

Potenziale Elettrico e Capacità

Potenziale Elettrico e Differenza di Potenziale

- Per uno spostamento infinitesimo $d\vec{s}$ di una carica puntiforme q_0 in un campo elettrico, il lavoro fatto nel sistema carica-campo dal campo elettrico sulla carica è $W_{int} = \vec{F}_e \cdot d\vec{s} = q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s}$. Dal momento che questo lavoro viene fatto dal campo, l'energia potenziale del sistema carica-campo è cambiata di una quantità $dU = -W_{int} = -\vec{F}_e \cdot d\vec{s}$. Per uno spostamento finito della carica dal punto A al punto B, la variazione in energia potenziale del sistema $\Delta U = U_B - U_A$ è

$$\Delta U = -q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

L'integrale è eseguito lungo il cammino (è detto integrale di linea o di percorso) che la particella segue muovendosi da A a B. Poiché la forza $q_0 \vec{E}$ è conservativa, questo integrale non dipende dal cammino eseguito per andare da A a B.

Potenziale Elettrico e Differenza di Potenziale

- Dividendo l'energia potenziale per la carica di prova otteniamo una grandezza che dipende solo dalla distribuzione delle cariche sorgenti e ha un valore in ogni punto del campo elettrico, è il potenziale elettrico

$$V = \frac{U}{q_0}$$

- La differenza di potenziale $\Delta V = V_B - V_A$ tra due punti A e B è definita come:

$$\Delta V \equiv \frac{\Delta U}{q_0} = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

- Sono solo le variazioni di potenziale ad essere significative, viene spesso posto $V = 0$ in qualche punto conveniente nel campo elettrico
- Attenzione a non confondere potenziale ed energia potenziale!

Potenziale Elettrico e Differenza di Potenziale

- L'unità di misura del potenziale elettrico nel sistema SI è joule su coulomb ed è chiamata Volt (V) $1V \equiv 1J/C$, cioè si deve fare un lavoro di 1J per spostare una carica di 1C attraverso una differenza di potenziale di 1V.
- L'unità di misura del campo elettrico (N/C) si può anche esprimere come V/m (è la rapidità di cambiamento del potenziale con la posizione)
- Una unità di energia comunemente utilizzata in fisica è **l'elettronvolt** (*definita come energia che il sistema carica-campo guadagna o perde quando una carica di modulo e (cioè un protone o un elettrone) viene spostata attraverso una differenza di potenziale di 1V*)

$$1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C} \cdot \text{V} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$$

Quiz rapido

- Nella figura a fianco due punti A e B sono posti in una regione in cui c'è campo elettrico.
- Come descriveresti la differenza di potenziale $\Delta V = V_B - V_A$?
 - A. E' positiva
 - B. E' negativa
 - C. E' nulla
- Una carica negativa è posta in A e quindi spostata in B. Come descriveresti il cambiamento dell'energia potenziale del sistema carica-campo dovuto a questo processo?
 - A. E' positivo
 - B. E' negativo
 - C. E' nullo

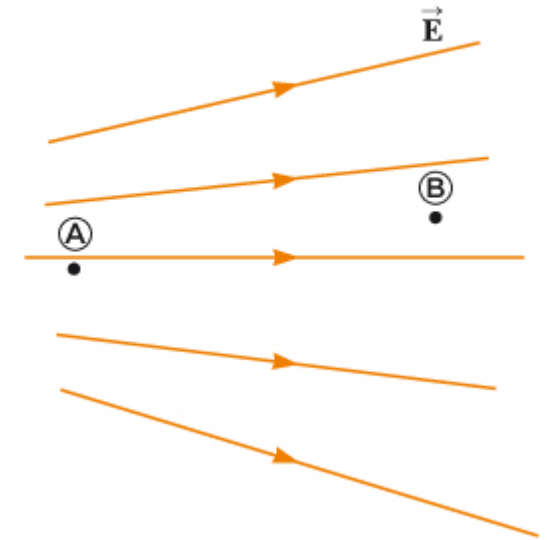


Figura 20.1 (Quiz rapido 20.1)
Due punti in un campo elettrico.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.

EdiSES

Quiz rapido

- Nella figura a fianco due punti A e B sono posti in una regione in cui c'è campo elettrico.
- Come descriveresti la differenza di potenziale $\Delta V = V_B - V_A$?
 - A. E' positiva
 - B. E' negativa
 - C. E' nulla
- Una carica negativa è posta in A e quindi spostata in B. Come descriveresti il cambiamento dell'energia potenziale del sistema carica-campo dovuto a questo processo?
 - A. E' positivo
 - B. E' negativo
 - C. E' nullo

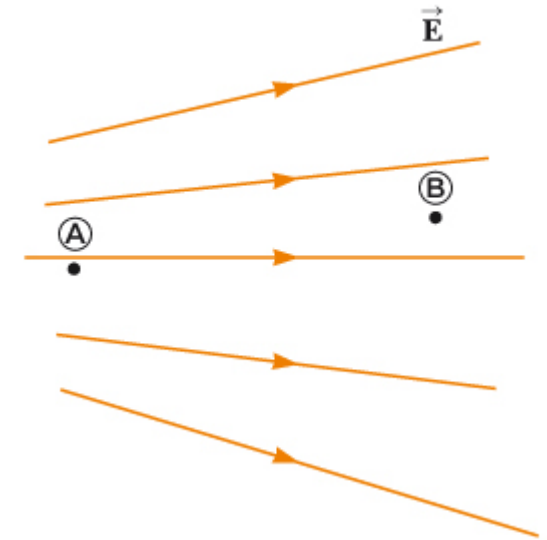


Figura 20.1 (Quiz rapido 20.1)
Due punti in un campo elettrico.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.

EdiSES

Differenza di potenziale in un campo elettrico uniforme

- La differenza di potenziale tra i due punti A e B in figura si calcola

$$V_B - V_A = \Delta V = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$
$$= - \int_A^B E ds (\cos 0^\circ) = - \int_A^B E ds = -E \int_A^B ds = -Ed$$

Il segno meno indica che $V_B < V_A$

- Per una carica di prova q_0 che si muove da A a B la variazione di energia potenziale elettrica del sistema carica-campo sarà $\Delta U = q_0 \Delta V = -q_0 Ed$
- Analogia con il campo gravitazionale (figura a fianco), ma nel caso elettrico la carica può essere negativa

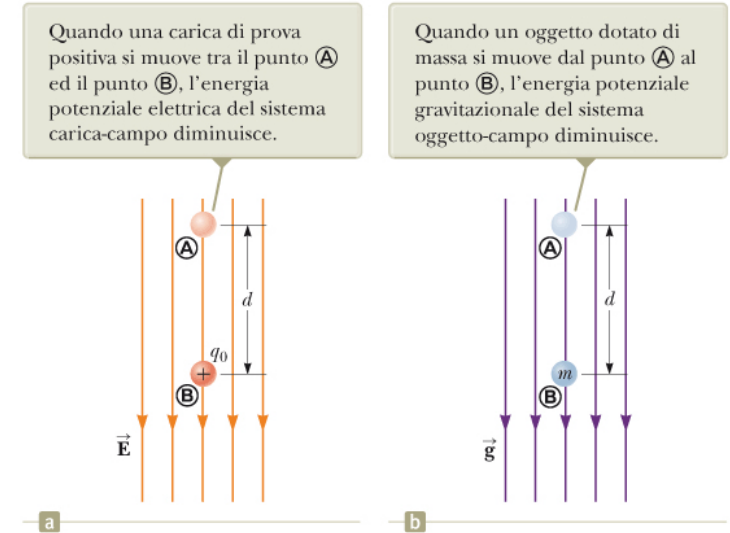


Figura 20.2 (a) Quando il campo elettrico \vec{E} è diretto verso il basso, il punto B si trova ad un potenziale elettrico minore di quello del punto A. (b) Un oggetto di massa m che si muove verso il basso in un campo gravitazionale \vec{g} .

Differenza di potenziale in un campo elettrico uniforme

- Nel caso lo spostamento non sia parallelo alle linee di campo

$$\Delta V = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\vec{E} \cdot \int_A^B d\vec{s} = -\vec{E} \cdot \vec{s}$$

La variazione di energia potenziale del sistema carica-campo è

$$\Delta U = q_0 \Delta V = -q_0 \vec{E} \cdot \vec{s}$$

- Tutti i punti in un piano perpendicolare ad un campo elettrico uniforme si trovano allo stesso potenziale elettrico. Viene dato il nome di **superficie equipotenziale** a una qualunque superficie costituita da punti che hanno lo stesso potenziale elettrico.

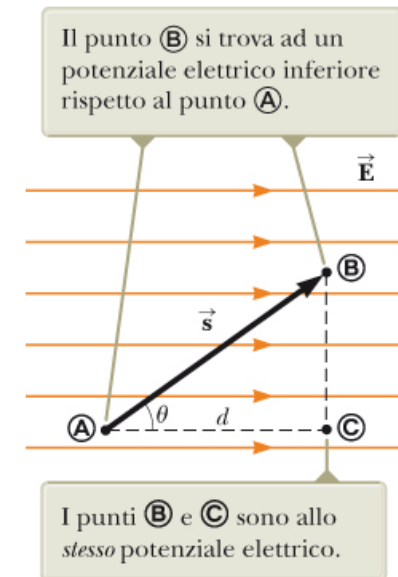


Figura 20.3 Un campo elettrico uniforme orientato nel verso positivo dell'asse delle x.

Quiz rapido

- I punti etichettati in figura stanno su una serie di superfici equipotenziali associate ad un campo elettrico. Ordinare (dal maggiore al minore) il lavoro fatto dal campo elettrico su una carica positiva per spostarla
 - A. Da A a B
 - B. Da B a C
 - C. Da C a D
 - D. Da D a E

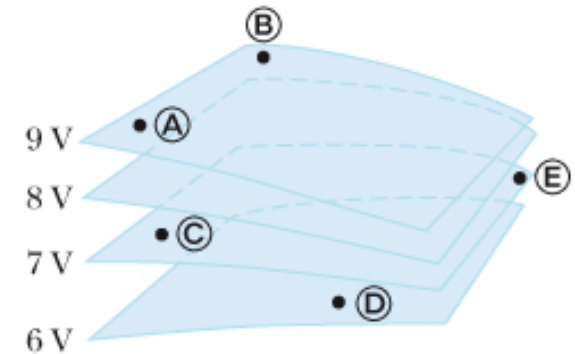


Figura 20.4 (Quiz Rapido 20.2)
Quattro superfici equipotenziali.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.

EdiSES

Quiz rapido

- I punti etichettati in figura stanno su una serie di superfici equipotenziali associate ad un campo elettrico. Ordinare (dal maggiore al minore) il lavoro fatto dal campo elettrico su una carica positiva per spostarla
 - A. Da A a B
 - B. Da B a C
 - C. Da C a D
 - D. Da D a E

Risposte

Ⓑ a Ⓒ, Ⓒ a Ⓓ, Ⓐ a Ⓑ, Ⓓ a Ⓔ

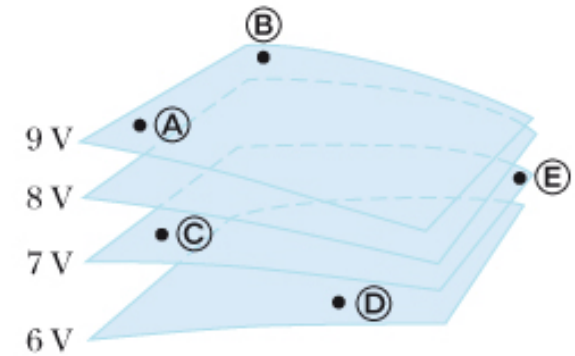


Figura 20.4 (Quiz Rapido 20.2)
Quattro superfici equipotenziali.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Esempio – Campo fra due piastre piane e parallele con carica opposta

- Una batteria ha una differenza di potenziale definita ΔV tra i suoi terminali e instaura questa stessa differenza di potenziale tra due conduttori collegati ai terminali. Una batteria di 12 V è collegata a due piastre parallele come in figura. La separazione fra le piastre è $d=0.30$ cm, e il campo elettrico tra le piastre è supposto uniforme (questa ipotesi è ragionevole se la distanza tra le piastre è piccola rispetto alle dimensioni delle piastre e se escludiamo i punti vicini ai bordi). Determinare il modulo del campo elettrico fra le piastre.

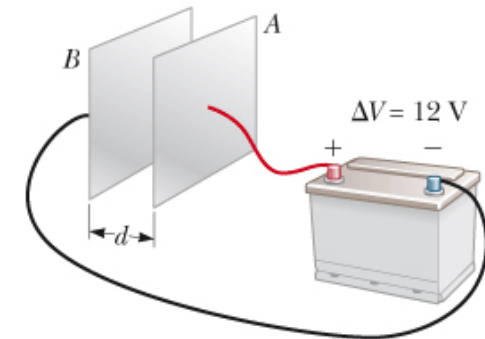


Figura 20.5 (Esempio 20.1) Una batteria di 12 V collegata a due piastre parallele. Il campo elettrico tra le piastre ha un modulo dato dalla differenza di potenziale ΔV divisa per la separazione tra le piastre d .

Esempio – Moto di un protone in un campo elettrico uniforme

- Un protone viene lasciato in quiete nel punto A in un campo elettrico uniforme di modulo $8.0 \times 10^4 \text{ V/m}$ (figura a fianco). Il protone subisce uno spostamento $d = 0.50 \text{ m}$ verso il punto B nella direzione e nel verso di \vec{E} . Determinare la velocità del protone al termine di questo spostamento.

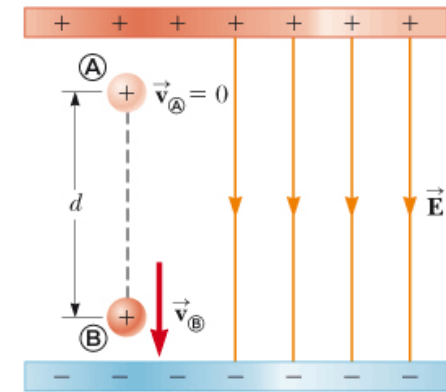


Figura 20.6 (Esempio 20.2) Un protone accelera da A a B nel verso del campo elettrico.

Potenziale elettrico ed energia potenziale elettrica di cariche puntiformi

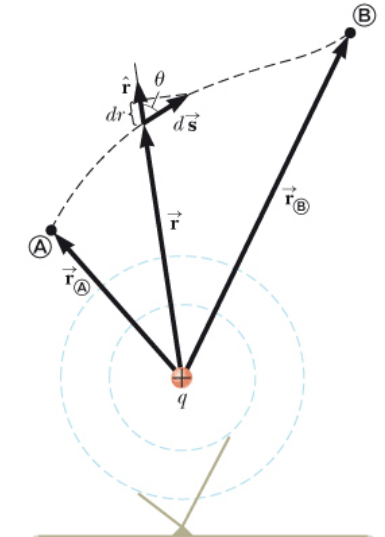
- Calcoliamo il potenziale elettrico in un punto alla distanza r dalla carica puntiforme

$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_A^B k_e \frac{q}{r^2} \hat{r} \cdot d\vec{s}$$

Considerando che $\hat{r} \cdot d\vec{s} = ds \cos \theta = dr$

$$V_B - V_A = -k_e q \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} = k_e \frac{q}{r} \Big|_{r_A}^{r_B} = k_e q \left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right]$$

- L'integrale di linea di $\vec{E} \cdot d\vec{s}$ è quindi indipendente dal cammino percorso da A a B
- Quindi anche l'integrale di $q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s}$ (che è il lavoro fatto dalla forza elettrica sulla carica q_0) è indipendente dal cammino
- La forza elettrica è quindi **conservativa**. Definiamo **campo conservativo** un campo collegato ad una forza conservativa.



I due cerchi tratteggiati rappresentano intersezioni delle superfici sferiche equipotenziali con il piano della pagina.

Figura 20.7 La differenza di potenziale tra i punti A e B dovuta a una carica puntiforme q dipende *solo* dalle coordinate radiali iniziali e finali r_A e r_B .

Potenziale elettrico ed energia potenziale elettrica di cariche puntiformi

- Per convenzione $V = 0$ per $r_A = \infty$. Con questa scelta il potenziale elettrico dovuto ad una carica puntiforme in un punto a distanza r dalla carica è

$$V = k_e \frac{q}{r}$$

- Utilizzando il principio di sovrapposizione otteniamo il potenziale per un sistema di cariche puntiformi

$$V = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

- Si può esprimere l'energia potenziale di una coppia di cariche puntiformi come

$$U = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

- Se il sistema consiste di più di 2 particelle cariche, l'energia potenziale elettrica totale si calcola sommando i contributi di tutte le coppie. L'energia potenziale elettrica totale di un sistema di cariche puntiformi è uguale al lavoro necessario per portare le cariche, una alla volta, dall'infinito alla loro posizione finale

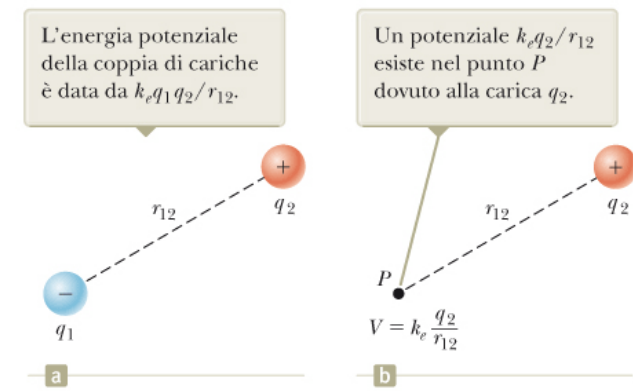


Figura 20.8 (a) Due cariche puntiformi separate da una distanza r_{12} . (b) La carica q_1 è stata rimossa.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Quiz rapido

- Un pallone sferico contiene nel suo centro un oggetto carico positivamente.
- Se il pallone viene gonfiato a un volume maggiore mentre l'oggetto carico rimane nel centro, il potenziale elettrico sulla superficie del pallone
 - A. Cresce
 - B. Decresce
 - C. Resta costante
- Il flusso del campo elettrico attraverso la superficie del pallone
 - A. Cresce
 - B. Decresce
 - C. Resta costante

Quiz rapido

- Un pallone sferico contiene nel suo centro un oggetto carico positivamente.
- Se il pallone viene gonfiato a un volume maggiore mentre l'oggetto carico rimane nel centro, il potenziale elettrico sulla superficie del pallone
 - A. Cresce
 - B. Decresce
 - C. Resta costante
- Il flusso del campo elettrico attraverso la superficie del pallone
 - A. Cresce
 - B. Decresce
 - C. Resta costante

Quiz Rapido

- In figura 20.8a, sia q_1 una carica sorgente negativa e q_2 una carica di prova.
- Se q_2 è inizialmente positiva ed è sostituita da una carica di eguale modulo ma segno opposto, cosa succede al potenziale dovuto a q_1 nella posizione occupata da q_2 ?
 - A. Cresce
 - B. Decresce
 - C. Rimane uguale

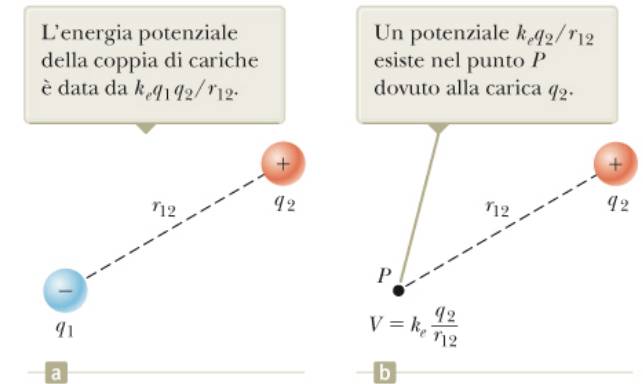


Figura 20.8 (a) Due cariche puntiformi separate da una distanza r_{12} . (b) La carica q_1 è stata rimossa.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Quiz Rapido

- In figura 20.8a, sia q_1 una carica sorgente negativa e q_2 una carica di prova.
- Se q_2 è inizialmente positiva ed è sostituita da una carica di eguale modulo ma segno opposto, cosa succede al potenziale dovuto a q_1 nella posizione occupata da q_2 ?
 - A. Cresce
 - B. Decresce
 - C. Rimane uguale

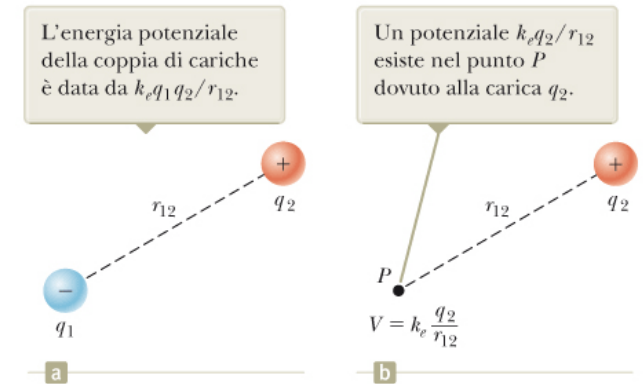


Figura 20.8 (a) Due cariche puntiformi separate da una distanza r_{12} . (b) La carica q_1 è stata rimossa.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Esempio – Il potenziale di due cariche puntiformi

- Come mostrato in figura 20.9 (a), una carica $q_1 = 2.00\mu\text{C}$ è posta nell'origine, e una seconda carica $q_2 = -6.00\mu\text{C}$ è sull'asse y nella posizione $(0,3.00)$ m.
- A. Trovare il potenziale elettrico totale dovuto a queste cariche nel punto P , le cui coordinate sono $(4.00,0)$ m.
- B. Calcolare la variazione di energia potenziale del sistema di due cariche più una terza carica $q_3 = 3.00\mu\text{C}$ quando la terza carica viene portata dall'infinito al punto P (figura 20.9b)

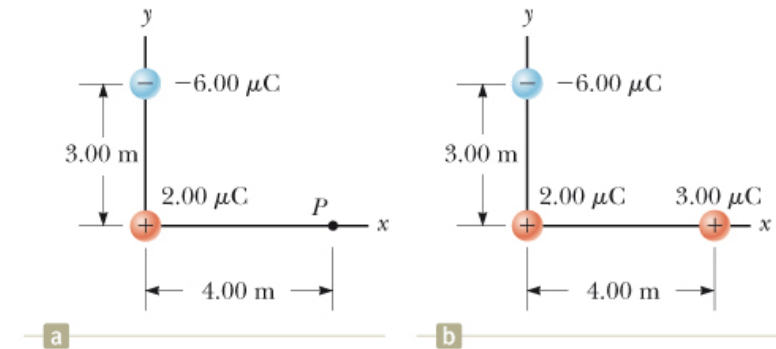


Figura 20.9 (Esempio 20.3) (a) Il potenziale elettrico in P dovuto alle due cariche q_1 e q_2 è la somma algebrica dei potenziali generati dalle singole cariche. (b) Una terza carica $q_3 = 3.00\mu\text{C}$ viene portata dall'infinito al punto P .



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
Edises

Ricavare il valore del campo elettrico dal potenziale elettrico

- Possiamo esprimere la differenza di potenziale dV fra due punti distanti ds come

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s}$$

- Se il campo elettrico ha una sola componente E_x

$$E_x = -\frac{dV}{dx}$$

Simili relazioni si possono estrarre per le componenti y e z .

- Il campo elettrico è una misura della rapidità di cambiamento del potenziale elettrico al variare della posizione

Ricavare il valore del campo elettrico dal potenziale elettrico

- Le superfici equipotenziali devono sempre essere perpendicolari alle linee di campo che le attraversano
- Se la distribuzione di carica ha simmetria sferica

$$E_r = -\frac{dV}{dr}$$

- In generale il potenziale elettrico è una funzione di tutte e tre le coordinate spaziale

$$E_x = -\frac{dV}{dx} \quad E_y = -\frac{dV}{dy} \quad E_z = -\frac{dV}{dz}$$

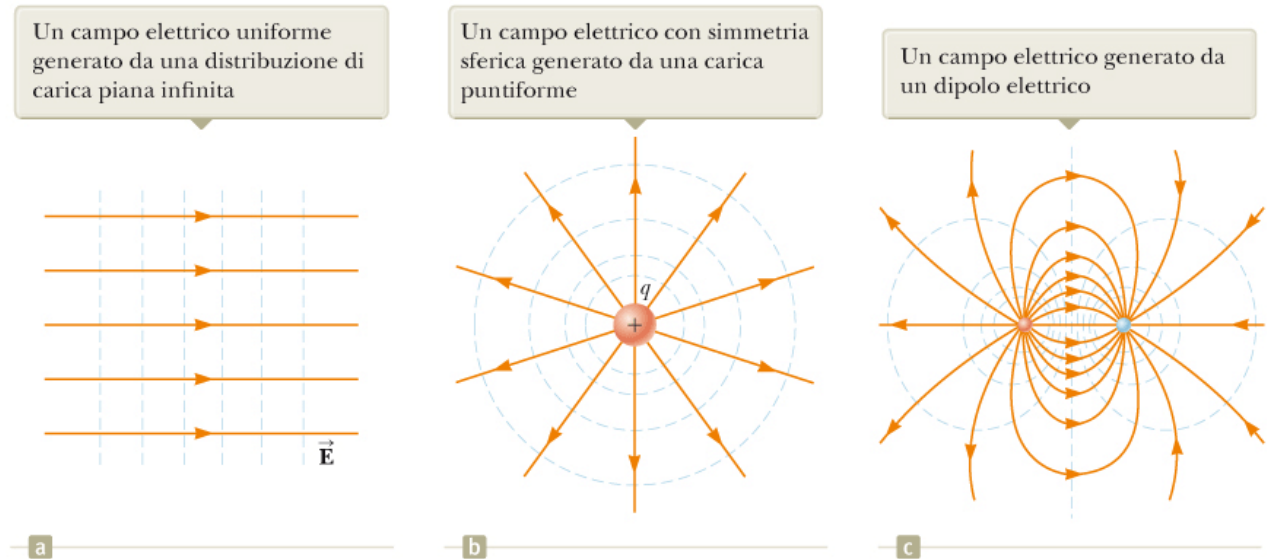


Figura 20.10 Superfici equipotenziali (le linee blu tratteggiate rappresentano le intersezioni di queste superfici con il piano della pagina) e linee del campo elettrico. In tutti i casi, le superfici equipotenziali sono *perpendicolari* alle linee del campo elettrico in ogni punto.

Quiz rapido

- In una certa regione dello spazio, il potenziale elettrico è zero ovunque sull'asse x .
- Partendo da questa informazione, si può concludere che la componente x del campo elettrico nella stessa regione è
 - A. Zero
 - B. Nel verso positivo della x
 - C. Nel verso negativo della x
- Supponiamo che il potenziale elettrico sia $V = +2V$ ovunque sull'asse x . Cosa si può concludere ora della componente x del campo elettrico?
 - A. È zero
 - B. E' nel verso positivo della x
 - C. E' nel verso negativo della x

Quiz rapido

- In una certa regione dello spazio, il potenziale elettrico è zero ovunque sull'asse x .
- Partendo da questa informazione, si può concludere che la componente x del campo elettrico nella stessa regione è

A. Zero

B. Nel verso positivo della x

C. Nel verso negativo della x

- Supponiamo che il potenziale elettrico sia $V = +2V$ ovunque sull'asse x . Cosa si può concludere ora della componente x del campo elettrico?

A. È zero

B. E' nel verso positivo della x

C. E' nel verso negativo della x

Esempio – Potenziale elettrico di un dipolo

- Un dipolo elettrico è costituito da due cariche uguali e di segno opposto separate da una distanza $2a$ (figura). Il dipolo è posto lungo l'asse x ed è centrato nell'origine.
- Calcolare il potenziale elettrico nel punto P sull'asse y
- Calcolare il potenziale elettrico nel punto R sulla parte positiva dell'asse x
- Calcolare V ed E_x in un punto sull'asse x distante dal dipolo

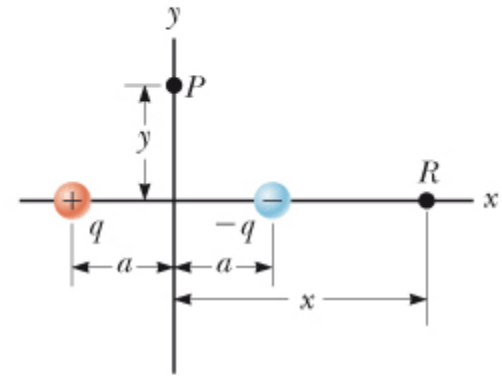


Figura 20.11 (Esempio 20.4) Un dipolo elettrico posto sull'asse x .



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Potenziale elettrico dovuto a distribuzioni continue di carica

- Il potenziale dV in un certo punto P dovuto all'elemento di carica dq è dato da

$$dV = k_e \frac{dq}{r}$$

Per ottenere il potenziale totale nel punto P integriamo

$$V = k_e \int \frac{dq}{r}$$

- Un altro metodo: (si usa quando il campo elettrico è già noto a partire da altre considerazioni, ad es. dal teorema di Gauss). In questo caso si usa l'equazione

$$\Delta V \equiv \frac{\Delta U}{q_0} = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Per determinare ΔV .

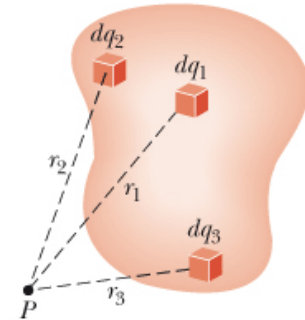


Figura 20.12 Il potenziale elettrico generato nel punto P da una distribuzione continua di carica può essere calcolato suddividendo la distribuzione di carica in elementi dq e sommando i contributi di potenziale elettrico dovuti a tutti gli elementi. Sono mostrati tre elementi di carica campione.

Esempio – Potenziale di un anello uniformemente carico

- Determinare il campo elettrico nel punto P posto sull'asse centrale perpendicolare ad un anello uniformemente carico di raggio a e con una carica totale Q .

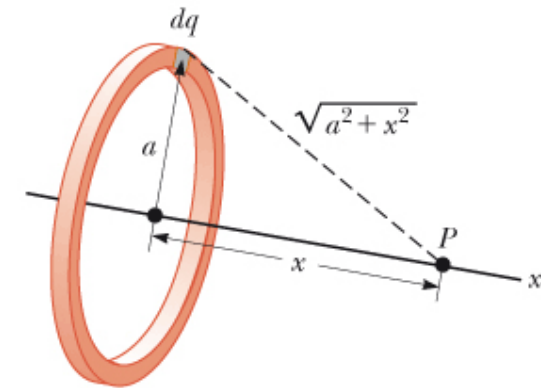
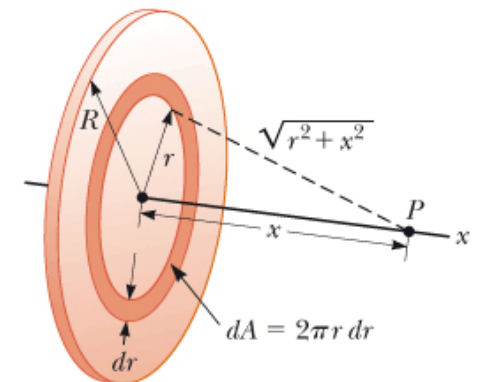


Figura 20.13 (Esempio 20.5) Un anello uniformemente carico di raggio a sta in un piano perpendicolare all'asse x . Tutti gli elementi dq dell'anello sono alla stessa distanza dal punto P che si trova sull'asse delle x .

Esempio – Potenziale elettrico generato da un disco uniformemente carico

- Un disco uniformemente carico ha raggio R e una densità superficiale di carica σ .
- Trovare il potenziale elettrico in un punto P lungo l'asse perpendicolare passante per il centro del disco
- Trovare la componente x del campo elettrico in un punto P lungo l'asse perpendicolare al disco passante per il suo centro.

Figura 20.14 (Esempio 20.6) Un disco uniformemente carico di raggio R giace in un piano perpendicolare all'asse x . Il calcolo del potenziale elettrico in qualunque punto P sull'asse x viene semplificato dividendo il disco in tanti anelli di raggio r e larghezza dr , di area $2\pi r dr$.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Potenziale elettrico di un conduttore carico

- La superficie di un qualunque conduttore in equilibrio elettrostatico è una superficie equipotenziale: ogni punto sulla superficie di un conduttore carico in equilibrio elettrostatico si trova allo stesso potenziale. Inoltre poiché il campo elettrico all'interno del conduttore è nullo possiamo concludere che il potenziale all'interno del conduttore è costante dovunque e uguale al suo valore sulla superficie

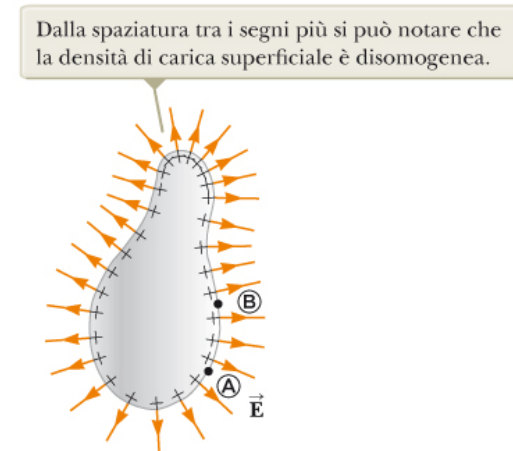


Figura 20.15 Un conduttore di forma arbitraria carico positivamente. Quando il conduttore è in equilibrio elettrostatico, tutta la carica sta sulla superficie, $\vec{E} = 0$ all'interno del conduttore, e la direzione di \vec{E} immediatamente all'esterno del conduttore è perpendicolare alla superficie. Il potenziale elettrico è costante all'interno del conduttore ed è uguale al potenziale sulla superficie.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Potenziale elettrico di un conduttore carico

- Consideriamo una sfera metallica piena di raggio R e carica totale positiva Q (figura a fianco). Il campo elettrico (ed il potenziale) al di fuori della sfera è identico a quello di una carica puntiforme. Sulla superficie della sfera il potenziale deve essere $k_e Q/R$, tutta la sfera deve essere a questo potenziale.
- Se il conduttore non è sferico la densità superficiale di carica è maggiore dove il raggio di curvatura è più piccolo

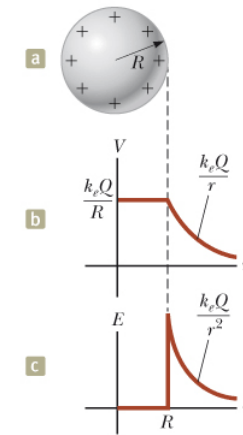


Figura 20.16 (a) La carica in eccesso su di una sfera conduttrice di raggio R è distribuita uniformemente sulla superficie. (b) Il potenziale elettrico in funzione della distanza r dal centro della sfera conduttrice carica. (c) Il modulo del campo elettrico in funzione della distanza r dal centro della sfera conduttrice carica.

Esempio - Due sfere cariche collegate tra loro

- Due conduttori sferici di raggio r_1 e r_2 sono separati da una distanza molto più grande del raggio di ciascuna sfera. Le sfere sono collegate da un filo conduttore come mostrato in figura. Le cariche sulle sfere in equilibrio sono q_1 e q_2 , rispettivamente, e sono distribuite uniformemente. Trovare il rapporto dei moduli dei campi elettrici sulle superfici delle sfere.

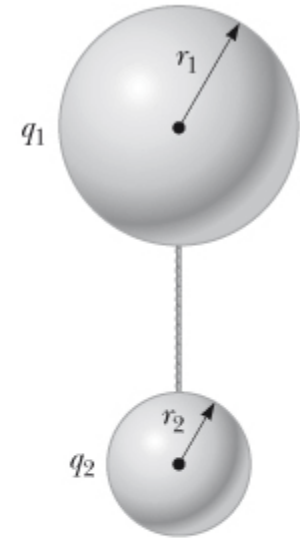


Figura 20.17
(Esempio 20.7) Due sfere conduttrici cariche collegate tramite un filo conduttore. Le sfere si trovano allo stesso potenziale elettrico V .



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Cavità all'interno di un conduttore in equilibrio

- Se non ci sono cariche all'interno della cavità il campo elettrico deve essere nullo qualunque sia la distribuzione di carica sulla superficie. E' nullo anche se esiste un campo elettrico all'esterno del conduttore.
- Applicazioni: è possibile schermare un circuito elettronico o anche un intero laboratorio da campi esterni circondandolo di pareti conduttrici.

Il campo elettrico nella cavità è zero indipendentemente dalla carica sul conduttore.

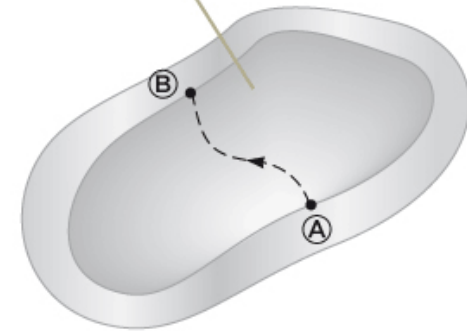


Figura 20.18 Un conduttore in equilibrio elettrostatico con una cavità.

La Capacità

- Costruiremo dei circuiti costituiti da elementi circuitali. Il primo elemento che considereremo è il **condensatore**.
- E' costituito da due conduttori di forma qualsiasi. Supponiamo che i due conduttori abbiano cariche opposte in segno ma uguali in modulo (figura a fianco). Si può ottenere ciò collegandoli ai poli di una batteria. Se si scollega poi la batteria, le cariche rimangono sui conduttori: **il condensatore immagazzina cariche**.
- La capacità di un condensatore è definita come

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta V}$$

La capacità è una grandezza sempre positiva. Poiché la differenza di potenziale è proporzionale alla carica $Q/\Delta V$ è una costante per un dato condensatore. La capacità è una misura della quantità di carica che può essere immagazzinata nel condensatore per una data differenza di potenziale.

- L'unità di misura della capacità nel sistema SI è il C/V chiamata farad (F)

Una volta che il condensatore sia stato caricato, i due conduttori portano cariche uguali e opposte.

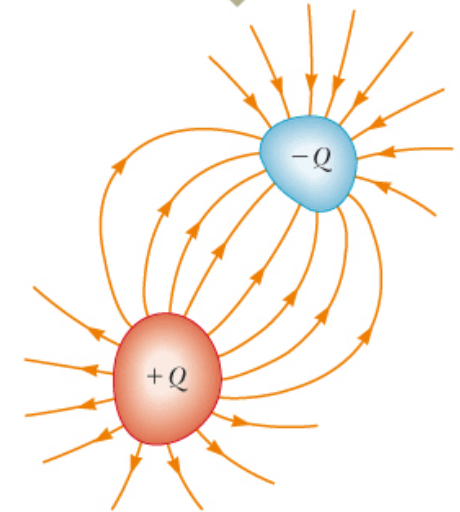


Figura 20.19 Un condensatore consiste di due conduttori tra di loro elettricamente isolati e dello spazio circostante.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
Edises

Quiz rapido

- Un condensatore ha immagazzinato una carica Q ad una differenza di potenziale ΔV . Cosa succede se il voltaggio applicato al condensatore da una batteria viene raddoppiato a $2\Delta V$?
 - A. La capacità diventa la metà di quella iniziale, la carica rimane la stessa
 - B. La capacità e la carica entrambe diventano metà del loro valore iniziale
 - C. La capacità e la carica entrambe raddoppiano
 - D. La capacità rimane la stessa e la carica raddoppia

Quiz rapido

- Un condensatore ha immagazzinato una carica Q ad una differenza di potenziale ΔV . Cosa succede se il voltaggio applicato al condensatore da una batteria viene raddoppiato a $2\Delta V$?
 - A. La capacità diventa la metà di quella iniziale, la carica rimane la stessa
 - B. La capacità e la carica entrambe diventano metà del loro valore iniziale
 - C. La capacità e la carica entrambe raddoppiano
 - D. La capacità rimane la stessa e la carica raddoppia

Il condensatore piano

- La capacità di un dispositivo dipende dalle caratteristiche geometriche dei conduttori.
- Un condensatore piano è costituito da due piastre parallele della stessa area A separate da una distanza d (figura a fianco). Una piastra ha carica Q , l'altra $-Q$. La carica per unità di superficie su ciascuna delle piastre (dette **armature**) è $\sigma = Q/A$. Se le armature sono molto vicine tra loro si può con buona approssimazione considerare che il campo elettrico sia uniforme tra le armature e zero altrove. Secondo l'esempio «un piano carico» slide 49 in «ForzeElettricheECampiElettrici» il modulo del campo elettrico tra le armature è

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

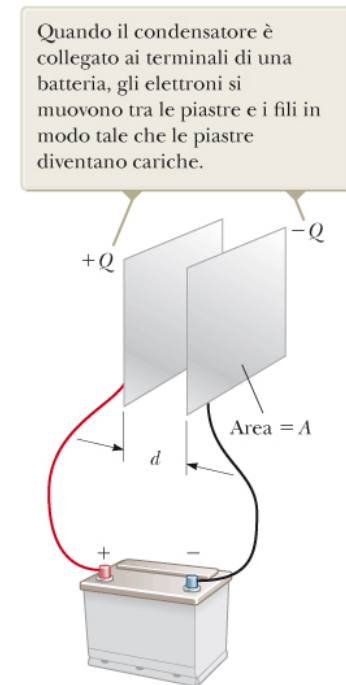


Figura 20.20 Un condensatore piano consiste di due piastre conduttrici parallele, ciascuna di area A , separate da una distanza d .

Il condensatore piano

- Poiché il campo è uniforme la differenza di potenziale ai capi del condensatore è

$$\Delta V = Ed = \frac{Qd}{\epsilon_0 A}$$

Sostituendo l'equazione con cui abbiamo definito la capacità

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{Qd/\epsilon_0 A}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

La capacità di un condensatore piano è quindi proporzionale all'area delle sue armature ed inversamente proporzionale alla loro distanza.

Il condensatore piano

- In realtà le linee di campo non sono uniformi in prossimità dei bordi (figura 20.21). Se la separazione delle armature è piccola rispetto alle dimensioni delle stesse gli effetti di bordo possono essere trascurati.
- Un condensatore può essere considerato come un dispositivo che immagazzina un'energia tanto quanto una carica (figura 20.22)

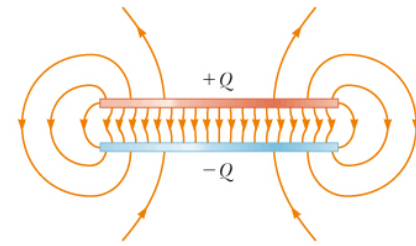

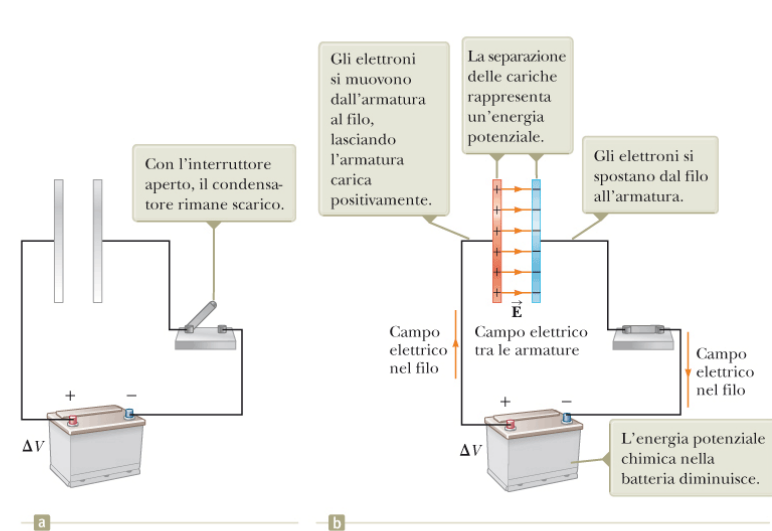



Figura 20.21 Il campo elettrico tra le armature di un condensatore piano è uniforme vicino alla regione centrale ma non uniforme vicino ai bordi.

 R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES



 R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Il condensatore cilindrico

- Consideriamo il sistema in figura. Trascurando gli effetti di bordo, il campo elettrico è perpendicolare agli assi dei cilindri e confinato nella regione tra essi. Calcoliamo la differenza di potenziale tra i cilindri:

$$V_b - V_a = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_a^b E_r dr = -2k_e \lambda \ln \left(\frac{b}{a} \right)$$

Dove abbiamo usato che il campo elettrico di un cilindro di carica per unità di lunghezza λ è dato da $E = 2k_e \lambda / r$ (da esempio nel capitolo precedente)

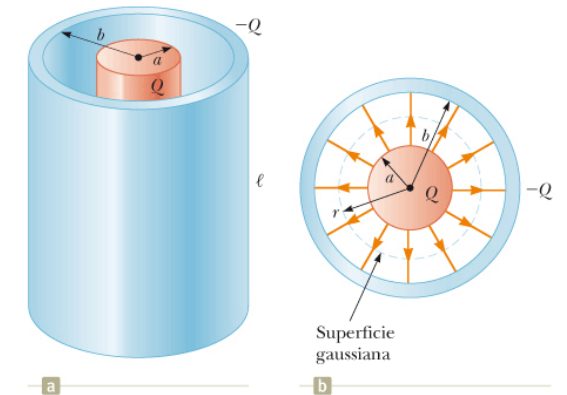


Figura 20.23 (a) Un condensatore cilindrico è fatto da un conduttore cilindrico pieno di raggio a e lunghezza ℓ circondato da un guscio cilindrico coassiale di raggio b . (b) Vista dall'alto. La linea tratteggiata rappresenta la superficie gaussiana cilindrica di raggio r e lunghezza ℓ .

Il condensatore cilindrico

- Considerando che $\lambda = Q/l$ e dalla definizione di capacità:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{\frac{2k_e Q}{l} \ln\left(\frac{b}{a}\right)} = \frac{l}{2k_e \ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

- Un esempio di condensatore cilindrico è dato da un cavo coassiale (utilizzato allo scopo di schermare il segnale elettrico da influenze esterne) con capacità per unità di lunghezza C/l

Collegamento di condensatori

- Nello studio dei circuiti elettrici usiamo una rappresentazione grafica detta diagramma circuitale. Un tale diagramma usa dei simboli circuitali per rappresentare i vari elementi di un circuito (esempi in figura a fianco). I simboli circuitali sono collegati da linee rette che rappresentano i fili conduttori fra gli elementi del circuito.

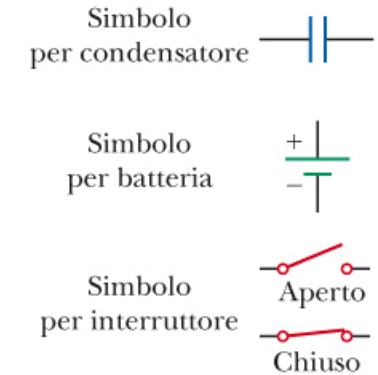


Figura 20.24 Simboli circuitali per condensatori, batterie ed interruttori. Si noti che i condensatori sono in blu, le batterie in verde e gli interruttori in rosso. L'interruttore chiuso può far passare la corrente, mentre quello aperto no.

Collegamento in parallelo

- Collegamento in parallelo di due condensatori come mostrato in figura. Le armature di sinistra di entrambi i condensatori sono collegate mediante un filo conduttore al polo positivo della batteria e sono quindi allo stesso potenziale. Analogamente le armature di destra...

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$$

Dove ΔV è la differenza di potenziale ai morsetti della batteria.

- La carica totale immagazzinata dai due condensatori è

$$Q_{tot} = Q_1 + Q_2$$

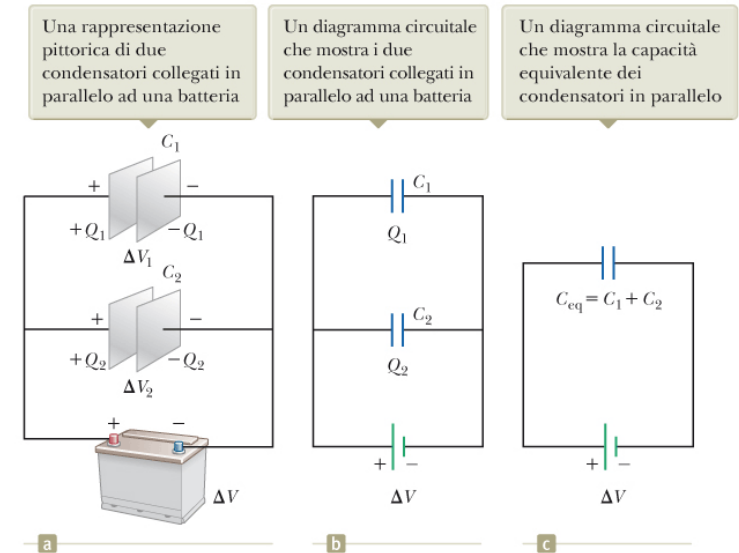


Figura 20.25 Due condensatori collegati in parallelo. Tutti e tre i diagrammi sono equivalenti.

Collegamento in parallelo

- Supponiamo di voler sostituire i 2 condensatori con un condensatore equivalente avente capacità C_{eq} (figura 20.25c nella slide precedente).
- Questo condensatore deve accumulare la stessa carica totale Q_{tot} dei 2 condensatori di prima. Dalla figura 20.25c si vede che la differenza di potenziale ai capi del condensatore equivalente è ΔV quindi

$$C_{eq}\Delta V = Q_{tot} = Q_1 + Q_2 = C_1\Delta V_1 + C_2\Delta V_2$$

Quindi: $C_{eq} = C_1 + C_2$

- Estendendo il ragionamento a più condensatori collegati in parallelo si trova che la capacità equivalente è:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots \text{ (collegamento in parallelo)}$$

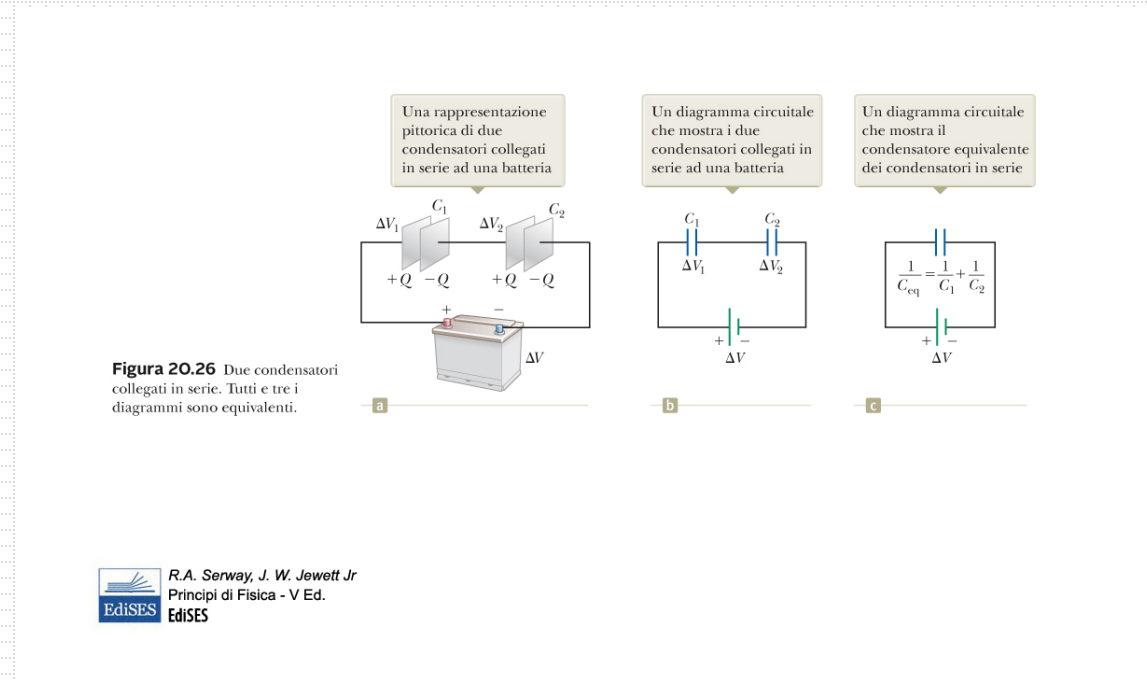
- In fondo stiamo combinando le superfici delle armature di tutti i condensatori quando vengono collegate con un filo conduttore e la capacità di armature piane e parallele è proporzionale all'area

Collegamento in serie

- Come in figura l'armatura di sinistra del condensatore 1 e quella di destra del condensatore 2 sono collegate ai terminali della batteria. Le altre due armature sono collegate tra di loro e a nient'altro.
- Le cariche su condensatori collegati in serie sono le stesse

$$Q_1 = Q_2 = Q$$

Dove Q è la carica spostata tra un filo e un'armatura esterna di un condensatore



Collegamento in serie

- La differenza di potenziale totale ai capi del collegamento è

$$\Delta V_{tot} = \Delta V_1 + \Delta V_2$$

(somma delle differenze di potenziale ai capi del condensatore C_1 e C_2)

- Supponiamo che il condensatore equivalente in figura 20.26c abbia lo stesso effetto sul circuito del collegamento in serie quando è collegato ad una batteria.

$$\Delta V_{tot} = \frac{Q}{C_{eq}} = \Delta V_1 + \Delta V_2 = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2}$$

- Cancellando le cariche perché sono tutte uguali abbiamo

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

- In generale per più condensatori collegati in serie:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots \text{ (collegamento in serie)}$$

- La capacità equivalente di un collegamento in serie è sempre minore delle capacità dei singoli condensatori (opposto di ciò che accadeva con il collegamento in parallelo)

Quiz rapido

- Due condensatori sono identici. Possono essere collegati in serie o parallelo. Per avere la minima capacità equivalente, come dovrete collegarli?
 - A. In serie
 - B. In parallelo
 - C. In entrambi i modi perché entrambi i collegamenti hanno la stessa capacità

Quiz rapido

- Due condensatori sono identici. Possono essere collegati in serie o parallelo. Per avere la minima capacità equivalente, come dovrete collegarli?
 - A. In serie
 - B. In parallelo
 - C. In entrambi i modi perché entrambi i collegamenti hanno la stessa capacità

Esempio – Capacità equivalente

- Trovare la capacità equivalente tra a e b per la combinazione di condensatori in figura. Tutte le capacità sono in microfarad.

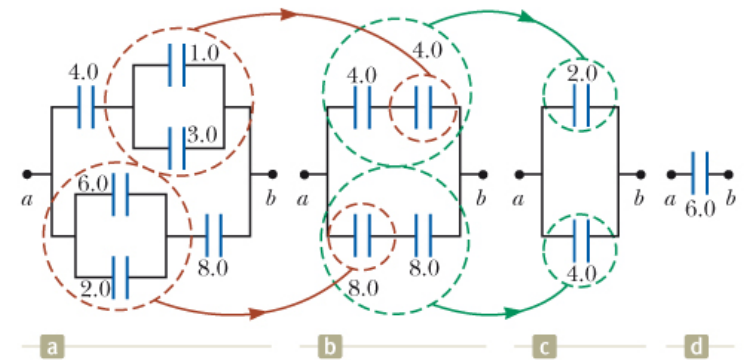


Figura 20.27 (Esempio 20.8) Per trovare la capacità equivalente della combinazione in (a), si procede per passi successivi come indicato in (b), (c) e (d), usando le regole per serie e parallelo descritte nel testo. Tutte le capacità sono espresse in microfarad.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Energia immagazzinata in un condensatore carico

- Supponiamo di trasferire la carica meccanicamente tra le armature di un condensatore. Prendiamo una piccola quantità di carica positiva dall'armatura (-) e applichiamo una forza per spostarla sull'altra armatura (+). Quindi facciamo un lavoro sulla carica trasferendola da un'armatura all'altra. All'inizio il lavoro sarà nullo ma una volta trasferita della carica esisterà una differenza di potenziale tra le armature ed il lavoro non sarà più nullo. Il lavoro richiesto per trasferire un incremento di carica dq da un'armatura all'altra è

$$dW = \Delta V dq = \frac{q}{C} dq$$

Quindi il lavoro complessivo richiesto per caricare il condensatore da $q=0$ a $q = Q$ è

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{Q^2}{2C}$$

Il lavoro svolto per caricare il condensatore appare come energia potenziale U . In realtà quest'energia non è il risultato di lavoro meccanico svolto da un agente esterno che muove le cariche da un'armatura all'altra ma è dovuta alla trasformazione di energia chimica della batteria usata per caricare il condensatore. Usando la relazione $Q = C\Delta V$ si può esprimere l'energia immagazzinata in un condensatore carico nelle seguenti forme:

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} Q\Delta V = \frac{1}{2} C(\Delta V)^2$$

Questo risultato si applica a qualsiasi condensatore, indipendentemente dalla sua geometria.

Energia immagazzinata in un condensatore carico

- Per un condensatore piano

$$U = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_0 A}{d} \right) (Ed)^2 = \frac{1}{2} (\epsilon_0 Ad) E^2$$

- Ad è il volume della regione occupata dal campo elettrico, l'energia per unità di volume $u_e = U/Ad$ chiamata **densità di energia** è

$$u_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

Questa espressione per la densità di energia è valida in generale (non solo per il caso del condensatore piano)

Quiz rapido

- Supponiamo di avere tre condensatori ed una batteria. Con quale dei seguenti collegamenti dei tre condensatori con la batteria si ha la massima energia immagazzinata?
 - A. In serie
 - B. In parallelo
 - C. Entrambe le combinazioni producono la stessa quantità di energia

Quiz rapido

- Supponiamo di avere tre condensatori ed una batteria. Con quale dei seguenti collegamenti dei tre condensatori con la batteria si ha la massima energia immagazzinata?
 - A. In serie
 - B. In parallelo
 - C. Entrambe le combinazioni producono la stessa quantità di energia

Esempio – Ricollegamento di due condensatori carichi

- Due condensatori con capacità C_1 e C_2 (con $C_1 > C_2$) sono caricati alla stessa differenza di potenziale ΔV_i . I due condensatori vengono staccati dalla batteria, e le armature collegate con polarità opposta come mostrato in figura (a). Gli interruttori S_1 e S_2 vengono poi chiusi come in figura (b).
- Calcolare la differenza di potenziale finale ΔV_f tra a e b dopo la chiusura degli interruttori.
- Trovare l'energia totale immagazzinata nei condensatori prima e dopo la chiusura degli interruttori e determinare il rapporto tra l'energia finale e quella iniziale.

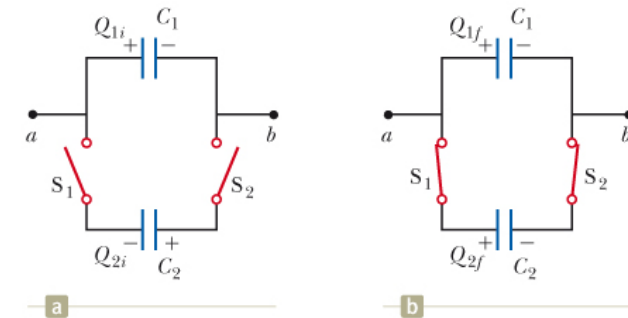


Figura 20.28 (Esempio 20.9) (a) Due condensatori sono portati alla stessa differenza di potenziale iniziale e collegati assieme con le armature di segno opposto in contatto quando gli interruttori sono chiusi. (b) Quando gli interruttori sono chiusi, le cariche si ridistribuiscono.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdISES

Condensatori con dielettrici

- Un dielettrico è un materiale non conduttore. Quando si introduce un materiale dielettrico tra le armature di un condensatore, la capacità aumenta. Se il dielettrico riempie completamente lo spazio tra le armature la capacità aumenta di un fattore adimensionale κ , che prende il nome di costante dielettrica del materiale.
- Si consideri l'esempio in figura. Se si introduce un dielettrico la tensione diminuisce come $\Delta V = \Delta V_0 / \kappa$, quindi $\kappa < 1$

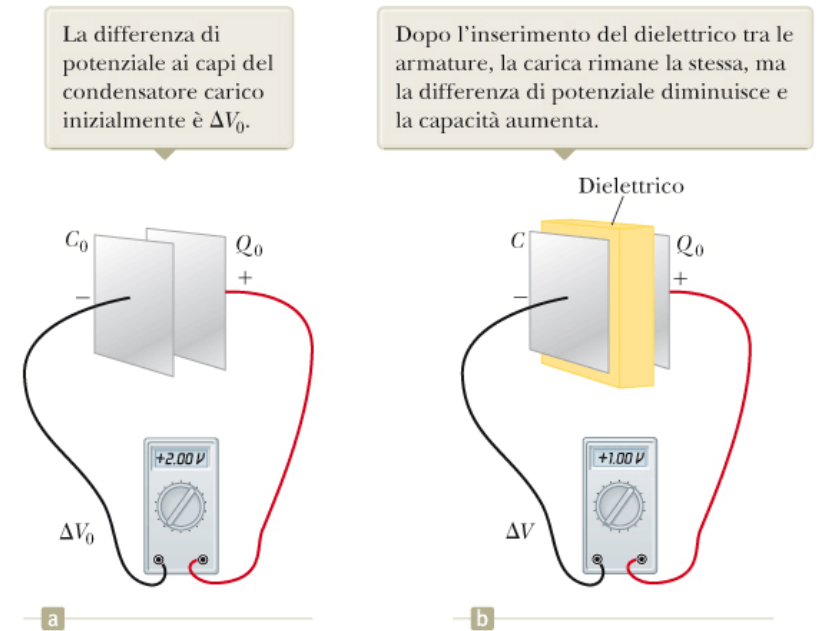


Figura 20.29 Un condensatore carico (a) prima e (b) dopo l'inserimento di un dielettrico tra le armature.

Condensatori con dielettrici

- Dal momento che la carica Q_0 non varia, deve variare la capacità nel seguente modo:

$$C = \frac{Q_0}{\Delta V} = \frac{Q_0}{\Delta V_0/\kappa} = \kappa \frac{Q_0}{\Delta V_0} = \kappa C_0$$

- Dove C_0 è la capacità in assenza di dielettrico.
- Per un condensatore piano

$$C = \kappa \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

- Attenzione però la capacità non può essere incrementata a piacere diminuendo lo spazio tra le armature. Infatti per ogni d fissata la massima differenza di potenziale che si può avere senza avere scariche tra le armature dipende dalla rigidità dielettrica del dielettrico. Per l'aria secca questa vale $3 \times 10^6 V/m$. Se il campo elettrico nel materiale supera la rigidità dielettrica le proprietà isolanti vengono meno ed il materiale inizia a condurre.

Condensatori con dielettrici

- La maggior parte dei materiali isolanti ha rigidità dielettriche maggiori di quelle dell'aria. Un dielettrico presenta i seguenti vantaggi:
 - Fa aumentare la capacità del condensatore
 - Fa aumentare la differenza di potenziale massima di un condensatore
 - Fornisce un supporto meccanico tra le armature conduttrici, che permette alle armature di essere più vicine senza toccarsi.
- Possiamo capire gli effetti di un dielettrico considerando la polarizzazione delle molecole (figura a fianco)

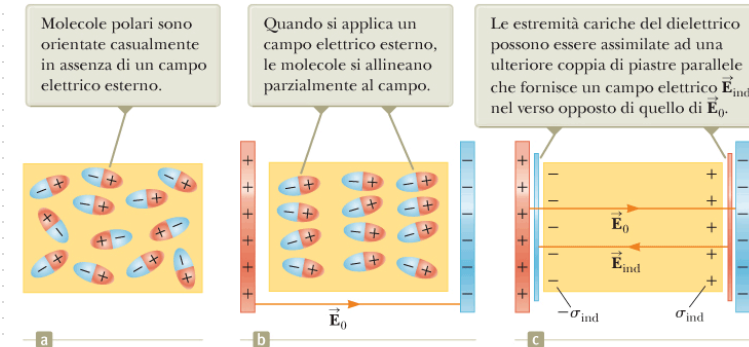
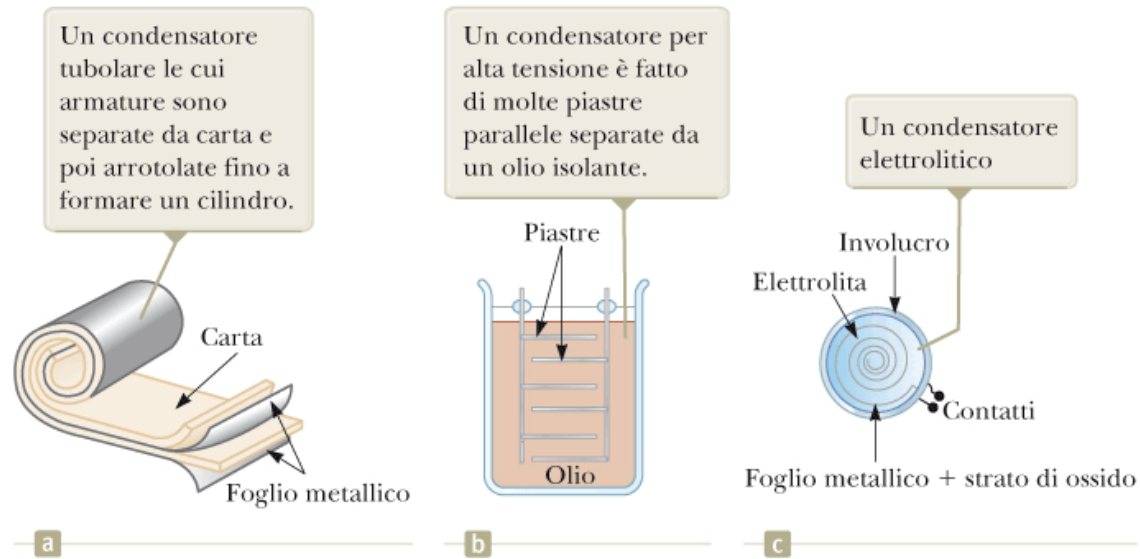


Figura 20.30 (a) Molecole polari in un dielettrico. (b) Un campo elettrico viene applicato al dielettrico. (c) Dettagli del campo elettrico all'interno del dielettrico.

Tipi di condensatori

Figura 20.31 Schemi di condensatori commerciali.



R.A. Serway, J. W. Jewett Jr
Principi di Fisica - V Ed.
EdiSES

Esempio – Energia immagazzinata prima e dopo

- Un condensatore piano viene caricato con una batteria fino ad una carica Q_0 . La batteria viene staccata e tra le armature viene inserita una lastra di materiale con costante dielettrica κ . Identificare il sistema costituito dal condensatore e dal dielettrico. Calcolare l'energia immagazzinata nel condensatore prima e dopo l'inserimento del dielettrico.

L'atmosfera come condensatore

- Abbiamo visto che a causa di vari processi è presente una distribuzione negativa di carica sulla superficie terrestre e una positiva attraverso l'aria. Questa distribuzione di carica può essere assimilata ad un condensatore.
- La differenza di potenziale tra le armature del nostro condensatore atmosferico è:

$$\Delta V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_{superficie}} - \frac{1}{r_{piastra superiore}} \right) =$$
$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{R_T+h} \right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{h}{R_T(R_T+h)} \right]$$

Dove R_T è il raggio della terra e $h=5\text{km}$

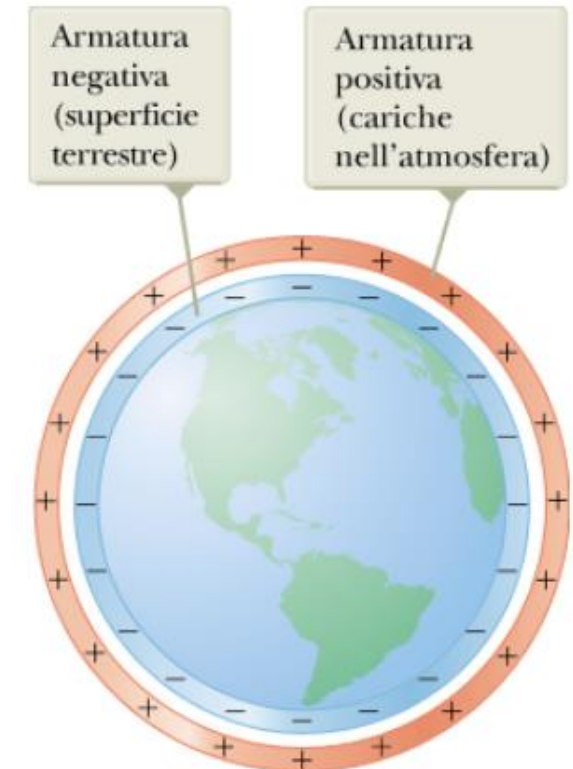


FIGURA 20.33 Il condensatore atmosferico.

L'atmosfera come condensatore

- Possiamo ora calcolare la capacità del condensatore atmosferico:

$$\begin{aligned} \bullet C &= \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \left[\frac{h}{R_T(R_T+h)} \right]}} = \frac{4\pi\epsilon_0 R_T(R_T+h)}{h} = \\ &= \frac{4\pi(8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2})(6.4 \times 10^3 km)(6.4 \times 10^3 km + 5 km)}{5 km} \left(\frac{1000 m}{1 km} \right) \approx 0.9 F \end{aligned}$$

- Questo valore è molto grande, confrontato con i *picofarad* o *microfarad* che sono valori tipici dei condensatori nei circuiti elettrici.

Sommario (1)

- Quando una carica positiva di prova q_0 viene spostata tra i punti A e B in un campo elettrico \vec{E} , la **variazione di energia potenziale** del sistema carica-campo è:

$$\Delta U = -q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

- La **differenza di potenziale**, ΔV , fra i punti A e B in un campo elettrico \vec{E} è definita come la variazione di energia potenziale divisa per la carica di prova q_0 :

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q_0} = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

dove il **potenziale elettrico** V è uno scalare e ha unità di misura joule diviso coulomb, definita come 1 **volt** (V).

Sommario (2)

- La differenza di potenziale fra due punti A e B in un campo elettrico uniforme \vec{E} è:

$$\Delta V = -E \int_A^B ds = -Ed$$

dove d è il modulo del vettore spostamento tra A e B

Sommario (3)

- Le **superfici equipotenziali** sono superfici sulle quali il potenziale elettrico è costante. Le superfici equipotenziali sono *perpendicolari* alle linee di campo elettrico.
- Il potenziale elettrico di una carica puntiforme q a una distanza r dalla carica è

$$V = k_e \frac{q}{r}$$

- Il potenziale elettrico di un insieme di cariche puntiformi si ottiene sommando i potenziali delle singole cariche. Poiché V è uno scalare, la somma è una semplice operazione algebrica.

Sommario (4)

- **L'energia potenziale elettrica di una coppia di cariche puntiformi** separate da una distanza r_{12} è

$$U = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

che rappresenta il lavoro necessario per portare le cariche da una distanza di separazione infinita a una distanza di separazione r_{12} .

L'energia potenziale di una distribuzione di cariche puntiformi si ottiene sommando i termini come quelli dell'equazione sopra estesi a *tutte le coppie* di particelle.

Sommario (5)

- Se il potenziale è noto in funzione delle coordinate x, y e z , le componenti del campo elettrico si possono ottenere dalla derivata cambiata di segno del potenziale rispetto alle coordinate. Per esempio, la componente x del campo elettrico nelle direzione x è:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$$

Sommario (6)

- Il **potenziale elettrico di una distribuzione continua di carica** è:

$$V = k_e \int \frac{dq}{r}$$

- Ogni punto sulla superficie di un conduttore carico in equilibrio elettrostatico si trova allo stesso potenziale. Inoltre, il potenziale è costante ovunque all'interno del conduttore ed è uguale al suo valore sulla superficie.

Sommario (7)

- Un condensatore è un dispositivo per immagazzinare cariche. Un condensatore carico consiste di due conduttori caricati con cariche uguali e di segno opposto con una differenza di potenziale ΔV fra di essi. La **capacità** C di un condensatore è definita come il rapporto fra il valore assoluto della carica Q su ciascun conduttore e il valore assoluto della differenza di potenziale ΔV :

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta V}$$

- L'unità SI della capacità è il coulomb su volt, ossia il **farad (F)**, cioè

$$1F = 1C/V$$

Sommario (8)

- Se due o più condensatori sono collegati in parallelo, la differenza di potenziale ai capi di ciascuno di essi deve essere la stessa. La **capacità equivalente** di un insieme di condensatori in **parallelo** è

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$$

- Se due o più condensatori sono collegati in serie, la carica su ognuno di essi è la stessa e la **capacità equivalente** del **collegamento in serie** è

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$$

Sommario (9)

- Per caricare un condensatore è necessaria dell'energia, poiché il processo di carica è equivalente a trasferire cariche da un conduttore a potenziale più basso a un altro a potenziale più alto. L'energia potenziale elettrostatica U immagazzinata nel condensatore è:

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} Q \Delta V = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2$$

- Quando un materiale dielettrico viene inserito fra le armature di un condensatore, la capacità generalmente aumenta di un fattore adimensionale κ , chiamato **costante dielettrica**. Cioè,

$$C = \kappa C_0$$

dove C_0 è la capacità in assenza di dielettrico