

**Graziano Amati**  
**numero di matricola: 758556**  
**anno accademico: 2009/10**  
**gruppo di laboratorio: 24**

## RELAZIONE DI LABORATORIO DI FISICA CON ELEMENTI DI STATISTICA

### TUBO DI KUNDT

L'esperienza offre un riscontro sperimentale delle proprietà ondulatorie sonore di una colonna d'aria mediante l'apparato sperimentale definito "tubo di Kundt".

L'attività si articola su due giornate; per un maggiore linearità nell'esposizione la relazione verrà comunque sviluppata in modo unitario.

#### **Sistema sperimentale**

Nell'esperienza vengono adottati i seguenti strumenti:

- tubo di Kundt;  
Il tubo è una struttura cilindrica di materiale plastico trasparente con estremità richiudibile mediante coperchi opportuni; la propagazione delle onde sonore viene indotta entro tale strumento. Oltre al tubo principale utilizzato in tutte le esperienze ne è disponibile un secondo per una parte delle misure che prevede l'accoppiamento dei due tubi.
- generatore di funzioni d'onda;  
Questo permette di creare onde di forma e frequenza desiderata. Al variare dell'interfaccia di collegamento esterno lo strumento può essere adottato nella generazione ondulatoria in molteplici mezzi propagatori. Nel caso presente il generatore si interfaccia con l'apparato fisico tramite un altoparlante che viene inserito in un'estremità aperta del tubo; si inducono nel gas perturbazioni di natura sinusoidale.
- oscilloscopio e microfono a condensatore;  
L'oscilloscopio è lo strumento di lettura dei parametri significativi delle onde che propagano entro il tubo, cioè la frequenza e l'ampiezza. L'input avviene mediante un microfono a condensatore. La distanza tra le piastre di quest'ultimo viene modificata dalla pressione esercitata dall'onda acustica su una delle due piastre. Variando la capacità elettrostatica del condensatore si modifica di conseguenza la differenza di potenziale ai capi delle armature. Il segnale finale entrante nell'oscilloscopio è la variazione assoluta di tensione sulle piastre, ed è questo l'output visualizzato sul suo display.  
Il microfono è sorretto da un'asta disposta lungo l'asse del tubo grazie ad un opportuno sostegno.  
Il generatore di funzioni non rappresenta uno strumento di misura in senso proprio, quanto piuttosto un mezzo di stimolazione dell'apparato fisico; segue pertanto che nelle misure successive si fa esclusivamente riferimento alla frequenza leggibile in un campo del monitor dell'oscilloscopio.
- metro a nastro;  
Esso viene disposto stabilmente lungo la direzione longitudinale del tubo; la

posizione dello zero viene fatta coincidere con l'estremo sinistro del tubo di Kundt.

## Obiettivi

- Si vuole ricostruire l'andamento della variazione dell'ampiezza delle onde di pressione lungo l'asse del tubo a seguito della generazione di onde acustiche in un suo estremo. Le misure vengono effettuate per diversi ordini ondulatori, ovvero per diverse soluzioni (per frequenze discrete) dell'equazione delle onde con fissate condizioni al contorno nel tubo; in particolare si desiderano studiare le configurazioni di tubo chiuso in ambo gli estremi, aperto in un unico estremo e aperto in entrambi gli estremi.
- Mediante l'analisi fatta sopra, si vuole determinare la lunghezza delle onde sonore generate nelle diverse configurazioni, per calcolare la velocità del suono e il valore della costante adiabatica, utilizzando quest'ultima grandezza come parametro di valutazione della bontà dell'approssimazione a gas perfetto dell'aria contenuta entro il cilindro.
- Si desidera ricostruire il profilo della curva risonanza dell'ampiezza in funzione della frequenza dell'onda introdotta nel sistema. La misura avviene nella configurazione meno soggetta a disturbi dall'ambiente esterno, cioè quella di tubo chiuso in entrambi gli estremi.
- Si vuole infine studiare il comportamento ondulatorio del gas in un sistema costituito da due tubi accoppiati, i cui estremi esterni siano chiusi, mentre quelli interni confinanti aperti.

Si riportano nel seguito l'analisi dati delle varie fasi dell'attività sperimentale.

## VARIAZIONE DI PRESSIONE

Per ricostruire l'andamento spaziale della variazione di pressione nel tubo rispetto al valore ambiente  $P_0$  si raccolgono coppie di punti per un plot grafico nel modo seguente.

Si eccita innanzitutto un'onda di un certo ordine voluto entro il tubo. Ciò è possibile mediante la conoscenza aprioristica dei punti in cui per un dato ordine dovrebbero essere presenti dei ventri. Posizionando in quel punto il microfono (introdotta dal lato opposto rispetto a quello in cui è presente l'altoparlante), si modula a questo punto l'onda di pressione in input sinché non si arriva ad un massimo per l'ampiezza visionata sull'oscilloscopio, condizione corrispondente alla configurazione di massimo cercata.

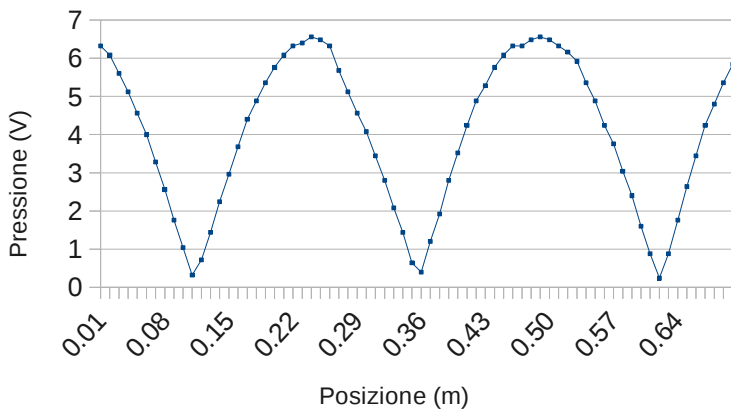
Si pone il microfono nel capo opposto del sistema rispetto a quello da cui è stato introdotto e si misura il valore dell'ampiezza dell'oscillazione temporale della pressione registrata dall'oscilloscopio. Si itera dunque il procedimento spostando il microfono di un tratto spaziale opportuno verso il lato d'inserimento. La scelta della lunghezza dello scostamento in ogni misura è funzionale al conseguimento di una buona risoluzione nei punti del plot.

La lunghezza del tubo lungo usato in tutte le configurazioni è  $L = 0.76 \pm 0.01$  m.

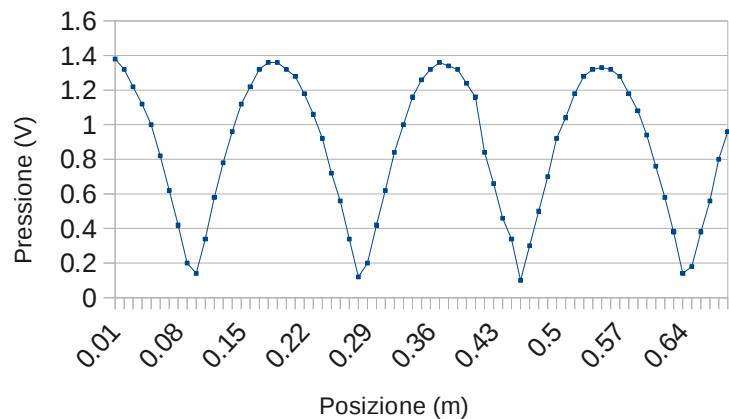
## VELOCITÀ DI PROPAGAZIONE DEL SUONO E COSTANTE ADIABATICA

Si riportano di seguito i plot delle variazioni di pressione misurate in funzione della posizione di misura sull'asse del tubo nella configurazione di tubo chiuso in ambo gli estremi.

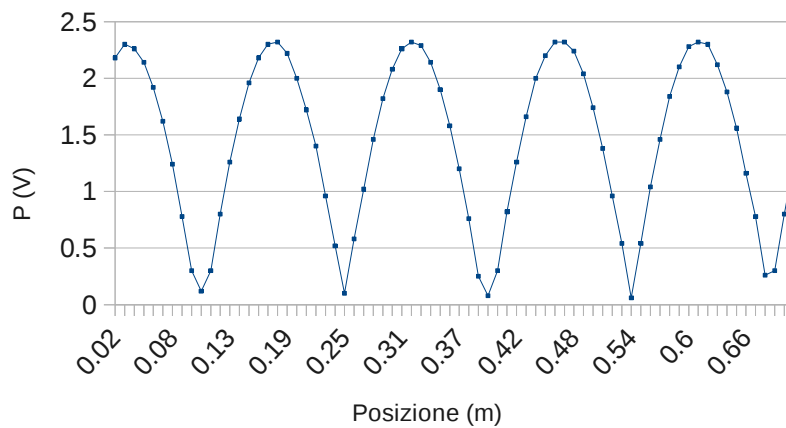
Ordine  $n = 3$



Ordine  $n = 4$



Ordine  $n = 5$



Si osserva un comportamento imperfetto delle condizioni di pressione al contorno nei tubi dovute a non idealità entro il sistema. Un comportamento analogo si riscontra anche nelle ulteriori configurazioni.

Segue una tabella relativa alla determinazione della lunghezza d'onda  $\lambda_{\text{mis}}$  delle perturbazioni generate nell'apparato e il suo confronto col valore atteso  $\lambda_{\text{teo}}$ .

Configurazione	ordine n	minimo	x (m)	$\sigma_x$	$\Delta_{\text{min}}$ (m)	$\sigma_{\Delta m}$	$\lambda_{\text{mis}}$ (m)	$\sigma_{\lambda_{\text{mis}}}$	$\lambda_{\text{teo}}$ (m)	$\sigma_{\lambda_{\text{teo}}}$	d							
CHIUSO-CHIUSO	3	min <sub>1</sub>	0.11	0.02	min <sub>1</sub> -min <sub>3</sub>  =	0.51	0.02	0.51	0.02	0.51	0.01	0						
		min <sub>2</sub>	0.35	0.02														
		min <sub>3</sub>	0.62	0.02														
	4	min <sub>1</sub>	0.09	0.02	min <sub>1</sub> -min <sub>3</sub>  =	0.36	0.02	0.36	0.02	0.38	0.01	0.89						
		min <sub>2</sub>	0.28	0.02									min <sub>2</sub> -min <sub>4</sub>  =	0.36	0.02			
		min <sub>3</sub>	0.46	0.02														
		min <sub>4</sub>	0.64	0.02														
	5	min <sub>1</sub>	0.10	0.02	min <sub>1</sub> -min <sub>3</sub>  =	0.29	0.02	0.29	0.02	0.30	0.01	0.58						
		min <sub>2</sub>	0.25	0.02									min <sub>2</sub> -min <sub>4</sub>  =	0.29	0.02			
		min <sub>3</sub>	0.39	0.02												min <sub>3</sub> -min <sub>5</sub>  =	0.29	0.02
		min <sub>4</sub>	0.54	0.02														
		min <sub>5</sub>	0.68	0.02														
APERTO-CHIUSO	2	min <sub>1</sub>	0.14	0.02	min <sub>1</sub> -min <sub>2</sub>  =	0.30	0.02	0.60	0.02	0.61	0.01	0.38						
		min <sub>2</sub>	0.44	0.02														
		min <sub>3</sub>	( *)															
	3	min <sub>1</sub>	0.09	0.02	min <sub>1</sub> -min <sub>3</sub>  =	0.44	0.02	0.44	0.02	0.43	0.01	0.26						
		min <sub>2</sub>	0.33	0.02														
		min <sub>3</sub>	0.53	0.02														
	4	min <sub>1</sub>	0.12	0.02	min <sub>1</sub> -min <sub>3</sub>  =	0.36	0.02	0.32	0.02	0.34	0.01	0.80						
		min <sub>2</sub>	0.29	0.02									min <sub>2</sub> -min <sub>4</sub>  =	0.28	0.02			
		min <sub>3</sub>	0.46	0.02														
		min <sub>4</sub>	0.56	0.02														
	APERTO-APERTO	3	min <sub>1</sub>	0.26	0.02	min <sub>1</sub> -min <sub>2</sub>  =	0.27	0.02	0.53	0.04	0.51	0.02	0.52					
			min <sub>2</sub>	0.52	0.02													
min <sub>3</sub>			( *)															
4		min <sub>1</sub>	0.18	0.02	min <sub>1</sub> -min <sub>3</sub>  =	0.38	0.02	0.38	0.02	0.38	0.01	0						
		min <sub>2</sub>	0.38	0.02														
		min <sub>3</sub>	0.56	0.02														
5		min <sub>1</sub>	0.171	0.02	min <sub>1</sub> -min <sub>3</sub>  =	0.31	0.02	0.31	0.02	0.30	0.01	0.27						
		min <sub>2</sub>	0.321	0.02									min <sub>2</sub> -min <sub>4</sub>  =	0.31				
		min <sub>3</sub>	0.481	0.02														
		min <sub>4</sub>	0.631	0.02														

Grazie al piccolo passo scelto tra due scostamenti del microfono (1 cm), si è ritenuta valida un'interpolazione visiva dei plot al fine di determinare le posizioni dei minimi. Le lunghezze d'onda sono state determinate dal valor medio delle distanze tra un minimo e il suo secondo vicino ove possibile. Nei casi in cui tale distanza non risultasse ben determinata, si è determinata  $\lambda$  raddoppiando la distanza tra due minimi consecutivi.

In base alla configurazione adottata si è considerato valido un errore di 0.02 m per le lunghezze misurate.

Nella seconda e terza configurazione sono state contrassegnate con ( \* ) due minimi non utilizzabili nel calcolo della lunghezza d'onda in quanto soggetti ad evidenti non idealità per fattori di disturbo esterni.

Nel limite di confidenza di una deviazione standard si osserva che le lunghezze d'onda  $\lambda_{\text{mis}}$  sono accettabili rispetto ai valori di  $\lambda_{\text{teo}}$ .

Una misura diretta del valore della costante adiabatica dell'aria

$$\gamma = v^2 \rho_0 / P_0 = v^2 M / (RT)$$

sarebbe possibile solo dalla conoscenza dei valori della densità dell'aria  $\rho_0$  e del valore della pressione atmosferica  $P_0$  nell'arco di tempo in cui si sono effettuate le misure. Alternativamente una misura della temperatura assoluta  $T$  del sistema sarebbe stata sufficiente (supponendo nota la massa molecolare media  $M$  dell'aria e la costante dei gas  $R$ ). Una semplice stima del valore atteso per la grandezza può essere comunque ottenuta approssimando i valori delle variabili fisiche suddette con i valori standard:

$$\begin{aligned} \rho_0 & 1.2 \text{ kg/m}^3 \\ P_0 & 1 \text{ atm} = 1013 \cdot 10^3 \text{ Pa} \end{aligned}$$

Sarebbe anche stata possibile una stima analoga con  $T = 298 \text{ K}$  e una massa molecolare dell'aria ambiente di valore tabulato  $M = 29.5 \text{ g/mol}$ .

Nei valori scritti sopra non si riporta volutamente l'errore poiché rappresentano dei parametri di massima.

Nella successiva tabella sono raccolte le misure di della velocità del suono  $v_{\text{mis}}$  e il confronto col valore atteso  $v_{\text{att}}$ ; si riportano inoltre i valori stimati per la costante adiabatica  $\gamma_{\text{ev}}$  rispetto al valore  $\gamma_{\text{gp}} = 1.4$  atteso per un gas perfetto.

Configurazione	ordine n	$\lambda_{\text{mis}}$ (m)	$\sigma_{\lambda_{\text{mis}}}$	$\omega$ (rad/s)	$\sigma_{\omega}$	$v_{\text{mis}}$ (m/s)	$\sigma_{v_{\text{mis}}}$	$\sigma_{v_{\text{mis}}}/v_{\text{mis}}$	$\gamma_{\text{ev}} (\text{s}^{-2})$
CHIUSO-CHIUSO	3	0.51	0.02	4151	1	337	13	0.04	1.3
	4	0.36	0.02	5847	1	335	19	0.06	1.3
	5	0.29	0.02	7258	1	335	23	0.07	1.3
APERTO-CHIUSO	2	0.60	0.02	3498	1	334	11	0.03	1.3
	3	0.44	0.02	4798	1	336	15	0.05	1.3
	4	0.32	0.02	6617	1	337	21	0.06	1.3
APERTO-APERTO	3	0.53	0.02	4054	1	342	13	0.04	1.4
	4	0.38	0.02	5605	1	339	18	0.05	1.4
	5	0.31	0.02	6891	1	340	22	0.06	1.4

Nella determinazione dell'errore su  $v_{\text{mis}}$  pesa molto più l'errore sulla lunghezza di quanto non faccia l'errore sulla frequenza. Questo fatto appare comprensibile poiché la parte più delicata del processo di misura risulta l'interpolazione dei plot di pressione proprio per la determinazione di  $\lambda$ . L'errore relativo sulle velocità si mantiene comunque attorno al valore convenzionalmente accettabile del 5%.

Il miglior valore della velocità del suono ottenuto come media pesata dei valori misurati; corrisponde a

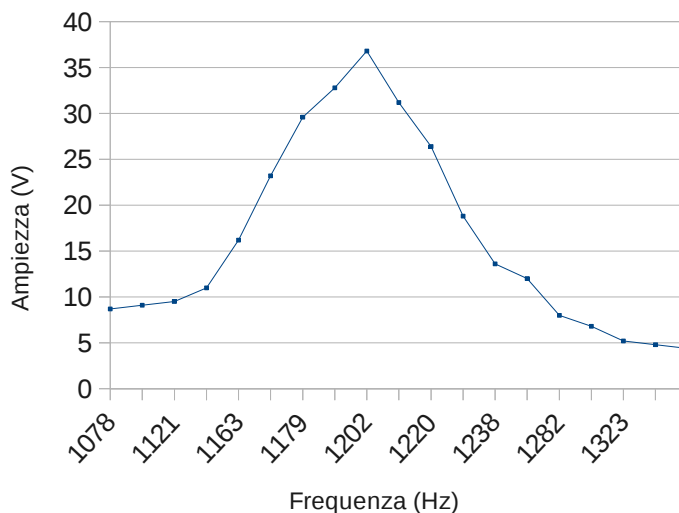
$$\langle v_{\text{mis}} \rangle = 337 \pm 5 \text{ m/s.}$$

[In condizioni ideali standard, per  $T = 288.15 \text{ K}$ ,  $P = 1013.25 \text{ hPa}$ ,  $\rho = 1.2250 \text{ kg/m}^3$ , viscosità dinamica  $1.79 \cdot 10^{-5} \text{ Pa s}$ , al livello del mare la velocità di propagazione del suono vale  $340.29 \text{ m/s}$ .]

### DETERMINAZIONE DELLA CURVA LORENZIANA PER LA CONFIGURAZIONE DI TUBO CHIUSO-CHIUSO

In questa seconda parte dell'attività si è ancora utilizzato il singolo tubo della sezione precedente con estremi chiusi. Si è quindi misurata l'ampiezza dell'onda in uscita sull'oscilloscopio al variare della frequenza delle onde acustiche mediante il generatore di funzioni. Il microfono è stato fissato in una posizione centrale entro il tubo.

Segue la curva di forma lorenziana ottenuta mediante il metodo suddetto.



La frequenza associata al picco corrisponde al valore di

$$f = 1202 \pm 10 \text{ Hz.}$$

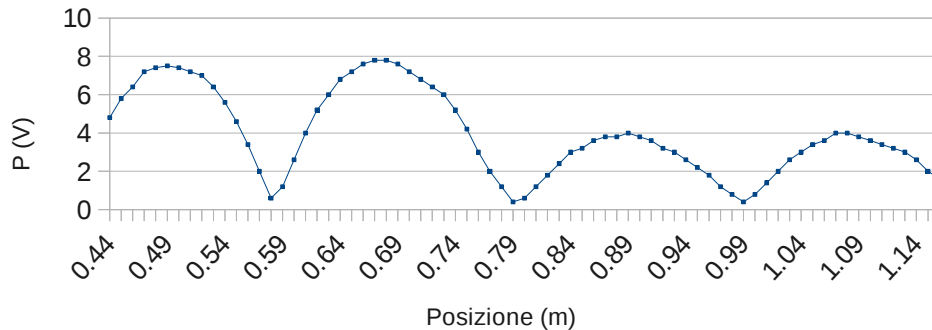
L'errore è valutato osservando lo scostamento del punto di picco sperimentale dalle ampiezze dei due valori adiacenti.

### TUBI ACCOPPIATI

In questa parte dell'attività si vuole determinare l'andamento della variazione della pressione nel tubo di Kundt in un sistema di tubi accoppiati disposti lungo uno stesso asse. Si lavora in configurazione aperto-aperto. Con una metodologia identica a quella usata nei casi di singolo tubo si misurano le ampiezze spostando il microfono longitudinalmente entro il sistema, con passo costante. Il plot presente sotto descrive l'andamento dei valori determinati.

## Andamento della pressione

tubi accoppiati



Si osserva che nonostante la separazione tra i due tubi l'andamento dell'ampiezza mantiene un comportamento di continuità; il comportamento osservato per la variazione di pressione è qualitativamente identico a quello di un unico tubo aperto in ambi gli estremi. È comunque evidente un abbassamento del massimo della curva dovuto ad una riduzione dell'intensità dell'onda per la dissipazione sonora nel punto dell'apertura. Il valore della distanza tra i due tubi quindi non determina, come atteso, un cambiamento quantitativo delle condizioni al contorno. Ciò è tuttavia osservabile a livello sperimentale solo in modo approssimativo, poiché il minimo dell'ampiezza non cade esattamente ad una distanza di  $L = 0.76 \pm 0.01$  m dal generatore di funzioni, ma in una posizione maggiore di una quantità dell'ordine di 0.02 m.