

Graziano Amati
numero di matricola: 758556
anno accademico: 2009/10
gruppo di laboratorio: 24

RELAZIONE DI LABORATORIO DI FISICA CON ELEMENTI DI STATISTICA
SCHEDE DELL'ESPERIENZA DEL PENDOLO

SCHEDA N° 1

Obiettivo dell'esperienza e risultati attesi

L'esperienza prevede una misura sperimentale del valore dell'accelerazione di gravità mediante il sistema fisico di un pendolo. Il confronto della misura col valore atteso

$$g_{att} = 9.81 \pm 0.01 \text{ m/s}^2 ,$$

offre un criterio di valutazione della bontà della misura svolta e dell'incidenza delle non idealità nell'apparato impiegato.

Materiale a disposizione

Per l'esperienza vengono utilizzati i seguenti strumenti:

- struttura metallica di supporto composta da aste e morsetti;
Mediante questi strumenti è possibile fissare il filo con massa del pendolo alla struttura solida di un tavolo da lavoro.
- cavo di spago;
Viene utilizzato come filo del pendolo.
- dischetti metallici;
E' possibile comporre più dischi in un unico corpo grazie ad un cilindro metallico terminante superiormente con un gancio.
- metro riavvolgibile;
Esso ha precisione di 1 mm.
- cronometro a fotocellula;
Questo ha precisione di 0.1 ms. Viene connesso via USB ad un PC dotato di software di misura "Datastudio". Viene posto in modo da registrare il passaggio della massa del pendolo in posizione angolare $\theta = 0^\circ$ (angolo valutato rispetto alla verticale).
- goniometro;
Grazie ad un supporto, esso può essere collegato all'asta del pendolo; è così possibile valutare l'inclinazione istantanea del filo pesante.
- nastro adesivo;
Permette di stabilizzare le connessioni tra i vari componenti.

Relazioni usate ed approssimazioni fatte

L'accelerazione di gravità g soddisfa idealmente la seguente identità:

$$g = 4\pi^2 L / T^2,$$

ove L è la lunghezza del filo del pendolo e T il periodo di oscillazione.

Tale relazione vale in approssimazione di inestensibilità del filo impiegato, costanza temporale del periodo di oscillazione, assenza di oscillazioni laterali del sistema durante le misure e assenza dell'azione frenante dell'attrito dell'aria. Le condizioni suddette non possono essere in toto soddisfatte in un sistema reale. Inoltre, a meno di correzioni introdotte in una fase successiva nell'analisi, si suppone che il moto della massa sia di tipo armonico; tale assunzione è tuttavia quantitativamente valida nel solo caso di piccole oscillazioni.

SCHEDA N°1

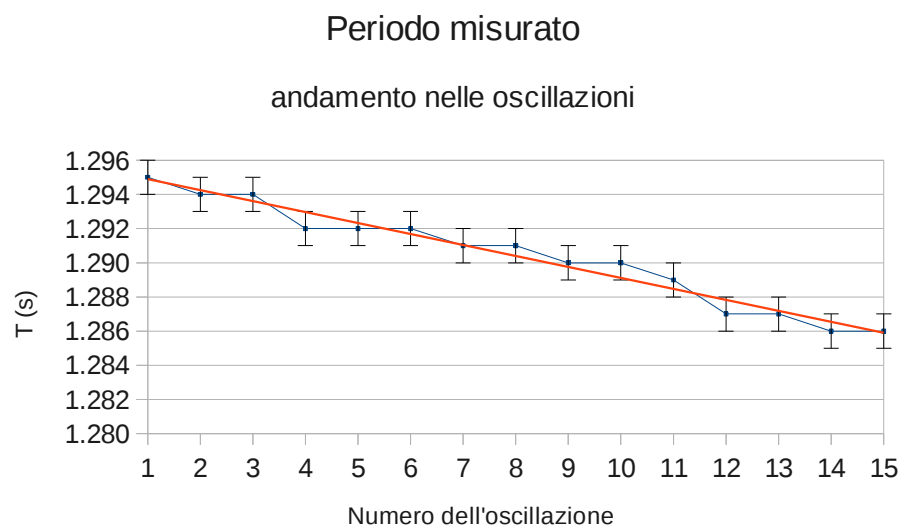
1a Andamento del periodo di oscillazione e dell'accelerazione di gravità nelle oscillazioni

Parametri sperimentali:

- Massa appesa: $m = 0.0789 \pm 0.0001$ kg
Rappresenta il valore totale dovuto ai pesi impiegati e al gancio di collegamento.
- Angolo di inclinazione iniziale del filo: $\theta_0 = 30 \pm 1$ °
- Lunghezza del filo: $L = 0.41 \pm 0.01$ m
Viene misurata dal capo superiore del sistema fino al baricentro delle masse, includendo la lunghezza del gancio.
- Numero di oscillazioni osservate: $N = 15$.

Segue una tabella contenente la misura dei periodi di oscillazione; il grafico affiancato riporta i dati tabulati.

n oscillazione	T (s)	σ_T
1	1.295	0.001
2	1.294	0.001
3	1.294	0.001
4	1.292	0.001
5	1.292	0.001
6	1.292	0.001
7	1.291	0.001
8	1.291	0.001
9	1.290	0.001
10	1.290	0.001
11	1.289	0.001
12	1.287	0.001
13	1.287	0.001
14	1.286	0.001
15	1.286	0.001



La riduzione del periodo nel corso del processo di misura è dovuta all'azione frenante dell'attrito viscoso dell'aria; ciò risulta conseguenza del fatto che la massa del pendolo non è puntiforme. Inoltre l'energia del sistema viene ulteriormente dissipata in oscillazioni secondarie non quantificabili dai gli strumenti a disposizione.

La retta di tendenza aggiunta evidenzia qualitativamente un'azione lineare delle forze dissipative al crescere delle misure.

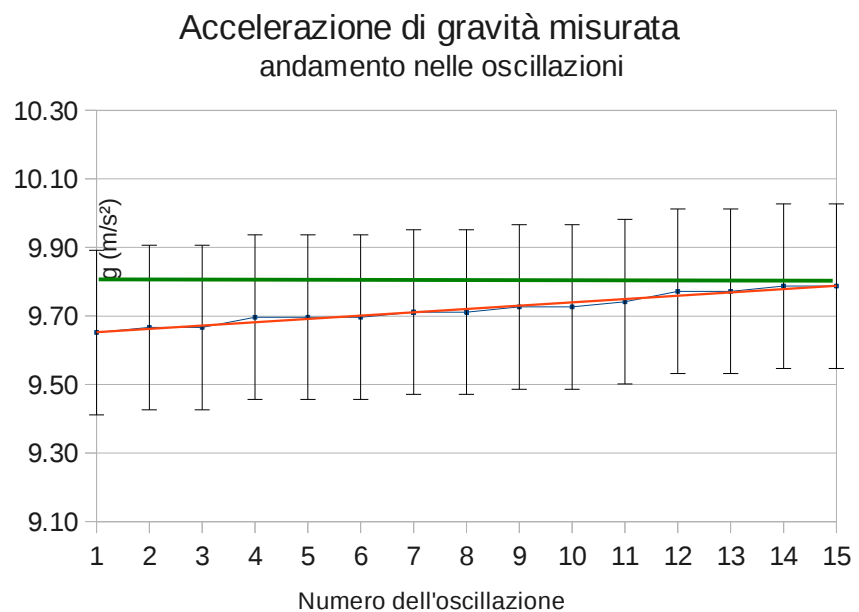
Il periodo atteso si ottiene utilizzando nella relazione riportata sopra il valore vero di g. Si ottiene dunque:

$$T_{att} = 1.292 \text{ s.}$$

Le misure centrali nei dati raccolti risultano coerenti con il valore atteso, mentre quelle iniziali e finali sono rispettivamente più alte e più basse di quelle attese. Il fenomeno può essere motivato riconducendo l'allungamento iniziale del periodo ad oscillazioni laterali di assestamento del filo dovute alla spinta iniziale; la riduzione del periodo finale appare prevalentemente connessa con la dissipazione energetica per l'attrito aereo viscoso.

Si utilizzano le misure raccolte nel plot precedente per valutare l'accelerazione di gravità al variare delle oscillazioni. La tabella e il grafico relativo raccolgono i valori così determinati.

n oscillazione	g (m/s ²)	σ_g
1	9.65	0.24
2	9.67	0.24
3	9.67	0.24
4	9.70	0.24
5	9.70	0.24
6	9.70	0.24
7	9.71	0.24
8	9.71	0.24
9	9.73	0.24
10	9.73	0.24
11	9.74	0.24
12	9.77	0.24
13	9.77	0.24
14	9.79	0.24
15	9.79	0.24



La crescita di g corrisponde alla decrescita di T al crescere delle oscillazioni (la relazione impiegata per calcolare l'accelerazione di gravità in effetti prevede $g \sim 1/T^2$). L'andamento della curva può dunque essere giustificato facendo ricorso alle osservazioni riportate sopra. La linea verde aggiunta offre un confronto del valore estratto con quello misurato. La linea di tendenza ha un carattere esclusivamente qualitativo, ed è finalizzata ad un'aumento della visibilità grafica.

L'errore su g è stato determinato mediante propagazione degli errori a partire da quello strumentale su T.

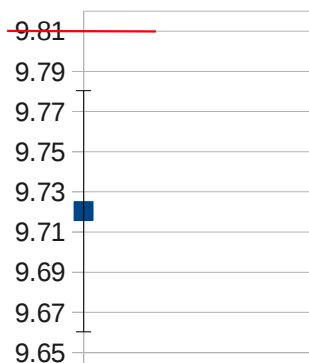
1b Sintesi dei risultati ottenuti nelle misure precedenti

Si riportano nella seguente tabella le quantità statisticamente rilevanti del dataset, oltre che la discrepanza d (normalizzata sull'errore) tra i valori misurati e attesi del periodo e dell'accelerazione. I valori misurati sono ottenuti come media pesata delle misure. Nel caso di entrambe le grandezze gli errori sulle singole misure sono costanti (a quest'ordine di precisione); segue dunque che la media pesata coincide con quella aritmetica. Si è scelto di utilizzare come errore associato al miglior valore non la deviazione standard dalla media, bensì l'incertezza determinata mediante propagazione a partire da quella strumentale sui singoli strumenti di misura adottati: esiste un limite fisico nella misurazione che una crescita del numero di misure non può ridurre (a ciò corrisponde una riduzione della SDOM).

T_{mis}	$\sigma_{T_{\text{mis}}}$	$\sigma_{m T_{\text{mis}}}$	T_{att}	$\sigma_{T_{\text{att}}}$	d_T	g_{mis}	$\sigma_{g_{\text{mis}}}$	$\sigma_{m g_{\text{mis}}}$	g_{att}	$\sigma_{g_{\text{att}}}$	d_g
1.290	0.003	0.001	1.292	0.001	1.28	9.72	0.06	0.02	9.81	0.01	1.47

Il valore di T risulta accettabile nel limite di confidenza di una deviazione standard, per l'accelerazione di gravità l'accordo è invece possibile nel solo limite di confidenza di 2σ .

La seguente figura esprime lo scarto del valore di g_{mis} con le proprie barre d'errore rispetto a g_{att} .

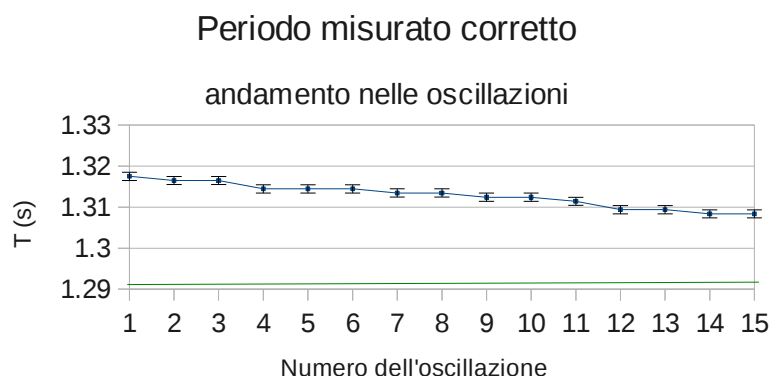


1c Introduzione di un fattore correttivo nel periodo

Ciascuna misura del periodo di oscillazione può essere corretta mediante un fattore che tenga conto dell'effettiva anarmonicità del moto oscillatorio. Il fattore introdotto è maggiore dell'unità e dipende dall'angolo iniziale di oscillazione.

Sono raccolte a seguire le misure dei periodi corretti e le accelerazioni relative. Si accompagnano alle misure grafici con plot analoghi a sopra.

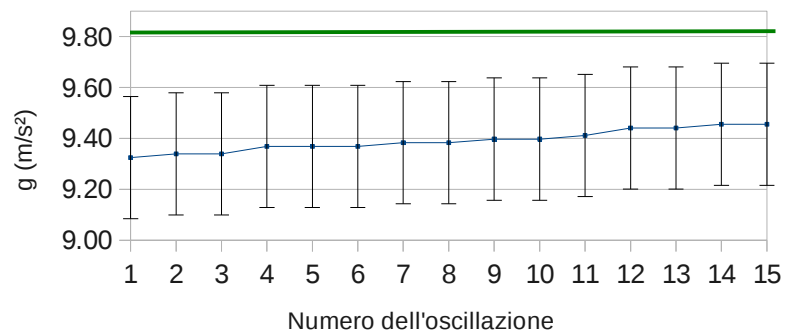
n oscillazione	T (s)	σ_T
1	1.318	0.001
2	1.316	0.001
3	1.316	0.001
4	1.314	0.001
5	1.314	0.001
6	1.314	0.001
7	1.313	0.001
8	1.313	0.001
9	1.312	0.001
10	1.312	0.001
11	1.311	0.001
12	1.309	0.001
13	1.309	0.001
14	1.308	0.001
15	1.308	0.001



n oscillazione	g	σ_g
1	9.32	0.24
2	9.34	0.24
3	9.34	0.24
4	9.37	0.24
5	9.37	0.24
6	9.37	0.24
7	9.38	0.24
8	9.38	0.24
9	9.40	0.24
10	9.40	0.24
11	9.41	0.24
12	9.44	0.24
13	9.44	0.24
14	9.46	0.24
15	9.46	0.24

Accelerazione di gravità misurata (corretta)

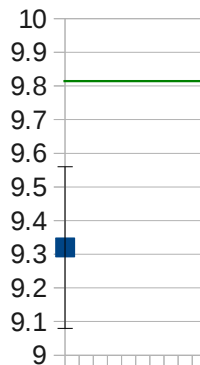
andamento nelle oscillazioni



1d Valutazione dell'accelerazione di gravità a partire dalla prima misura

Si raccolgono di seguito le variabili statistiche relative all'accelerazione di gravità estratta dalla prima misura a seguito dell'introduzione del fattore di correzione; si riporta inoltre una rappresentazione grafica della discrepanza rispetto al valore atteso. L'errore associato alla singola misura coincide con la deviazione standard (che a sua volta coincide con la deviazione standard della media).

g_{mis1}	$\sigma_{g_{\text{mis1}}}$	$\sigma_m g_{\text{mis1}}$	$d_{g_{\text{mis1}}}$
9.32	0.24	0.24	1.88



La prima misura ammette un errore tale da renderla compatibile con un limite di confidenza per la discrepanza entro 2σ . L'introduzione del fattore correttivo nel periodo determina un incremento della discrepanza. È possibile motivare tale comportamento se si assume che l'errore sia dovuto a fattori meccanici connessi col moto del grave (piuttosto che con la misura dei tempi).

Si osserva inoltre che le barre d'errore nel periodo corretto determinano un'alta discrepanza col valore atteso. Parrebbe logico pensare di aumentare l'errore sul tempo letto; la cifra significativa persa sarebbe tuttavia l'unica che cambia in certi sottinsiemi di misure; ha pertanto significato fisico.

SCHEDA N° 2

2a Andamento del periodo e dell'accelerazione di gravità al variare della lunghezza del filo

Parametri sperimentali:

- Massa appesa: $m = 0.0789 \pm 0.0001$ kg
valore totale dovuto ai pesi impiegati e al gancio di collegamento.
- Angolo di inclinazione iniziale del filo: $\theta_0 = 30 \pm 1$ °
- Numero di oscillazioni osservate: $N = 15$.

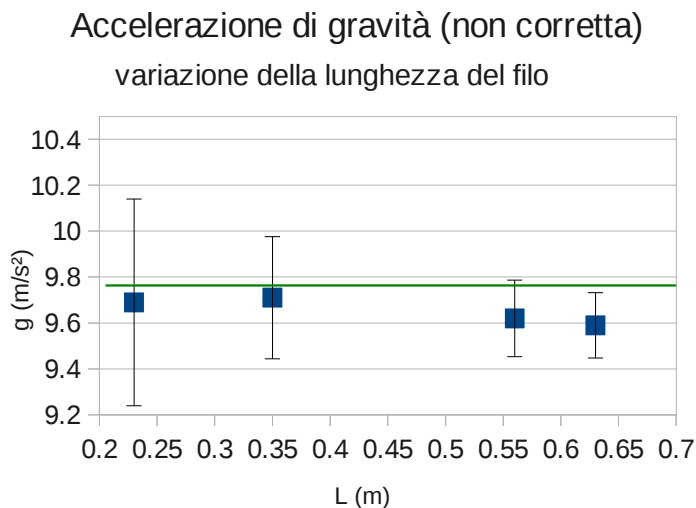
Si riportano di seguito le misure raccolte per il periodo di oscillazione, oltre ai valori dell'accelerazione relativi a ciascuna misura.

L (m)	σ_L	$T_{\text{non corr}}$ (s)	σ_T	$g_{\text{mis non corr}}$ (m/s ²)	σ_g
0.23	0.01	0.946	0.001	9.69	0.45
0.35	0.01	1.227	0.001	9.71	0.27
0.56	0.01	1.543	0.001	9.62	0.17
0.63	0.01	1.673	0.001	9.59	0.14

Il miglior valore dell'accelerazione ottenuta senza correzioni del periodo nella presente configurazione è dato da

$$g_{\text{mis non corr}} = 9.62 \pm 0.10 \text{ m/s}^2 .$$

Si riporta un plot che riassume l'andamento delle quattro misure raccolte.



Lo scostamento dei valori di g_{mis} dal valore atteso aumenta al crescere della lunghezza del filo; corrispondentemente, aumentano gli errori associati alle varie misure. Si suppone l'effetto sia connesso con l'aumento dell'incidenza delle oscillazioni del filo al crescere della lunghezza dello stesso. Le misure comprendono il valore g_{att} entro i propri errori a meno dell'ultima, in cui comunque lo scostamento risulta esiguo.

Mediante il confronto dei coefficienti di correlazione tra T , T^2 e T^3 si evidenzia che la potenza quadratica del periodo è quella che garantisce la miglior relazione lineare con la lunghezza L del filo.

L (m)	T (s)	T ² (s)	T ³ (s)
0.23	0.946	0.895	0.847
0.35	1.227	1.506	1.847
0.56	1.543	2.381	3.674
0.63	1.673	2.799	4.683
R	0.9958	0.9985	0.9903

Si ripete di seguito il resoconto precedente per le quattro misure effettuate, questa volta aggiungendo una correzione per le piccole oscillazioni.

L (m)	σ_L	T _{corr} (s)	σ_T	g _{mis corr} (m/s ²)	σ_g
0.23	0.01	0.962	0.001	9.80	0.44
0.35	0.01	1.248	0.001	8.87	0.26
0.56	0.01	1.570	0.001	8.97	0.16
0.63	0.01	1.702	0.001	8.59	0.14

Verificata la validità dell'ipotesi di linearità tra L e T^2 , si provvede ora all'estrapolazione di g mediante regressione lineare mediante la relazione seguente:

$$L = g / (4\pi^2) T^2 \equiv A + Bx$$

ottenendo pertanto:

$$A = 0.03$$

$$\sigma_A = 0.02$$

$$B = 0.21$$

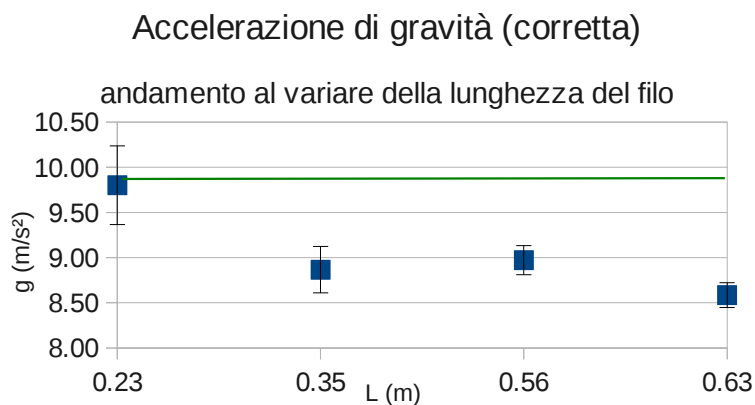
$$\sigma_B = 0.01$$

E' dunque possibile estrarre g come:

$$g = 4 \pi^2 B = 8.2 \pm 0.4 \text{ m/s}^2.$$

L'errore su g è stato determinato mediante propagazione degli errori da quello su B . Si riscontra una lieve incompatibilità del valore dell'intercetta con lo zero, il che indica insorgenza di errori sistematici per una lunghezza efficace del filo diversa da quella misurata.

Il trend delle misure superiori è presentato nel seguente plot.



SCHEDA N°3

Andamento del periodo di oscillazione al variare dell'angolo di inclinazione iniziale θ_0

Nel seguente dataset viene fissato l'angolo iniziale di oscillazione a due valori rappresentativi θ_0 , viene dunque segnato il tempo che corrisponde ad una massima apertura angolare θ . La relazione tra il periodo di oscillazione e l'angolo è fornita da uno sviluppo trigonometrico; una considerazione quantitativa dell'angolo di oscillazione è effettuata rinunciando all'ipotesi di piccole oscillazioni.

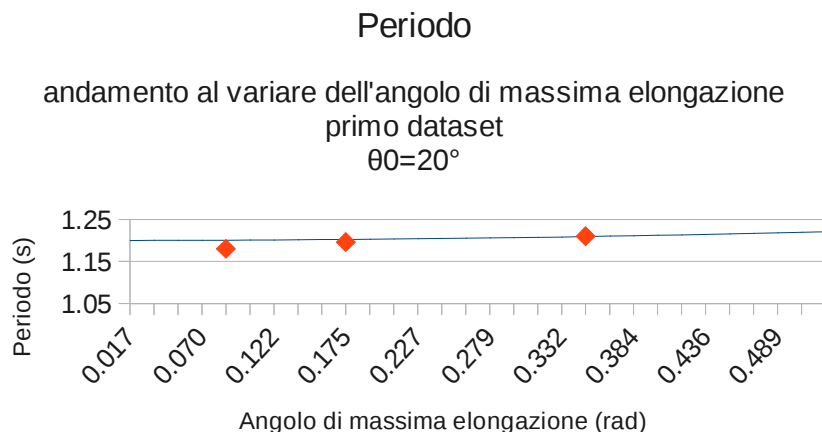
I parametri sperimentali fissati sono riportati di seguito:

- Massa appesa: $m = 0.0787 \pm 0.0001$ kg
valore totale dovuto ai pesi impiegati e al gancio di collegamento.
- Lunghezza del filo: $L = 0.41 \pm 0.01$ m
misurata dal capo superiore del sistema fino al baricentro delle masse, includendo la lunghezza del gancio.

Le misure sono raccolte nella tabella seguente.

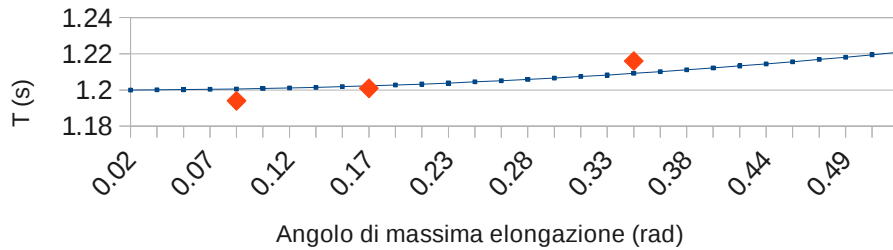
θ (deg)	σ_θ (deg)	θ (rad)	σ_θ (rad)	θ_0 (deg)	
				20	30
				1° dataset	2° dataset
5	1	0.02	0.02	1.18	1.194
6	1	0.03	0.02		
7	1	0.05	0.02		
8	1	0.07	0.02		
9	1	0.09	0.02		
10	1	0.10	0.02	1.196	1.201
11	1	0.12	0.02		
12	1	0.14	0.02		
13	1	0.16	0.02		
14	1	0.17	0.02		
15	1	0.19	0.02	1.207	
16	1	0.21	0.02		
17	1	0.23	0.02		
18	1	0.24	0.02		
19	1	0.26	0.02		
20	1	0.28	0.02		1.216

I grafici riportati sotto offrono un confronto del trend dei due set di misura effettuati. L'andamento atteso è funzione parametrica di un periodo di riferimento T_0 per piccoli angoli. Questo parametro è stato fissato in modo arbitrario così da garantire una buona sovrapposizione con i punti osservati e dunque così da agevolare il confronto grafico.



Periodo

andamento al variare dell'angolo di massima elongazione
secondo dataset
 $\theta_0 = 30^\circ$



SCHEMA N°4

Andamento del periodo di oscillazione al variare della massa appesa

In tale scheda si riportano le misure del periodo di oscillazione determinato per tre differenti masse, fissato l'angolo iniziale di oscillazione e la lunghezza del filo. Si è scelto di misurare il decimo periodo di oscillazione.

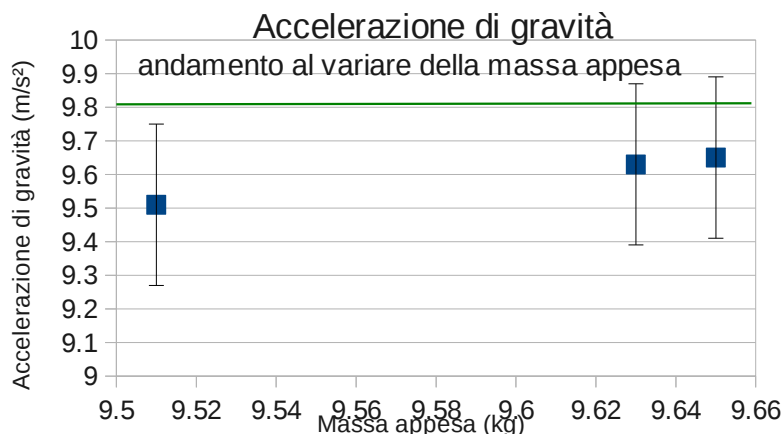
Parametri sperimentali:

- Angolo di inclinazione iniziale del filo: $\theta_0 = 30 \pm 1^\circ$
- Lunghezza del filo: $L = 0.37 \pm 0.01$ m
misurata dal capo superiore del sistema fino al baricentro delle masse, includendo la lunghezza del gancio.

Le misure effettuate sono raccolte nella tabella seguente; si riporta accanto ad ogni periodo il corrispondente valore dell'accelerazione di gravità.

m (kg)	σ_m	T (s)	σ_T	g (m/s ²)	σ_g
0.401	0.001	1.239	0.001	9.51	0.24
0.532	0.001	1.232	0.001	9.63	0.24
0.795	0.001	1.230	0.001	9.65	0.24

Il grafico raccoglie i dati corretti offrendo un confronto col valore vero.



Il plot suggerisce il fatto che una massa appesa al di sopra di un certo valore riduce una discrepanza dal valore atteso, evidentemente per il fatto che riduce l'influenza associata alle piccole oscillazioni nel sistema.