e.m. è la sorgente di una **corrente alternata** fornita ai clienti della società elettrica. Essa è chiamata **tensione AC** in contrapposizione alla tensione DC proveniente da una sorgente come una batteria.

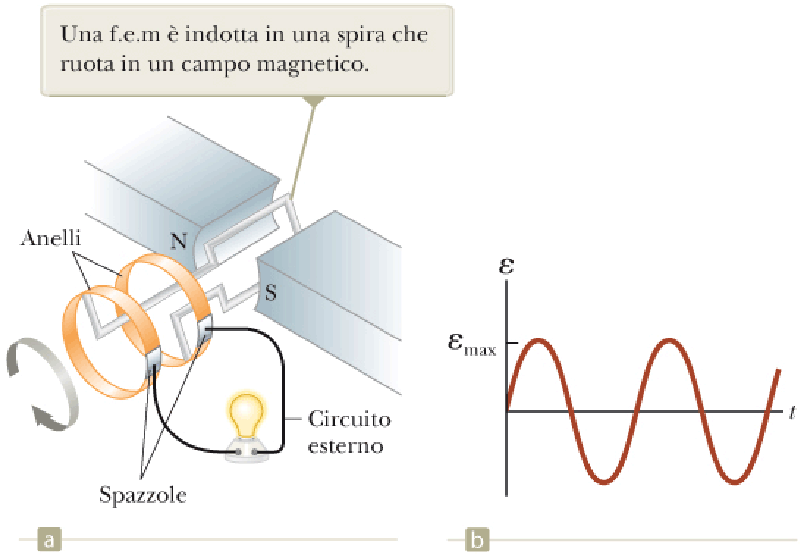


Figura 23.14 (a) Diagramma schematico di un generatore AC. (b) Una rappresentazione grafica della f.e.m. alternata indotta nella spira in funzione del tempo.

R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Legge di Lenz

- Legge di Lenz: «*La corrente indotta in un circuito ha il verso che produce un campo magnetico che si oppone alla variazione del flusso attraverso l'area delimitata dal circuito. Cioè, la corrente indotta tende a mantenere il flusso magnetico iniziale attraverso il circuito*.»
- Questa legge fornisce un mezzo per determinare il verso della corrente in un circuito quando avviene una variazione magnetica.

Legge di Lenz

- Esaminiamo la situazione anche da un punto di vista energetico…

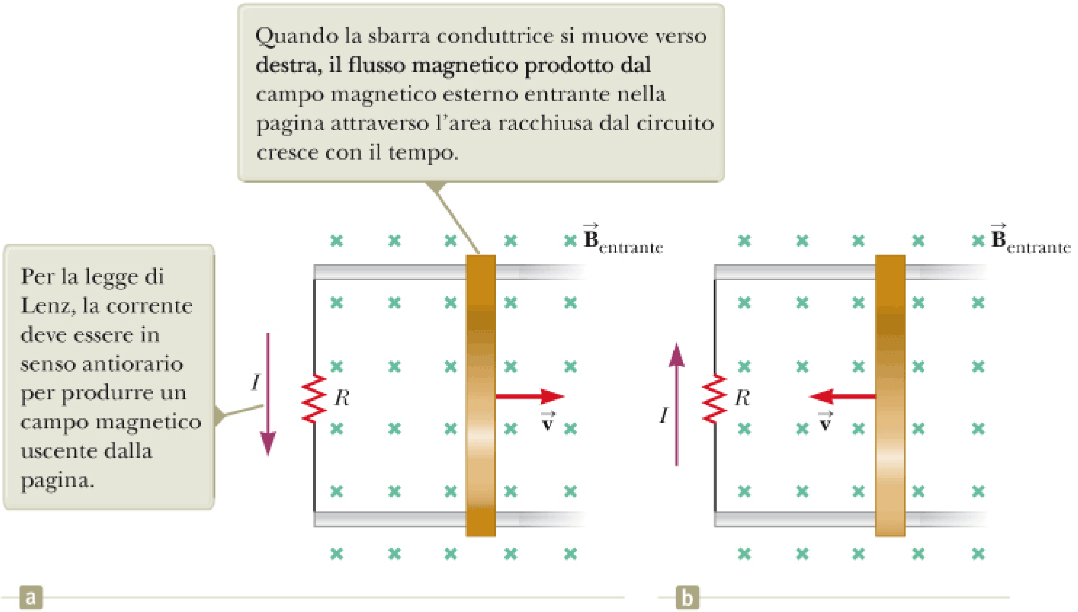


Figura 23.16 (a) La legge di Lenz può essere usata per determinare il verso della corrente indotta. (b) Quando la sbarra si muove verso sinistra, la corrente indotta deve scorrere in senso orario. Perché?

R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Il trasformatore

- Un trasformatore è costituito da un coppia di bobine avvolte su una struttura in ferro. Quando una tensione AC viene applicata ad una bobina (il primario) le linee di campo concatenate con l'altra bobina (il secondario) inducono una f.e.m. su un resistore di carico R_L. Variando il numero di spire del filo di ciascuna bobina la tensione nel secondario può diventare maggiore o minore di quella del primario.

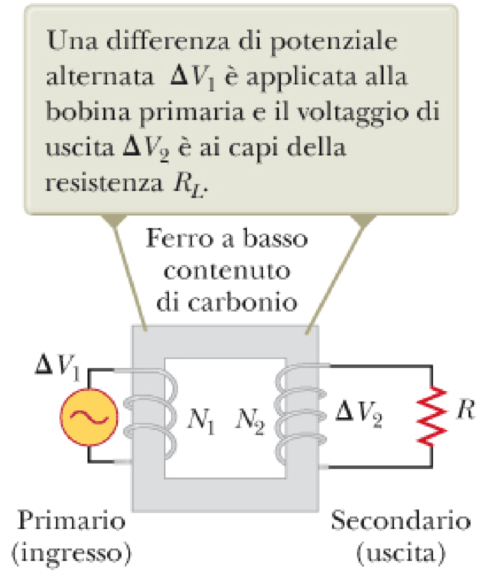


Figura 23.15 (Fisica Ragionata 23.2) Un trasformatore ideale è costituito da due bobine conduttrici avvolte sullo stesso nucleo di ferro.

R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Esempio

(A) Trovare il verso della corrente indotta nella spira quando il magnete viene spinto verso la spira.

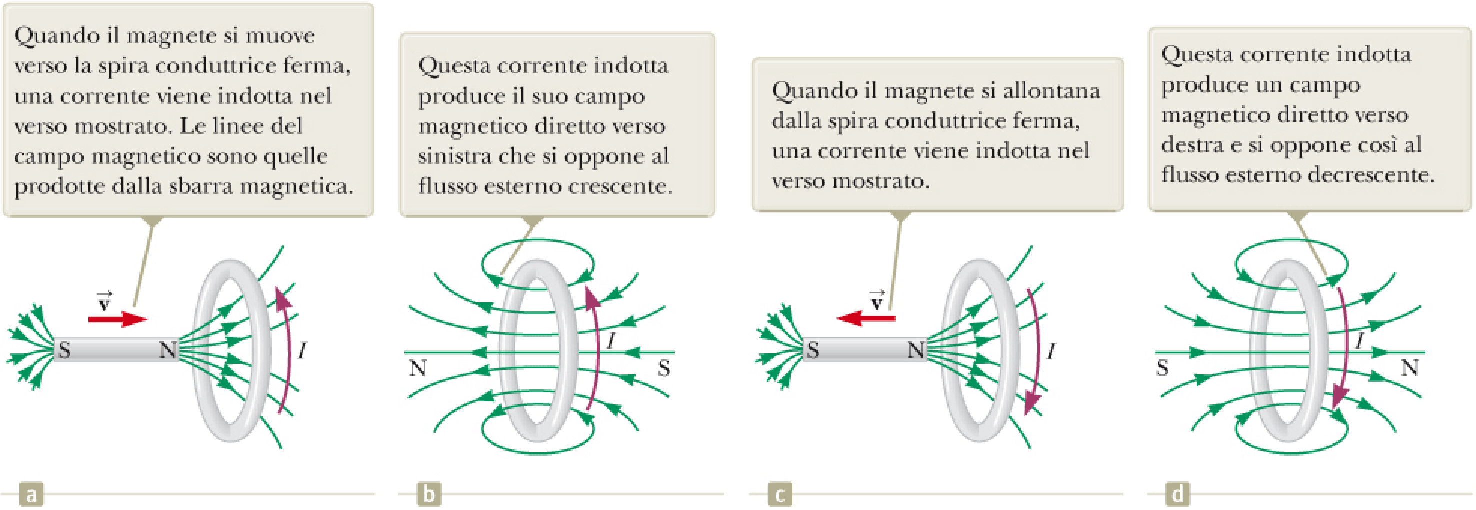


Figura 23.18 (Fisica Ragionata 23.3) Una sbarra magnetica in movimento induce una corrente in una spira conduttrice.

R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Forze elettromotrici indotte e campi elettrici

- Un flusso magnetico variabile produce sempre un campo elettrico, persino nel vuoto dove non sono presenti cariche elettriche.
- Consideriamo una spira circolare conduttrice di raggio r posta in un campo magnetico uniforme, come nella figura a fianco
- Se il campo magnetico varia nel tempo, la legge di faraday dice che nella spira viene indotta una f.e.m. $\boldsymbol{\varepsilon} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$. La corrente indotta implica la presenza di un campo elettrico indotto $\vec{\boldsymbol{E}}$ come mostrato in figura.
- Il lavoro compiuto dal campo elettrico sulla spira per far compiere a una carica di prova q un intero giro lungo la spira è $W = q\boldsymbol{\varepsilon}$

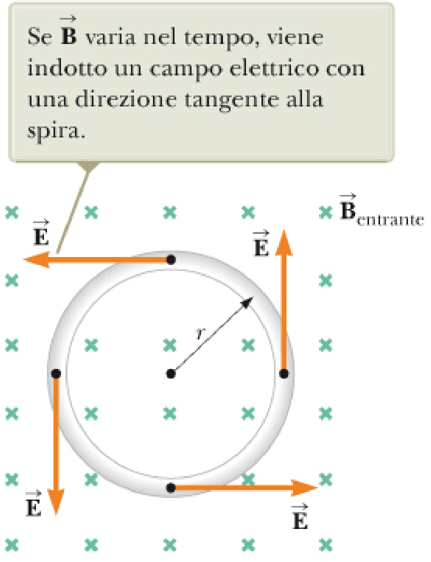


Figura 23.19 Una spira conduttrice di raggio r in un campo magnetico uniforme perpendicolare al piano della spira.

R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Forze elettromotrici indotte e campi elettrici

- Questo lavoro può anche essere espresso come

$$W = \int \vec{\boldsymbol{F}} \cdot d\vec{\boldsymbol{r}} = qE(2\pi r)$$

- Le due espressioni per il lavoro devono essere uguali quindi

$$q\boldsymbol{\varepsilon} = \mathrm{qE}(2\pi r)$$

$$E = \frac{\boldsymbol{\varepsilon}}{2\pi r}$$

- Considerando che per una spira circolare $\Phi_B = BA = B\pi r^2$, il campo elettrico può essere scritto:

$$E = -\frac{1}{2\pi r}\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{1}{2\pi r}\frac{d}{dt}(B\pi r^2) = -\frac{r}{2}\frac{dB}{dt}$$

Se $\vec{\mathbf{B}}$ varia nel tempo, viene indotto un campo elettrico con una direzione tangente alla spira.

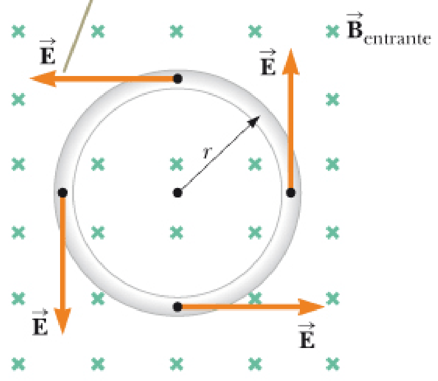


Figura 23.19 Una spira conduttrice di raggio r in un campo magnetico uniforme perpendicolare al piano della spira.

R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Forze elettromotrici indotte e campi elettrici

- Il segno negativo indica che ancora una volta il campo elettrico indotto $\vec{\boldsymbol{E}}$ determina una corrente che si oppone alla variazione di campo magnetico
- E' importante comprendere che questo risultato è vero anche in assenza di conduttori o cariche. Cioè, lo stesso campo elettrico è indotto da una variazione di campo magnetico nel vuoto
- In generale la f.e.m. indotta per un qualsiasi cammino chiuso è espressa dall'integrale di linea di $\vec{\boldsymbol{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{s}}$ su quel cammino: $\varepsilon = \oint \vec{\boldsymbol{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{s}}$. Quindi la forma generale della legge dell'induzione di Faraday è

$$\oint \vec{\boldsymbol{E}} \cdot d\vec{\boldsymbol{s}} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

- E' importante rendersi conto che il campo elettrico indotto $\vec{\boldsymbol{E}}$ che compare nell'equazione sopra è un campo elettrico non conservativo (poiché il lavoro svolto per muovere una carica lungo un percorso chiuso non è nullo) prodotto da un campo magnetico variabile
- Questo tipo di campo elettrico è molto diverso da un campo elettrostatico

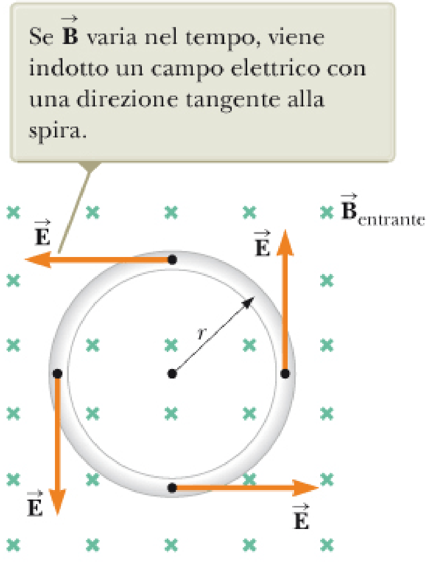


Figura 23.19 Una spira conduttrice di raggio r in un campo magnetico uniforme perpendicolare al piano della spira.

R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Quiz rapido

- In una certa regione, un campo magnetico è uniforme relativamente allo spazio ma aumenta con rapidità costante. Questo campo magnetico variabile induce un campo elettrico che

A. Cresce al passare del tempo

B. È conservativo

C. È nella stessa direzione del campo magnetico

D. Ha un modulo costante

Quiz rapido

- In una certa regione, un campo magnetico è uniforme relativamente allo spazio ma aumenta con rapidità costante. Questo campo magnetico variabile induce un campo elettrico che

A. Cresce al passare del tempo

B. È conservativo

C. È nella stessa direzione del campo magnetico

D. Ha un modulo costante

Esempio – Campo elettrico indotto da un campo magnetico variabile in un solenoide

- Un lungo solenoide di raggio R ha *n* spire per unità di lunghezza ed è percorso da una corrente che varia nel tempo in maniera sinusoidale secondo l'espressione $I = I_{max} \cos \omega t$, dove I_{max} è il valore massimo della corrente e ω è la frequenza angolare del generatore di corrente alternata (si veda la figura a fianco).
- Determinare il modulo del campo elettrico indotto fuori dal solenoide a una distanza r > R dal suo asse centrale
- Qual è il modulo del campo elettrico indotto dentro il solenoide, ad una distanza r dal suo asse?

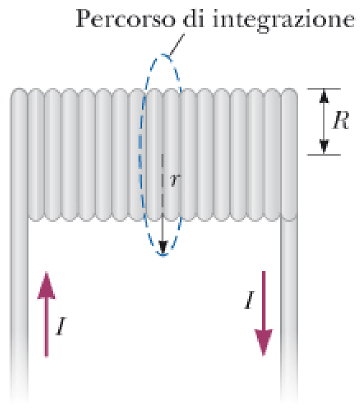


Figura 23.20 (Esempio 23.5) Un lungo solenoide percorso da una corrente variabile nel tempo data da $I = I_{max} \cos \omega t$. Viene indotto un campo elettrico sia dentro che fuori dal solenoide.

R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Autoinduzione

- Si consideri il circuito in figura. La presenza della f.e.m. indotta dalla variazione del flusso magnetico concatenato al circuito (dovuto alla corrente che circola in esso), porta ad un aumento graduale della corrente.
- Questo effetto è detto autoinduzione perché la variazione di flusso magnetico concatenato con il circuito ha origine dal circuito stesso. La f.e.m. che ha origine in questo caso è detta autoindotta.

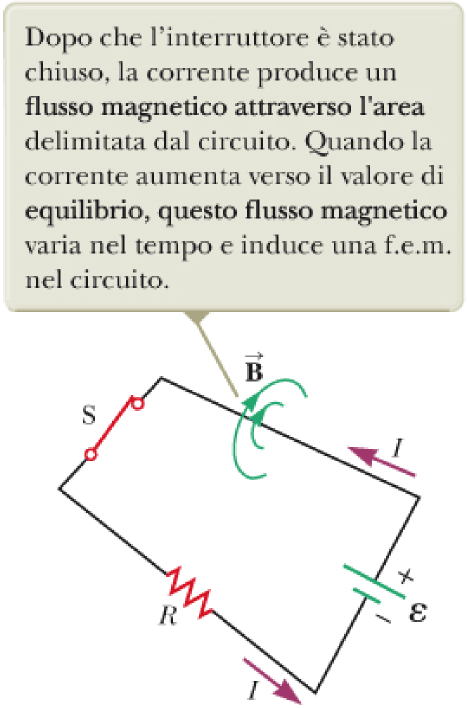


Figura 23.21 Autoinduzione in un circuito semplice.

R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Autoinduzione

- Per una bobina costituita da N spire (bobina toroidale o solenoide ideale) la **f.e.m. autoindotta** è

$$\varepsilon_L = -N\frac{d\Phi_B}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$

Dove L è una costante di proporzionalità chiamata **induttanza** della bobina, che dipende dalle caratteristiche geometriche e fisiche della bobina.
L'induttanza di una bobina avente N spire è quindi:

$$L = \frac{N\Phi_B}{I}$$

Possiamo scrivere l'induttanza anche come il rapporto

$$L = -\frac{\varepsilon_L}{dI/dt}$$

Autoinduzione

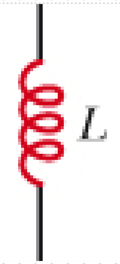
- Considerando l'equazione $R = \Delta V/I$ vediamo che la resistenza è una misura dell'opposizione alla corrente, l'induttanza dà una misura della opposizione alla variazione di corrente
- L'unità di misura SI dell'induttanza è l'henry (H) $1\ H = 1V \cdot s/A$
- L'induttanza di una bobina dipende dalla sua geometria

Esempio – Induttanza di un solenoide

- Si consideri un solenoide costituito da N spire uniformemente avvolte e di lunghezza l. Si assuma che l sia molto maggiore del raggio delle spire e, all'interno del solenoide, ci sia aria.
- Trovare l'induttanza del solenoide
- Calcolare l'induttanza del solenoide se esso è costituito da 300 spire, la sua lunghezza è 25.0 cm e l'area di ogni spira è 4.00 cm^2.
- Calcolare la f.e.m. autoindotta nel solenoide se la corrente che lo percorre decresce al ritmo di 50.0 A/s.

Circuiti RL

Simbolo di un induttore



- Un elemento di un circuito che ha una induttanza è detto induttore (simbolo in alto a destra)
- un induttore nel circuito si oppone alle variazioni di corrente nel circuito stesso (la corrente non può aumentare o decrescere istantaneamente)
- Nella figura a fianco è rappresentato un circuito RL. Le linee curve in corrispondenza dell'interruttore S_2 indicano che non può mai essere aperto.

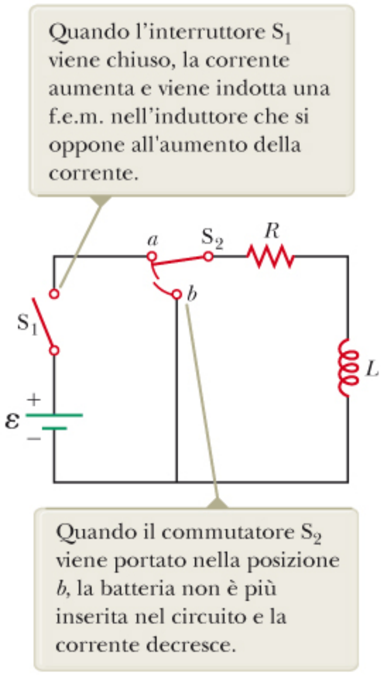
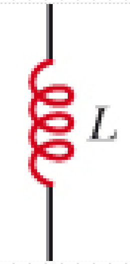


Figura 23.22 Un circuito *RL*. Quando il commutatore S_2 è nella posizione *a*, la batteria è inserita nel circuito.

EdiSES
R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Circuiti RL

Simbolo di un induttore



- Supponiamo di chiudere l'interruttore S_2 su a. L'interuttore S_1 sia aperto per t<0 e venga chiuso all'istante t=0. L'induttore produce una f.e.m. che si oppone al crescere della corrente. Dalla legge delle maglie di Kirchhoff:

$$\varepsilon - IR - L\frac{dI}{dt} = 0$$

Per trovare la soluzione a questa equazione differenziale, effettuiamo un cambio di variabili ponendo $x = \left(\frac{\varepsilon}{R}\right) - I$ e $dx = -dI$, con queste sostituzioni l'equazione sopra diventa:

$$x + \frac{L}{R}\frac{dx}{dt} = 0$$

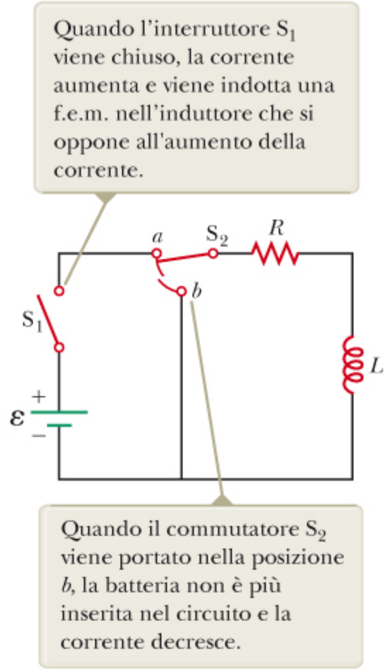
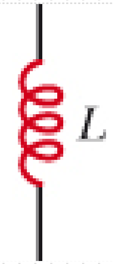


Figura 23.22 Un circuito RL. Quando il commutatore S_2 è nella posizione a, la batteria è inserita nel circuito.

Circuiti RL

Simbolo di un induttore



- Integrando quest'ultima espressione si ha

$$\int_{x_0}^{x} \frac{dx}{x} = -\frac{R}{L}\int_0^t dt$$

$$\ln \frac{x}{x_0} = -\frac{R}{L}t$$

Dove x_0 è il valore di x al tempo t=0. Se si effettua l'operazione inversa del logaritmo sull'equazione precedente si ottiene

$$x = x_0 e^{-\frac{Rt}{L}}$$

Poiché $I = 0$ a $t = 0$, si ha che $x_0 = \varepsilon/R$. Dunque:

$$\frac{\varepsilon}{R} - I = \frac{\varepsilon}{R}e^{-\frac{Rt}{L}}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R}(1 - e^{-\frac{Rt}{L}})$$

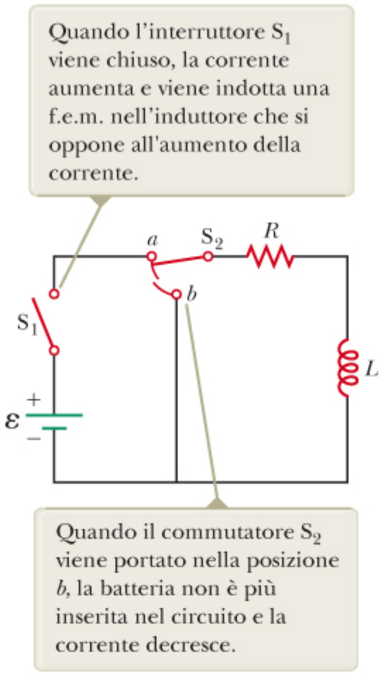
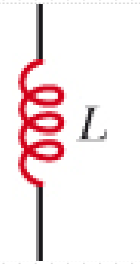


Figura 23.22 Un circuito *RL*. Quando il commutatore S_2 è nella posizione *a*, la batteria è inserita nel circuito.

R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Circuiti RL

Simbolo di un induttore



- Questa ultima espressione può essere anche scritta come
$$I = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$
- τ è la costante di tempo del circuito RL $\tau = L/R$
- In assenza di induttanza (cioè L=0) la corrente cresce istantaneamente al suo valore di equilibrio
- τ è il tempo necessario alla corrente per raggiungere $(1 - e^{-1}) = 0.632 = 63.2\%$ del valore finale $\frac{\varepsilon}{R}$

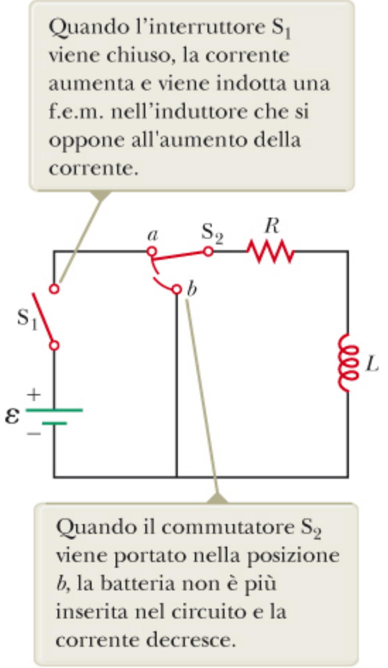


Figura 23.22 Un circuito *RL*. Quando il commutatore S_2 è nella posizione *a*, la batteria è inserita nel circuito.

Circuiti RL

- La figura 23.23 rappresenta un grafico della corrente in funzione del tempo
- Osserviamo anche la rapidità della variazione di corrente (figura 23.24):

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\varepsilon}{L} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

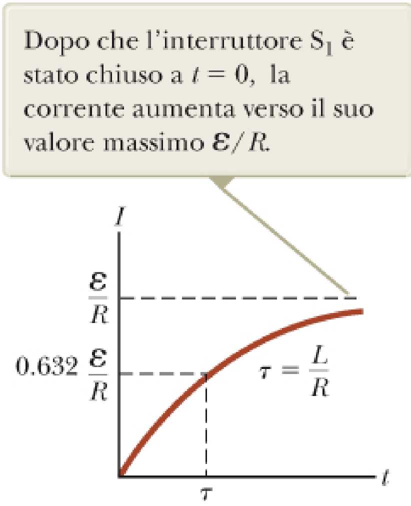


Figura 23.23 Grafico della corrente in funzione del tempo per il circuito *RL* mostrato nella Figura 23.22. La costante di tempo τ è l'intervallo di tempo necessario perché I raggiunga il 63.2% del suo valore massimo.

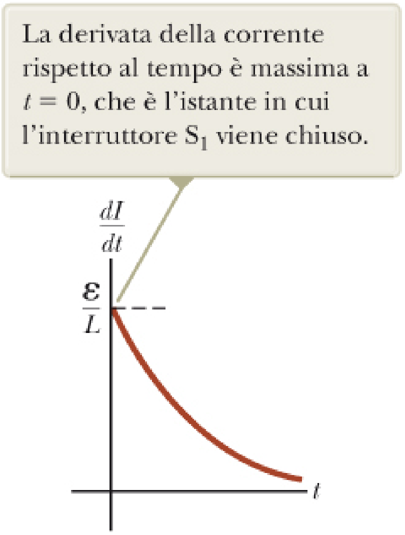


Figura 23.24 Grafico di dI/dt in funzione del tempo per il circuito *RL* mostrato nella Figura 23.22. La derivata decresce esponenzialmente con il tempo mentre I cresce verso il suo valore massimo.

R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Circuiti RL

- Consideriamo ancora il circuito RL in figura a fianco
- Supponiamo che l'interruttore S_2 sia rimasto chiuso sulla posizione «a» un tempo sufficiente da permettere alla corrente di raggiungere il suo valore di regime (ε/R).
- Se l'interruttore S_2 è commutato da «a» a «b», applicando la legge delle maglie di Kirchhoff:

$$IR + L\frac{dI}{dt} = 0$$

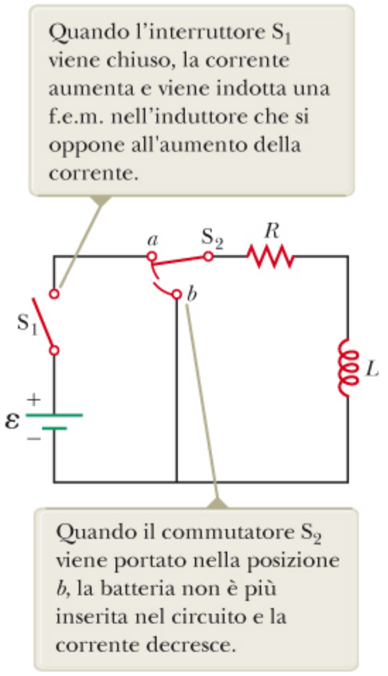


Figura 23.22 Un circuito *RL*. Quando il commutatore S_2 è nella posizione *a*, la batteria è inserita nel circuito.

Circuiti RL

- La soluzione della precedente equazione differenziale è

$$I = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} = I_i e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Dove ε è la f.e.m. della batteria e $I_i = \frac{\varepsilon}{R}$ è la corrente all'istante in cui l'interruttore viene chiuso su «b».

- Se il circuito non contenesse l'induttore, la corrente diventerebbe istantaneamente zero quando la batteria viene rimossa.

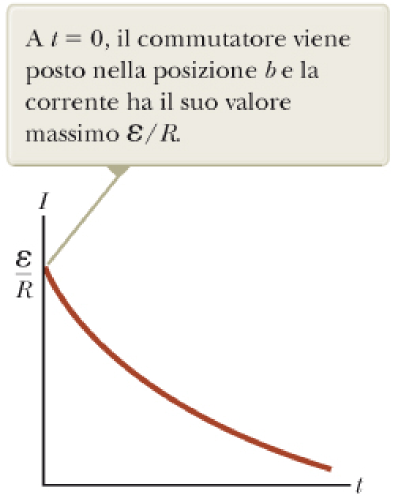


Figura 23.25 Corrente in funzione del tempo per la maglia a destra del circuito mostrato nella Figura 23.22. Per $t < 0$, il commutatore S_2 si trova nella posizione a.

R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Quiz rapido

- Due circuiti simili a quello mostrato in figura 23.22 sono identici eccetto che per il valore di L. Nel circuito A l'induttanza dell'induttore è L_A e nel circuito B è L_B. L'interruttore S_2 è nella posizione «b» da un tempo lungo per entrambi i circuiti. Al tempo t=0, l'interruttore è posto su «a» per in entrambi i circuiti. Per t=10s, l'interruttore è posto su «b» in entrambi i circuiti. Il grafico della corrente in funzione del tempo che ne risulta è mostrato in figura 23.27. Assumendo che la costante di tempo di ciascun circuito sia molto minore di 10s, quale delle seguenti relazioni è vera?

A. $L_A > L_B$

B. $L_A < L_B$

C. Non si hanno informazioni sufficienti per determinare i valori relativi

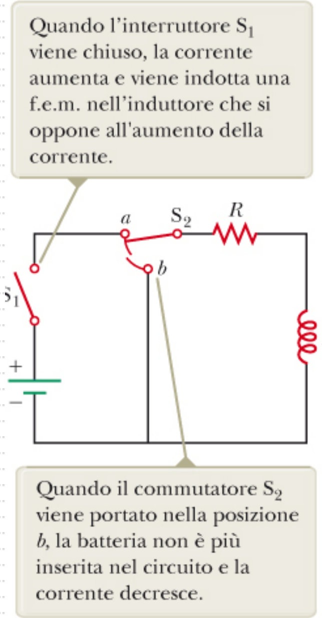


Figura 23.22 Un circuito *RL*. Quando il commutatore S_2 è nella posizione *a*, la batteria è inserita nel circuito.

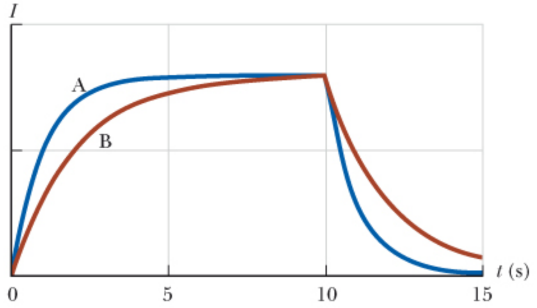


Figura 23.27 (Quiz Rapido 23.8) Grafici per la corrente in funzione del tempo per due circuiti con diverse induttanze.

Quiz rapido

- Due circuiti simili a quello mostrato in figura 23.22 sono identici eccetto che per il valore di L. Nel circuito A l'induttanza dell'induttore è L_A e nel circuito B è L_B. L'interruttore S_2 è nella posizione «b» da un tempo lungo per entrambi i circuiti. Al tempo t=0, l'interruttore è posto su «a» per in entrambi i circuiti. Per t=10s, l'interruttore è posto su «b» in entrambi i circuiti. Il grafico della corrente in funzione del tempo che ne risulta è mostrato in figura 23.27. Assumendo che la costante di tempo di ciascun circuito sia molto minore di 10s, quale delle seguenti relazioni è vera?

A. $L_A > L_B$

B. $L_A < L_B$

C. Non si hanno informazioni sufficienti per determinare i valori relativi

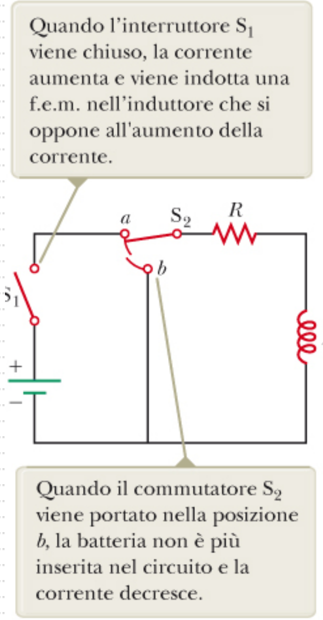


Figura 23.22 Un circuito *RL*. Quando il commutatore S_2 è nella posizione *a*, la batteria è inserita nel circuito.

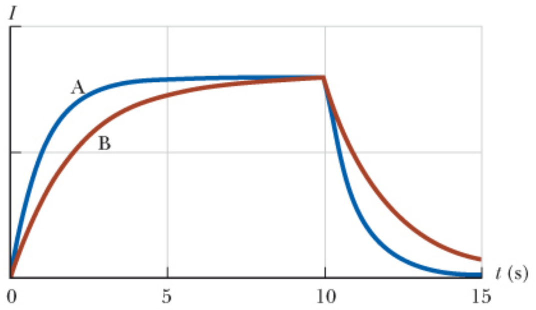


Figura 23.27 (Quiz Rapido 23.8) Grafici per la corrente in funzione del tempo per due circuiti con diverse induttanze.

Esempio – Costante di tempo di un circuito RL

- Si consideri il circuito in figura 23.22. Supponiamo che gli elementi del circuito abbiano i seguenti valori: $\varepsilon = 12.0\ V$, $R = 6.00\ \Omega$ e $\mathrm{L} = 30.0\ mH$
- Trovare la costante di tempo del circuito
- L'interruttore S_2 è nella posizione «a» e l'interruttore S_1 viene chiuso all'istante t=0. Calcolare la corrente nel circuito a t=2.00 ms.
- Confrontare la differenza di potenziale ai capi del resistore con quella nell'induttore

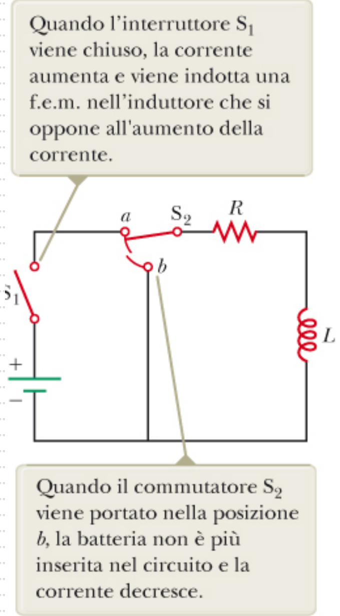


Figura 23.22 Un circuito *RL*. Quando il commutatore S_2 è nella posizione *a*, la batteria è inserita nel circuito.

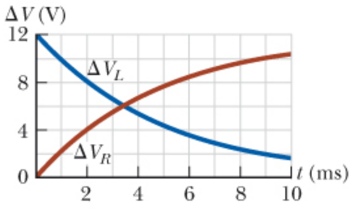


Figura 23.28 (Esempio 23.7) Il comportamento nel tempo dei voltaggi sul resistore e sull'induttore nella Figura 23.22 con i valori forniti in questo esempio.

R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Energia immagazzinata in un campo magnetico

- Nel caso che abbiamo visto con il circuito di figura 23.22 una parte dell'energia erogata dalla batteria va in energia interna del resistore, la rimanente energia viene immagazzinata nell'induttore. Consideriamo l'equazione ricavata dalla legge delle maglie di Kirchhoff per il circuito di figura 23.22:

$$\varepsilon - IR - L\frac{dI}{dt} = 0$$

Moltiplicando ambo i membri per la corrente I

$$I\varepsilon = I^2R + LI\frac{dI}{dt}$$

Questa espressione ci dice che la potenza erogata dalla batteria ($I\varepsilon$) è uguale alla somma della potenza fornita al resistore (I^2R) e della rapidità con cui viene immagazzinata l'energia nell'induttore $LI\frac{dI}{dt}$. Cioè non è nient'altro che l'espressione della conservazione dell'energia per il sistema isolato costituito dal circuito.

Energia immagazzinata in un campo magnetico

- Se denotiamo con U l'energia immagazzinata in un certo istante nell'induttore, la rapidità con cui viene immagazzinata energia nell'induttore $\mathrm{d}U/dt$ può essere scritta come:

$$\frac{dU}{dt} = LI\,\frac{dI}{dt}$$

- Per trovare l'energia totale immagazzinata nell'induttore in ogni istante, riscriviamo questa espressione come $\mathrm{d}U = LIdI$ e integriamo:

$$U = \int_0^U dU = \int_0^I LIdI$$

$$U = \frac{1}{2}LI^2$$

Energia immagazzinata in un campo magnetico

- L'equazione $U = \frac{1}{2}LI^2$ è simile nella forma all'espressione che dà l'energia immagazzinata nel campo elettrico di un condensatore

$U = \frac{1}{2}C(\Delta V)^2$. Consideriamo l'esempio in figura sotto

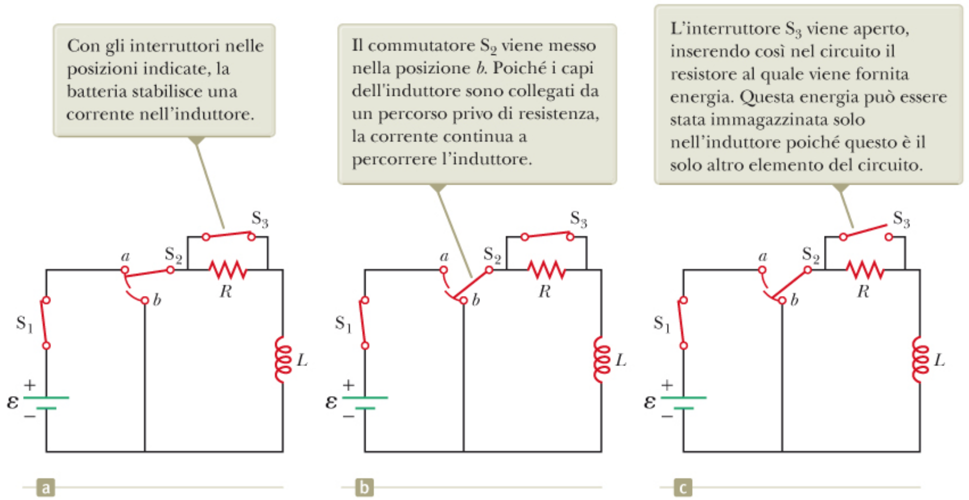


Figura 23.29 Un circuito *RL* usato per comprendere l'immagazzinamento di energia nell'induttore.

R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Energia immagazzinata in un campo magnetico

- Determiniamo l'energia per unità di volume immagazzinata in un campo magnetico, cioè la densità di energia.
- Per semplicità consideriamo un solenoide con induttanza $L = \mu_0 n^2 Al$. Il campo magnetico di un solenoide è $B = \mu_0 nI$ da cui otteniamo:

$$U = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}\mu_0 n^2 Al \left(\frac{B}{\mu_0 n}\right)^2 = \frac{B^2}{2\mu_0}(Al)$$

- Poiché Al è il volume del solenoide, la densità di energia magnetica è data da

$$u_B = \frac{U}{Al} = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

- Sebbene questa equazione sia stata ricavata per il caso di un solenoide, essa è valida in ogni regione dello spazio in cui esiste un campo magnetico. Notiamo che è simile all'espressione dell'energia per unità di volume immagazzinata dal campo elettrico $\frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$. In entrambi i casi la densità di energia è proporzionale al quadrato dell'intensità del campo.

Quiz rapido

- Si sta mettendo a punto un esperimento nel quale si ha bisogno della massima densità possibile di energia magnetica all’interno di un solenoide molto lungo. Quale dei seguenti accorgimenti è capace di aumentare la densità di energia? (Più di una scelta può essere corretta)

A. L’aumento del numero di spire per unità di lunghezza del solenoide
B. L’aumento della sezione del solenoide
C. L’aumento della sola lunghezza del solenoide mantenendo fisso il numero di spire per unità di lunghezza
D. L’aumento della corrente nel solenoide

Quiz rapido

- Si sta mettendo a punto un esperimento nel quale si ha bisogno della massima densità possibile di energia magnetica all'interno di un solenoide molto lungo. Quale dei seguenti accorgimenti è capace di aumentare la densità di energia? (Più di una scelta può essere corretta)

A. L'aumento del numero di spire per unità di lunghezza del solenoide
B. L'aumento della sezione del solenoide
C. L'aumento della sola lunghezza del solenoide mantenendo fisso il numero di spire per unità di lunghezza
D. L'aumento della corrente nel solenoide

Esempio – Cosa succede all'energia immagazzinata in un induttore?

Consideriamo il circuito RL mostrato in figura, con S_2 nella posizione «a» e con la corrente che ha raggiunto il suo valore di regime. Quando S_2 viene posto in «b» la corrente nella maglia di destra decade esponenzialmente con l'espressione $I = I_i e^{-\frac{t}{\tau}}$ dove $I_i = \frac{\varepsilon}{R}$ è la corrente iniziale nel circuito e $\tau = L/R$ è la costante di tempo. Dimostrare che tutta l'energia inizialmente immagazzinata nel campo magnetico dell'induttore si trasforma in energia interna del resistore quando la corrente decade a zero.

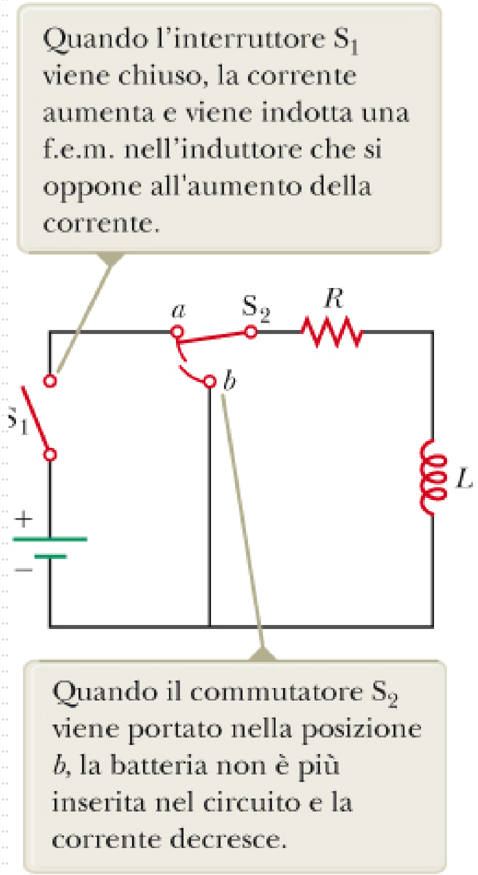


Figura 23.22 Un circuito *RL*. Quando il commutatore S_2 è nella posizione *a*, la batteria è inserita nel circuito.

Esempio – Il cavo coassiale

- I cavi coassiali sono spesso usati per collegare dispositivi elettrici, come ad esempio un sistema video, e per ricevere segnali in sistemi di televisione via cavo. Si schematizzi un lungo cavo coassiale con un sottile cilindro cavo conduttore di raggio b concentrico a un cilindro pieno di raggio a, come nella figura a fianco. I conduttori sono percorsi dalla stessa corrente I in versi opposti. Calcolare l'induttanza L di un segmento di cavo di lunghezza l.

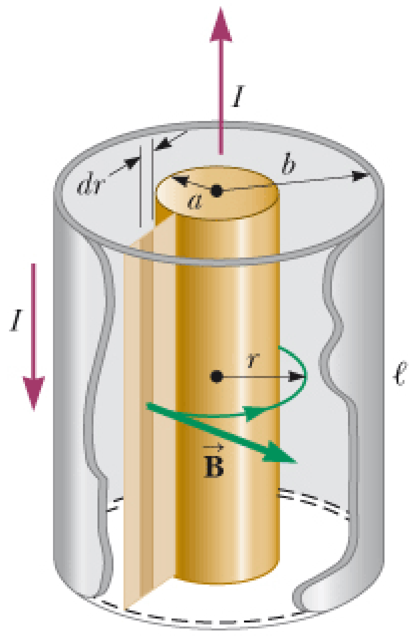


Figura 23.30 (Esempio 23.9) Sezione di un lungo cavo coassiale. I conduttori interno ed esterno portano correnti uguali in versi opposti.

R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Oscillazioni in un circuito LC

- Quando un condensatore è connesso ad un induttore come nella figura a fianco si ha un circuito LC. Se il condensatore è inizialmente carico e l'interruttore è ad un certo istante chiuso, sia la corrente nel condensatore che quella nell'induttore iniziano ad oscillare tra un valore massimo positivo e negativo rispettivamente. Se la resistenza del circuito è nulla non viene dissipata energia.
- Assumiamo che il condensatore abbia una carica iniziale Q_{max} (carica massima) e l'interruttore è aperto per $t < 0$ e poi chiuso per $t = 0$.

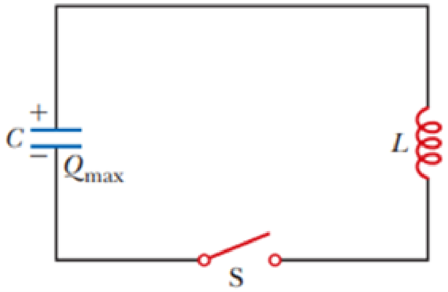


Figura 32.10 Un semplice circuito LC. Il condensatore ha una carica iniziale Q_{max}, e l'interruttore è aperto per $t < 0$ e poi chiuso a $t = 0$.

Oscillazioni in un circuito LC

- Quando il condensatore è completamente carico, l'energia U nel circuito è contenuta nel campo elettrico del condensatore ed è uguale a $Q_{max}^2/2C$ (si veda la slide 48 della serie «potenziale elettrico e capacità). In questo istante la corrente nel circuito è nulla. Quindi è nulla anche l'energia immagazzinata nell'induttore. Dopo che l'interruttore viene chiuso, il tasso con cui le cariche lasciano o entrano le armature del condensatore è uguale alla corrente nel circuito. Dopo che l'interruttore viene chiuso ed il condensatore inizia a scaricarsi, l'energia in esso immagazzinata diminuisce. Diventando diversa da zero la corrente nel circuito, parte dell'energia inizia ad accumularsi anche nel campo magnetico dell'induttore. Quando il condensatore è completamente scarico, non vi è energia accumulata in esso. A questo punto la corrente nel circuito è massima e tutta l'energia è accumulata nell'induttore. La corrente a questo punto inizia a diminuire ed il condensatore diventerà completamente carico ancora ma con la polarità delle armature opposta rispetto a prima. Questo processo continua fino a che il consensatore non sarà ancora carico con carica Q_{max} come nella situazione iniziale. L'energia continua quindi ad oscillare tra il condensatore e l'induttore.

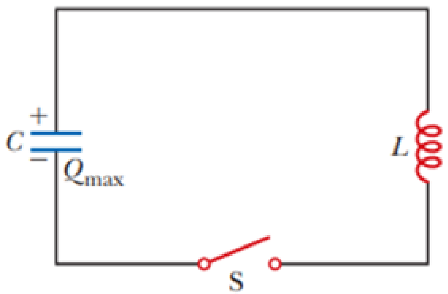


Figura 32.10 Un semplice circuito LC. Il condensatore ha una carica iniziale Q_{max}, e l'interruttore è aperto per $t < 0$ e poi chiuso a $t = 0$.

Oscillazioni in un circuito LC

- Le oscillazioni in un circuito LC sono un analogo elettromagnetico delle oscillazioni di una particella che si muove di moto armonico semplice (introdurre l'attrito nel moto armonico della particella equivale ad introdurre una resistenza nel circuito). Molto di quello che si è visto per questo sistema meccanico può essere applicato anche al caso del circuito LC (o RLC come vedremo nelle slides successive). Ad esempio si pensi all'oscillatore armonico forzato ed al fenomeno della risonanza, che è osservato anche nei circuiti LC (ed RLC).

Oscillazioni in un circuito LC

- Una rappresentazione del circuito LC è riportata nella figura a fianco. Si considerino le analogie con la massa m che si muove di moto armonico semplice.
- L'energia potenziale immagazzinata nella molla allungata $\frac{1}{2}kx^2$ è analoga all'energia potenziale immagazzinata nel condensatore $Q_{max}^2/2C$. L'energia cinetica $\frac{1}{2}mv^2$ della massa è analoga all'energia magnetica $\frac{1}{2}Li^2$ dell'induttore (che richiede la presenza di cariche in moto).

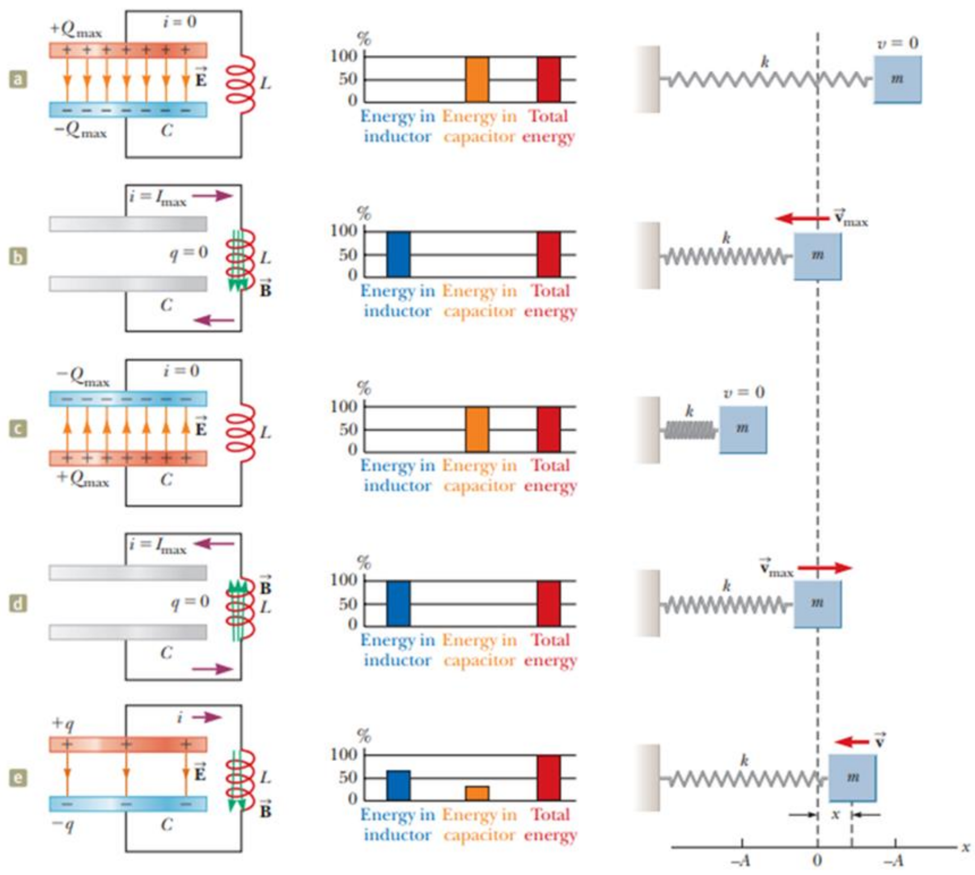


Figura 32.11: Trasferimento dell'energia in un circuito LC (senza resistenza e senza irraggiamento). Il condensatore ha carica Q_{max} a $t = 0$, cioè l'istante temporale nel quale l'interruttore in figura 32.11 viene chiuso. L'equivalente «meccanico» di questo circuito è rappresentato da una particella che si muove di moto armonico semplice, rappresentata nella parte destra della figura. (a)-(d) in questi istanti particolari, tutta l'energia è racchiusa in uno dei due elementi del circuito. (e) In un istante arbitrario, l'energia è suddivisa tra il condensatore e l'induttore.

Oscillazioni in un circuito LC

- Consideriamo un qualche istante temporale dopo che il circuito è chiuso in cui il condensatore ha una carica $q < Q_{max}$ e la corrente è $i < I_{max}$. La somma delle energie immagazzinate nel condensatore e nell'induttore deve essere uguale all'energia U inizialmente (cioè a t=0) immagazzinata nel condensatore:

$$U = U_E + U_B = \frac{q^2}{2C} + \frac{1}{2}Li^2 = \frac{Q_{max}^2}{2C} \qquad \textit{equazione } 32.18$$

- L'energia totale del sistema rimane costante nel tempo, matematicamente ciò viene espresso come $\frac{dU}{dt} = 0$
- Quindi derivando l'espressione sopra rispetto al tempo otteniamo:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{q^2}{2C} + \frac{1}{2}Li^2\right) = \frac{q}{C}\frac{dq}{dt} + Li\frac{di}{dt} = 0$$

Oscillazioni in un circuito LC

- Possiamo ridurre il risultato dell'ultima formula nella slide precedente ad una equazione differenziale ad una variabile ricordandoci che per la corrente vale $i = dq/dt$. Segue quindi anche $\frac{di}{dt} = d^2q/dt^2$. Sostituendo queste due espressioni nell'equazione di prima otteniamo:

$$\frac{q}{C} + L\frac{d^2q}{dt^2} = 0$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} = -\frac{1}{LC}q \qquad \textit{equazione } 32.20$$

Oscillazioni in un circuito LC

- Risolviamo quest'ultima equazione per q, notando che questa espressione è della stessa forma di quella associata al sistema di una particella che si muove di moto armonico semplice:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x = -\omega^2 x$$

Dove k è la costante elastica della molla, m è la massa della particella. La soluzione di questa equazione ha la forma:

$$x = A\cos(\omega t + \phi)$$

Dove A è l'ampiezza del moto armonico (cioè il massimo valore assunto da x), ω è la pulsazione e ϕ è la differenza di fase. Possiamo quindi scrivere analogamente una soluzione dell'equazione differenziale 32.20 nella slide precedente:

$$q = Q_{max}\cos(\omega t + \phi)$$

Dove Q_{max} è la massima carica accumulata dal condensatore e la pulsazione ω:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Questa equazione determina la frequenza di oscillazione propria del circuito LC.

Oscillazioni in un circuito LC

- Siccome q varia sinusoidalmente con il tempo, anche la corrente varia sinusoidalmente:

$$i = \frac{dq}{dt} = -\omega Q_{max} \sin(\omega t + \phi) \qquad \textcolor{red}{equazione\ 32.23}$$

- Per determinare il valore della differenza di fase ϕ, consideriamo le condizioni iniziali: $t = 0$, $i = 0$ e $q = Q_{max}$. Nell'equazione 32.23 sopra questo da

$$0 = -\omega Q_{max} \sin \phi$$

Da cui si deduce che deve valere $\phi = 0$.

- Quindi le espressioni per la carica q e la corrente i sono:

$$q = Q_{max} \cos \omega t \qquad \textcolor{red}{equazione\ 32.24}$$

$$i = -\omega Q_{max} \sin \omega t = -I_{max} \sin \omega t \qquad \textcolor{red}{equazione\ 32.25}$$

Oscillazioni in un circuito LC

- Grafici della variazione della carica q e della corrente sono riportati nella figura a fianco. La carica sul condensatore oscilla tra Q_{max} e $-Q_{max}$ e la corrente tra I_{max} e $-I_{max}$. Tra le due grandezze c'è una differenza di fase di 90°. Questo significa che quando la carica è massima la corrente è zero e viceversa.
- Tornando alla discussione sul bilancio energetico nel circuito, sostituendo le equazioni 32.24 e 32.35 nella 32.18 (slide 59) otteniamo per l'energia totale U:
- $U = U_E + U_B = \frac{Q_{max}^2}{2C} cos^2 \omega t + \frac{1}{2} L I_{max}^2 sin^2 \omega t$ $\quad$ *equaz.* 32.26

La carica q e la corrente i hanno una differenza di fase rispettiva di 90°

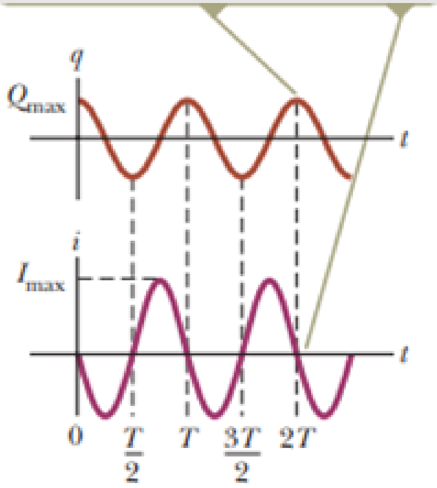


Fig. 32.12 Grafici della carica e della corrente in funzione del tempo per il circuito LC considerato

Oscillazioni in un circuito LC

La somma delle due curve è una costante ed è uguale all'energia immagazzinata nel circuito

- $U = U_E + U_B = \frac{Q_{max}^2}{2C} cos^2\omega t + \frac{1}{2} L I_{max}^2 sin^2\omega t$ $equaz. 32.26$
- Grafici di queste quantità in funzione del tempo sono riportati nella figura a fianco. La massima energia contenuta nel condensatore deve essere uguale alla massima energia contenuta nell'induttore, quindi:

$$\frac{Q_{max}^2}{2C} = \frac{L I_{max}^2}{2}$$

Utilizzando l'espressione sopra nell'equazione 32.26 otteniamo

$$U = \frac{Q_{max}^2}{2C}(cos^2\omega t + sin^2\omega t) = \frac{Q_{max}^2}{2C}$$

Poiché vale $cos^2\omega t + sin^2\omega t = 1$.

Nella situazione idealizzata considerata le oscillazioni persistono all'infinito, di fatto nella realtà è sempre però presente qualche resistenza nel circuito e quindi l'energia si disperde (le oscillazioni tendono a smorzarsi in ampiezza).

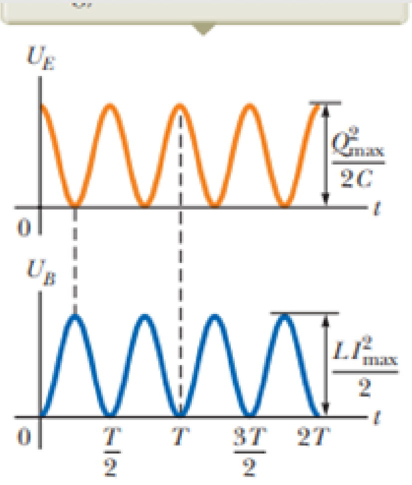


Figura 32.13 Grafici di U_E e U_B in funzione del tempo per il circuito LC considerato.

Il circuito RLC

- Consideriamo ora un circuito più realistico, composto da un resistore, un induttore e un condensatore collegati in serie come in figura a fianco.
- Supponiamo che l'interruttore sia inizialmente nella posizione «a», cosicché il condensatore ha carica iniziale Q_{max}. Adesso si sposta l'interruttore in «b». In questo istante l'energia accumulata nel condensatore è pari a $Q_{max}^2/2C$. Siccome il tasso di energia dissipata nel tempo dal resistore è i^2R, vale:

$$\frac{dU}{dt} = -i^2R$$

Dove il segno negativo sta ad indicare che l'energia immagazzinata negli elementi del circuito diminuisce col tempo.

L'interruttore è posto dapprima nella posizione «a» e il condensatore è caricato. Successivamente l'interruttore è posto in posizione «b».

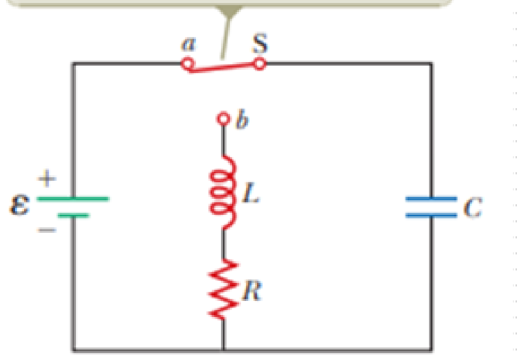


Figura 32.15 Un circuito RLC serie

Il circuito RLC

- Sostituendo $U = U_E + U_B$ otteniamo:

$$\frac{q}{C}\frac{dq}{dt} + Li\frac{di}{dt} = -i^2 R$$

Per trasformare questa equazione in una forma che permetta di fare un paragone diretto con l'equazione associata all'analogo sistema meccanico, utilizziamo $i = dq/dt$ e spostiamo tutti i termini a sinistra ottenendo:

$$Li\frac{d^2q}{dt^2} + i^2 R + \frac{q}{C}i = 0$$

Dividendo per i …

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + iR + \frac{q}{C} = 0$$

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

Quindi il circuito RLC è analogo ad un oscillatore armonico smorzato!

Il circuito RLC

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \qquad \textit{equazione } 32.29$$

- L'equazione che descrive un oscillatore armonico smorzato è:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = 0$$

- Paragonando le due equazioni notiamo che la carica q corrisponde alla massa m, R al coefficiente di attrito b e la capacità C all'inverso della costante elastica della molla k.

Il circuito RLC

- Ci limiteremo a dare una descrizione qualitativa del comportamento del circuito (considerando le soluzioni dell'equazione 32.29 nella slide precedente).
- Quando R è piccola si ha una situazione analoga ad un oscillatore armonico smorzato con attrito debole, la soluzione dell'equazione 32.29 è in questo caso:

$$q = Q_{max} e^{-\frac{Rt}{2L}} \cos \omega_t t$$

Dove ω_t è la pulsazione con cui il circuito oscilla ed è data da

$$\omega_d = \left[\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L} \right)^2 \right]^{1/2} \qquad \textit{equazione } 32.32$$

Cioè il valore della carica sul condensatore è soggetto ad oscillazioni smorzate.

Il circuito RLC

- L'equazione 32.32 nella slide precedente mostra che quando $R \ll \sqrt{4L/C}$ (in modo tale che il secondo termine tra parentesi nell'equazione 32.32 è molto minore del primo) la pulsazione ω_d dell'oscillatore smorzato diventa approssimativamente uguale a quella dell'oscillatore non smorzato (caso del semplice circuito LC).
- Anche la corrente subisce oscillazioni smorzate, un esempio ne è dato nelle figure sotto.
- Per valori di R sufficientemente grandi, cioè più grandi del valore critico $R_C = \sqrt{4L/C}$. La carica e la corrente diminuiscono fino a zero senza subire oscillazioni. Un sistema con R esattamente uguale al valore critico R_C è detto «criticamente smorzato», invece un sistema con R maggiore di tale valore è detto «sovrasmorzato».

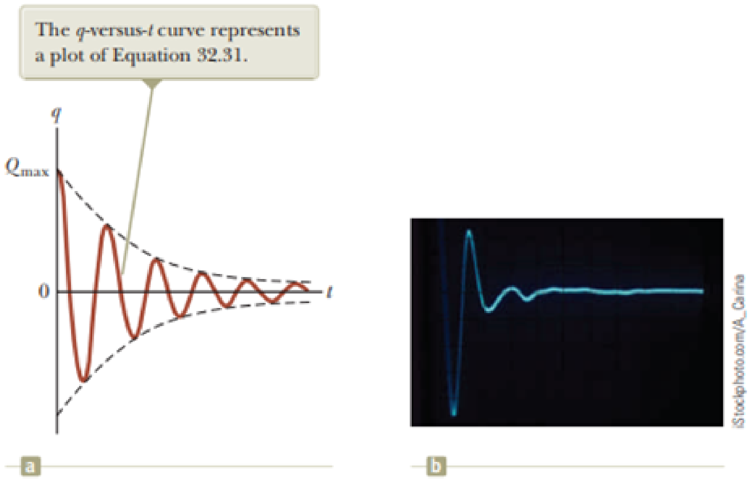


Figura 32.16. (a) carica in funzione del tempo per un circuito RLC smorzato. La carica decresce in questo modo quando $R < \sqrt{4L/C}$. (b) traccia vista all'oscilloscopio che mostra lo smorzamento delle oscillazioni in un circuito RLC.

Il circuito RLC

Tabella 32.1 Analogie tra un circuito RLC e il sistema di una particella in moto armonico smorzato

Circuito RLC		Sistema monodimensionale con una particella in moto armonico semplice (smorzato)
Carica	$q \leftrightarrow x$	Posizione
Corrente	$i \leftrightarrow v_x$	Velocità
Differenza di potenziale	$\Delta V \leftrightarrow F_x$	Forza
Resistenza	$R \leftrightarrow b$	Coefficiente attrito viscoso
Capacità	$C \leftrightarrow 1/k$	K = costante elastica della molla
Induttanza	$L \leftrightarrow m$	massa
Corrente = derivata rispetto al tempo della carica	$i = \frac{dq}{dt} \leftrightarrow v_x = \frac{dx}{dt}$	Velocità = derivata rispetto al tempo della posizione
Derivata seconda della carica	$\frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2} \leftrightarrow a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$	Accelerazione = derivata rispetto al tempo della velocità
Energia in un induttore	$U_B = \frac{1}{2}Li^2 \leftrightarrow K = \frac{1}{2}mv^2$	Energia cinetica dell'oggetto in moto
Energia in un condensatore	$U_E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} \leftrightarrow U = \frac{1}{2}kx^2$	Energia potenziale immagazzinata nella molla
Tasso di energia persa a causa della resistenza	$i^2R \leftrightarrow bv^2$	Tasso di energia persa a causa dell'attrito
Circuito RLC	$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \leftrightarrow m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = 0$	Oggetto legato ad una molla e sottoposto ad attrito

Magnetismo nella materia – Il momento magnetico degli atomi

- Il campo magnetico generato da una corrente in una spira ci può aiutare a comprendere come mai alcuni materiali manifestino notevoli proprietà magnetiche.
- Iniziamo considerando un modello classico dell’atomo in cui un elettrone si muove su orbite circolari attorno ad un nucleo molto più massivo di esso.
- Al moto dell’elettrone è associata una corrente e un momento magnetico, come mostrato nella figura a fianco.
- Benchè questo modello sia molto semplificato alcune sue predizioni sono in accordo con la teoria corretta che si basa sulla meccanica quantistica.
- Nel nostro modello consideriamo l’elettrone come una particella che si sta muovento di moto circolare uniforme con velocità costante v e orbita di raggio r. La corrente associata a questo moto è data dalla carica dell’elettrone e divisa per il periodo T. Usando la relazione $T = 2\pi r/v$ otteniamo

$$I = \frac{e}{T} = \frac{ev}{2\pi r}$$

L’elettrone ha un momento angolare $\vec{\mathbf{L}}$ in una direzione e un momento magnetico $\vec{\boldsymbol{\mu}}$ in direzione opposta

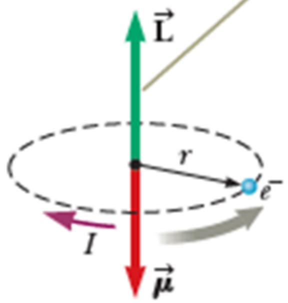


Figura 30.24 Un elettrone che si muove nella direzione della freccia girgia in una orbita circolare di raggio r. Siccome l’elettrone ha carica negativa, la direzione della corrente generata dal suo moto intorno al nucleo è opposta rispetto alla direzione di tale moto

Magnetismo nella materia – Il momento magnetico degli atomi

- Il valore del momento magnetico associato a questa spira di corrente è dato da $\mu = IA$, dove $A = \pi r^2$ è l'area racchiusa dall'orbita. Quindi:

$$\mu = IA = \left(\frac{ev}{2\pi r}\right) A = \frac{1}{2} evr$$

Poichè il modulo del momento angolare orbitale dell'elettrone è dato da $L = m_e vr$, il modulo del momento magnetico può essere scritto come

$$\mu = \left(\frac{e}{2m_e}\right) L$$

- Questo risultato mostra che il momento magnetico dell'elettrone è proporzionale al suo momento angolare orbitale. Siccome l'elettrone ha carica elettrica negativa i due vettori $\vec{\boldsymbol{\mu}}$ e $\vec{\mathbf{L}}$ hanno verso opposto, entrmbi i vettori hanno direzione perpendicolare al piano identificato dall'orbita dell'elettrone, come mostrato nella figura a fianco.
- Un risultato fondamentale della meccanica quantistica è che il momento angolare orbitale è quantizzato (assume solo valori discreti) ed in particolare è uguale a multipli interi della quantità $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.05 \times 10^{-34} \mathrm{J} \cdot s$, dove h è una costante detta costante di Planck. Il più piccolo valore del momento magnetico associato al moto orbitale dell'elettrone è

$$\mu = \sqrt{2} \frac{e}{2m_e} \hbar$$

L'elettrone ha un momento angolare $\vec{\mathbf{L}}$ in una direzione e un momento magnetico $\vec{\boldsymbol{\mu}}$ in direzione opposta

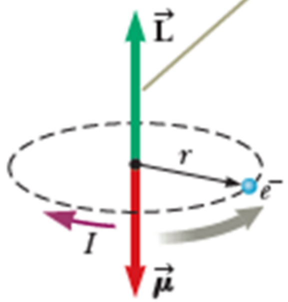


Figura 30.24 Un elettrone che si muove nella direzione della freccia girgia in una orbita circolare di raggio r. Siccome l'elettrone ha carica negativa, la direzione della corrente generata dal suo moto intorno al nucleo è opposta rispetto alla direzione di tale moto

Magnetismo nella materia – Il momento magnetico degli atomi

- Siccome tutte le sostanze contengono elettroni ci si potrebbe chiedere perchè non osserviamo macroscopicamente l'effetto dei loro momenti magnetici. La ragione fondamentale è che l'effetto del momento magnetico di un elettrone è cancellato da quello di un altro elettrone che orbita attorno allo stesso nucleo ma in direzione opposta. Il risultato finale è che per molti materiali l'effetto del momento magnetico degli elettroni è nullo o molto piccolo.
- In aggiunt al momento magnetico orbitale un elettrone, come anche altre particelle (protoni, neutroni, ...), ha una proprietà intrinseca chiamata spin che contribuisce al suo momento magnetico.
- Da un punto di vista della fisica classica l'elettrone potrebbe essere visto come una particella che ruota su se stessa (spin) come nella figur a fianco. Tuttavia bisogna stare attenti a questa interpretazione semplicistica.

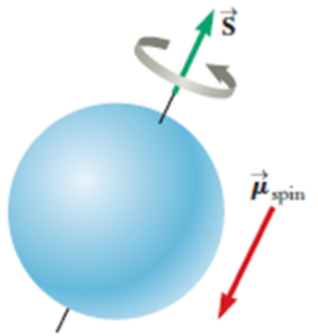


Figura 30.25. Modello classico per lo spin dell'elettrone. Possiamo considerare questo modello per ricordarci che l'elettrone è dotato di un momento angolare intrinseco. Tuttavia una descrizione corretta non può prescindere dalla teoria quantistica e relativistica.

Magnetismo nella materia – Il momento magnetico degli atomi

- Il modulo del vettore momento angolare $\vec{\mathbf{S}}$ associato allo spin è dello stesso ordine di grandezza di quello del vettore $\vec{\mathbf{L}}$ associato al momento angolare orbitale. Il modulo del vettore momento angolare associato allo spin è predetto dalla teoria quantistica e risulta essere

$$S = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar$$

Il momento magnetico associato allo spin dell'elettrone vale

$$\mu_{spin} = \frac{e\hbar}{2m_e}$$

Questa combinazione di costanti è chiamata **magnetone di Bohr** μ_B:

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9.27 \times 10^{-24} J/T$$

Quindi i momenti magnetici degli atomi possono essere espressi come multipli del magntone di Bohr (si noti che $\frac{J}{T} = 1\ A \cdot m^2$)

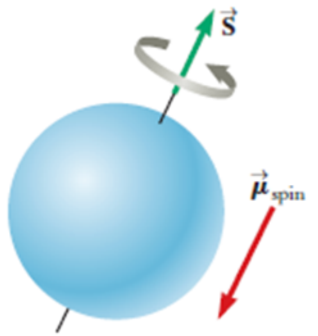


Figura 30.25. Modello classico per lo spin dell'elettrone. Possiamo considerare questo modello per ricordarci che l'elettrone è dotato di un momento angolare intrinseco. Tuttavia una descrizione corretta non può prescindere dalla teoria quantistica e relativistica.

Magnetismo nella materia – Il momento magnetico degli atomi

- Negli atomi contenenti molti elettroni, essi si accoppiano a due a due con spin opposti. Quini i momenti magnetici dovuti allo spin si cancellano. Tuttavia atomi che contengono un numero dispari di elettroni ne devono avere almeno uno spaiato e quindi ci deve essere la presenza di un momento magnetico.
- Il momento magnetico di un atomo è la somma vettoriale dei momenti magnetici (di spin e orbitale) degli elettroni. Esempi sono forniti nella tabella a fianco.
- Da notare che Elio e Neon hanno momento magnetico nullo perchè hanno un numero pari di elettroni
- Anche il nucleo di un atomo ha un momento magnetico dovuto ai momenti magnetici dei suoi costituenti (protoni e neutroni). Tuttavia il momento magnetico di protoni e neutroni è molto minore di quello degli elettroni e può essere generalmente trascurato. Il momento magnetico è infatti iversamente proporzionale alla massa della particella e protoni e neutroni sono molto (circa 10000 volte) più pesanti degli elettroni.

Table 30.1 **Magnetic Moments of Some Atoms and Ions**

Atom or Ion	Magnetic Moment (10^{-24} J/T)
H	9.27
He	0
Ne	0
Ce^{3+}	19.8
Yb^{3+}	37.1

Magnetismo nella materia – Ferromagnetismo

- Un piccolo numero di sostanze cristalline esibiscono rilevanti effetti legati al magnetismo e sono chiamate **sostanze ferromagnetiche**. Esempi di sostanze ferromagnetiche sono: ferro, cobalto, nichel, gadolinio e disprosio. Queste sostanze contengono momenti magnetici atomici permanenti che tendono ad allinearsi lungo la stessa direzione quando sottoposti a campi magnetici, anche deboli. Una volta che i momenti magnetici sono allineati la sostanza rimane magnetizzata anche una volta che il campo magnetico viene rimosso. Questo allineamento permanente è dovuto ad un forte accoppiamento tra momenti magnetici vicini, fenomeno che può essere compreso solo sulla base della meccanica quantistica.
- Tutti i materiali ferromagnetici sono composti da regioni microscopiche chiamate **domini**, all'interno di queste regioni i momenti magnetici sono allineati. Questi domini hanno volumi dell'ordine da 10^{-12} a $10^{-8}\ m^3$ e contengono da 10^{17} a 10^{21} atomi. I confini dei domini aventi differenti orientazione dei momenti magntici sono chiamati «**muri» dei domini**.

Magnetismo nella materia – Ferromagnetismo

- In campioni di materia non magnetizzati le direzioni dei momenti magnetici dei vari domini sono disposte a caso, cosicchè il momento magnetico risultante è nullo (caso in figura 30.26 a, a fianco)
- Quando il campione di materia è sottoposto ad un campo magnetico $\vec{\mathbf{B}}$ la dimensione di quei domini con il momento magnetico allineato al campo cresce, il che risulta nella magnetizzazione del campione di materia (situazione in figura 30.26 b, a fianco)

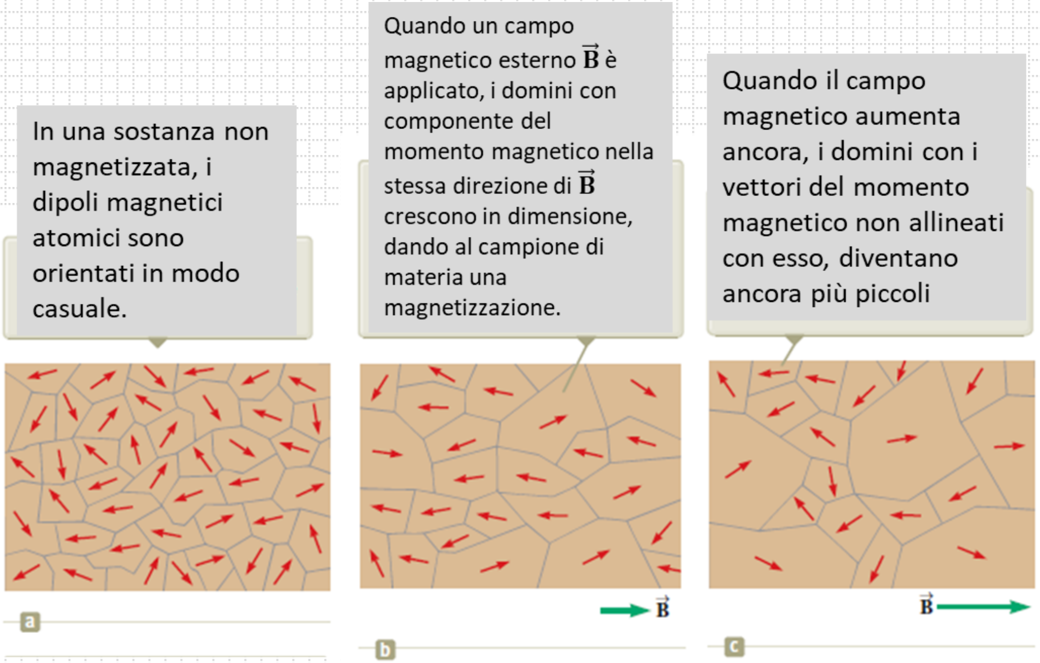


Figura 30.26 Orientazione dei dipoli magnetici prima e dopo l'applicazione di un campo magnetico in una sostanza ferromagnetica

Magnetismo nella materia – Ferromagnetismo

- Infine quando il campo esterno diventa sempre più forte (situazione in figura 30.26 c, a fianco). I domini con direzione del momento magnetico non allineata con il campo diventano di dimensione molto ridotta.
- Quando il campo magnetico viene tolto, il campione può rimanere magnetizzato

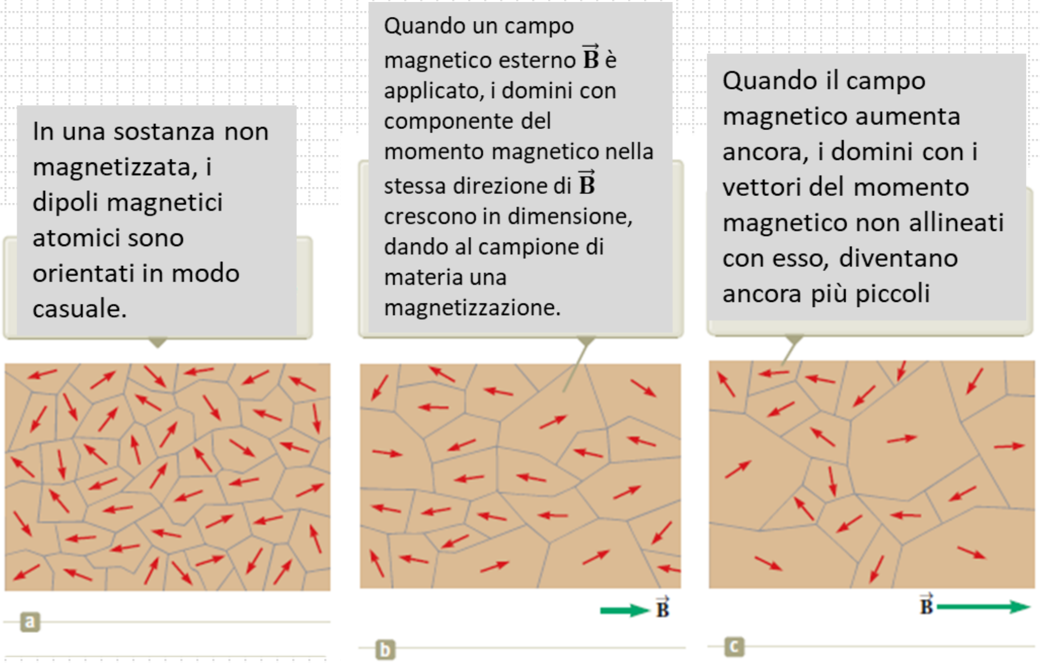


Figura 30.26 Orientazione dei dipoli magnetici prima e dopo l'applicazione di un campo magnetico in una sostanza ferromagnetica

Magnetismo nella materia – Ferromagnetismo

- Per valori di temperatura ordinari l'agitazione termica l'agitazione termica non è sufficiente a rompere l'orientazione preferenziale dei momenti magnetici.
- Tuttavia quando la temperatura di una sostanza ferromagnetica raggiunge certi valori (temperatura di Curie, si veda tabella a fianco) la magnetizzazione viene persa.

Tabella 30.2 Temperature di Curie per diverse sostanze ferromagntiche

Substance	T_{Curie} (K)
Iron	1 043
Cobalt	1 394
Nickel	631
Gadolinium	317
Fe_2O_3	893

Magnetismo nella materia – Paramagnetismo

- Le sostanza paramagnetiche presentano unlieve magnetismo a causa della presenza di atomi (o ioni) che hanno un momento magnetico permanente. Questi momenti magnetici interagiscono solo debolmente tra loro ed in assenza di un campo magnetico esterno sono orientati casualmente.
- Quando un campo magnetico esterno viene applicato i momenti magnetici tendono ad allinearsi, questo allineamento è tuttavia contrastato dall'agitazione termica.

Magnetismo nella materia – Diamagnetismo

- Quando si applica un campo magnetico esterno ad una sostanza diamagnetica viene indotto un debole momento magnetico in direzione opposta rispetto a quella del campo esterno. Questo ha l'effetto che le sostanze diamagnetiche vengano debolmente respinte dai magneti.
- Il diamagnetismo è in realtà un effetto presente in tutti i materiali, è tuttavia un effetto meno intenso del paramagnetismo e del ferromagnetismo. Quindi di fatto si manifesta solo nelle sostanze che non sono paramagnetiche o ferromagnetiche.
- Possiamo comprendere (in parte) il diamagnetismo considerando un modello classico di atomo in cui 2 elettroni orbitano attorno ad un nucleo con velocità diverse. Gli elettroni rimangono nelle loro orbite circolari a causa della forza attrattiva dovuta al nucleo carico positivamente.

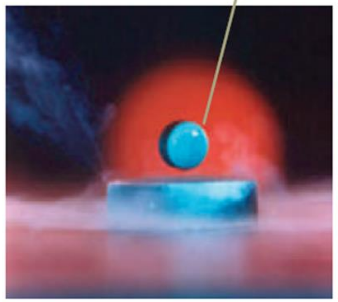
Magnetismo nella materia – Diamagnetismo

- Siccome i momenti magnetici dei due elettroni sono uguali in modulo e direzione ma opposti in verso, si cancellano a vicenda. Quando un campo magnetico esterno viene applicato gli elettroni risentono di una forza aggiuntiva $q\vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{B}}$. Questa forza si combina con la forza elettrostatica attrattiva del nucleo in modo tale da aumentare la velcoità orbitale dell'elettrone il cui momento magnetico è antiparallelo al campo esterno e diminuire la velocità orbitale dell'altro elettrone. Come risultato i moduli dei due momenti magnetici degli elettroni non sono più uguali, non si cancellano più e quindi la sostanza acquisisce una magnetizzazione, che si oopone al campo magnetico esterno applicato.

Magnetismo nella materia

- Un superconduttore è una sostanza in cui la resistenza elettrica diventa zero sotto una temperatura critica. Alcuni superconduttori manifestano effetti legati al diamagnetismo.
- Ad esempio un campo magnetico esterno è espulso dal superconduttore in modo tale che il campo al suo interno sia nullo. Questo fenomeno è noto come effetto Meissner (si veda la figura in basso a sinistra).

Nell'effetto Meissner, il piccolo magnete in alto induce correnti nel disco superconduttore posto sotto di esso, che è raffreddato alla temperatura di 77 K. Le correnti creano una forza magnetica repulsiva sul magnete causandone la levitazione sopra il disco superconduttore.



Courtesy Argonne National Laboratory

Figura 30.27 Un'illustarzione dell'effetto Meissner, mostrato dal magnete sospeso sopra un disco superconduttore cercamico raffreddato. La superconduttività consiste nella perdita di ogni resistenza per la corrente elettrica.

Ossigeno liquido, Un materiale paramagnetico che è attratto dai poli di un magnete

© Cengage Learning/Leon Lewandowski

Paramagnetismo

Levitazione di una rana causata dalla forza esercitata sulle molecole diamagntiche di acqua presenti nel suo corpo

Courtesy of Dr. Andre Geim, Manchester University

Diamagnetismo – una rana Levita in un campo magnetico molto intenso (16 T)

Sommario (1)

- Il flusso magnetico attraverso una superficie associato al campo magnetico $\vec{\boldsymbol{B}}$ è:

$$\Phi_B = \int \vec{\boldsymbol{B}} \cdot d\,\vec{\boldsymbol{A}}$$

dove l’integrale è definito sulla superficie.

- La **legge di faraday dell’induzione** stabilisce che la f.e.m. indotta in un circuito è direttamente proporzionale alla rapidità con cui varia il flusso magnetico attraverso il circuito:

$$\mathcal{E} = -N\frac{d\Phi_B}{dt}$$

dove N è il numero di spire e Φ_Bè il flusso magnetico concatenato ad ognuna di esse.

Sommario (2)

- Quando una sbarretta conduttrice di lunghezza l, si muove in un campo magnetico $\vec{\boldsymbol{B}}$ con velocità $\vec{\boldsymbol{v}}$ tale che $\vec{\boldsymbol{v}}$ sia perpendicolare a $\vec{\boldsymbol{B}}$, la f.e.m. indotta nella sbarretta (la cosiddetta f.e.m. dinamica) è data da:

$$\mathcal{E} = -Blv$$

- La legge di Lenz afferma che la corrente e la forza elettromotrice indotte in un circuito hanno versi tali da opporsi alla variazione che li ha prodotti.

Sommario (3)

- Una forma generale della legge di Faraday dell'induzione è:

$$\int \vec{\boldsymbol{E}} \cdot d\,\vec{\boldsymbol{s}} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

dove $\vec{\boldsymbol{E}}$ è un campo elettrico non conservativo, prodotto dalla variazione del flusso magnetico.

Sommario (4)

- Quando in una bobina la corrente varia nel tempo, secondo la legge di Faraday nella bobina viene indotta una f.e.m. La f.e.m. autoindotta è definita dall'espressione

$$\boldsymbol{\varepsilon_L} = -L\frac{dI}{dt}$$

dove L è l'induttanza della bobina. L'induttanza dà una misura di quanto un dispositivo si oppone ad una variazione di corrente.

- L'induttanza di una bobina è:

$$L = \frac{N\Phi_B}{I}$$

dove Φ_B è il flusso magnetico attraverso ciascuna spira della bobina ed N è il numero totale di spire. L'unità del SI dell'induttanza è l'henry (H), dove

$$1\mathrm{H} = 1\mathrm{V} \cdot s$$

Sommario (5)

- Se, come mostrato nella figura a fianco, un resistore ed un induttore sono collegati in serie a una batteria di f.e.m. $\mathcal{E}$, l'interruttore S_2 viene posto nella posizione a e l'interruttore S_1 viene chiuso all'istante $t = 0$, la corrente nel circuito varia nel tempo con la legge:

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

dove $\tau = L/R$ è la costante di tempo del circuito RL.

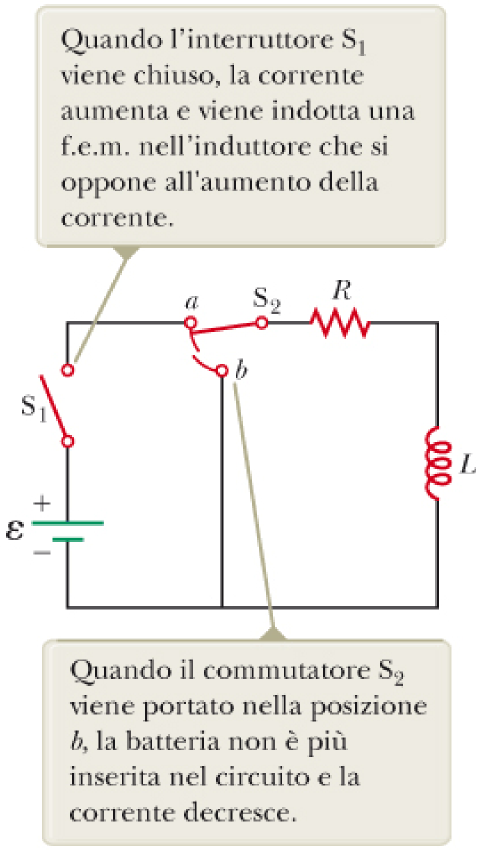


Figura 23.22 Un circuito *RL*. Quando il commutatore S_2 è nella posizione *a*, la batteria è inserita nel circuito.

R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Sommario (6)

- L’energia immagazzinata nel campo magnetico di un induttore in cui circola una corrente I è:

$$U = \frac{1}{2} L I^2$$

- L’energia per unità di volume (o densità di energia) in un punto in cui il campo magnetico è B è data da

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$$